ویرایش هشتم

راهنمای مسائل

انتقال گرما

هولمن

به کوشش
محمد سمیع‌پور

۱

مقدمه

۱- اگر از مقطع جسمی عایق با سطح مقطع $1\ m^2$، ضخامت $2/5\ cm$ و ضریب هدایت گرمایی $0/2\ W/m.°C$ مقدار $3\ kW$ گرما هدایت شود، اختلاف دما را در دو طرف جسم حساب کنید.

حل: چون در این حالت انتقال گرمای هدایتی داریم، پس:

$$q = kA\frac{\Delta T}{L} \Rightarrow \Delta T = \frac{qL}{kA} = \frac{3000 \times 0/025}{0/2 \times 1} = 375\ °C \Rightarrow \boxed{\Delta T = 375\ °C}$$

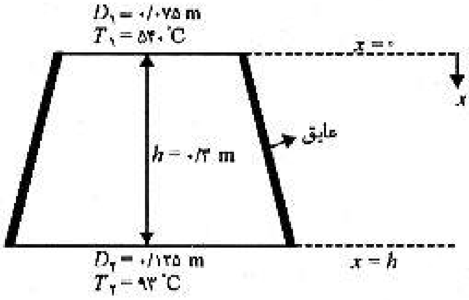
۲- در عرض شیشهٔ لیفی (*fiber glass*) به ضخامت $130\ mm$ اختلاف دمای $85°C$ اعمال می‌شود. ضریب هدایت گرمایی شیشهٔ لیفی $0/035\ W/m.°C$ است. مقدار گرمایی را حساب کنید که از جسم مزبور به‌ازای واحد سطح در ۱ ساعت انتقال می‌یابد.

حل: چون در این حالت انتقال گرمای هدایتی داریم، پس:

$$q = kA\frac{\Delta T}{L} \Rightarrow \frac{q}{A} = k\frac{\Delta T}{L} = \frac{0/035 \times 85}{0/13} = 22886\ W/m^2 \Rightarrow \boxed{\frac{q}{A} = 22886\ W/m^2 = 82386\ J/m^2.h}$$

در این مسأله واحد W/m^2 را به واحد $J/m^2.h$ تبدیل کرده‌ایم تا همان نرخ انتقال به‌دست آید.

۳- مخروط ناقصی به ارتفاع $0/3\ m$ از آلومینیم ساخته شده است. قطر آن در بالا $7/5\ cm$ و در کف $12/5\ cm$ می‌باشد. دمای سطح زیرین $93°C$ و دمای سطح زبرین $540°C$ است. سطح جانبی نیز عایق شده است. به فرض جریان گرمای یک‌بعدی، آهنگ انتقال گرما بر حسب وات چه‌قدر است؟



در این مسأله با وجود هدایت گرمایی، داریم:

$$q = kA\frac{dT}{dx} \qquad (۱)$$

با توجه به شکل، مساحت (A) متغیر و تابعی از x است، پس باید ابتدا A و x را برحسب هم مرتب کرده تا همگی برحسب یک متغیر وارد فرمول هدایت شود. آن‌گاه مسأله راحت‌تر حل می‌شود.

$$A = f(x)$$

$$\begin{cases} A = \pi r^۲ \\ x = ۰ \quad r = r_۱ \\ x = h \quad r = r_۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{r - r_۱}{r_۲ - r_۱} = \frac{x - ۰}{h} \Rightarrow r = \frac{x}{h}(r_۲ - r_۱) + r_۱ \Rightarrow A = \pi\left[\frac{x}{h}(r_۲ - r_۱) + r_۱\right]^۲ \qquad (۲)$$

با جای‌گذاری مقدار مساحت از رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۱) داریم:

$$q = k\,.\,\pi\left[\frac{x}{h}(r_۲ - r_۱) + r_۱\right]^۲ \cdot \frac{dT}{dx}$$

با مرتب کردن رابطهٔ بالا و انتگرال‌گیری داریم:

$$\frac{q}{k\,.\,\pi}\int_۰^h \frac{dx}{\left[\frac{x}{h}(r_۲ - r_۱) + r_۱\right]^۲} = \int_{T_۱}^{T_۲} dT$$

(با تعریف y به صورت $\frac{r_۲ - r_۱}{h}x + r_۱ = y$ تغییر متغیر می‌دهیم.)

$$\Rightarrow \frac{r_۲ - r_۱}{h}dx = dy \Rightarrow \frac{q}{k\,.\,\pi}\left[-\frac{h}{r_۲ - r_۱}\left(\frac{۱}{y}\right)\right]_{r_۱}^{r_۲} = \Delta T \Rightarrow \frac{q}{k\,.\,\pi}\left[-\frac{h}{r_۲ - r_۱}\left(\frac{۱}{r_۲} - \frac{۱}{r_۱}\right)\right] = \Delta T$$

$$\Rightarrow \frac{q}{k\,.\,\pi}\,\frac{h}{r_۱ r_۲} = \Delta T \Rightarrow q = \frac{k\,.\,\pi}{h}r_۱ r_۲\,\Delta T \qquad (۳)$$

با قراردادن مقادیر عددی در رابطهٔ (۳) مقدار گرمای انتقال‌یافته را به‌دست می‌آوریم. ولی قبل از آن باید مقدار k را برای این حالت از جدول $A-۲$ به‌دست آوریم: میانگین دما = ۳۱۶°C

با میان‌یابی مقدار k در ۳۱۶°C به‌دست می‌آید:

$$\left.\begin{matrix} T & ۳۰۰ & ۴۰۰ \\ k & ۲۲۸ & ۲۴۹ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \quad k = ۲۳۱/۳۶\ \text{W/m.°C}$$

$$\left.\begin{matrix} h = ۰/۳\ \text{m} \\ r_۱ = ۰/۰۳۷۵\ \text{m} \\ r_۲ = ۰/۰۶۲۵\ \text{m} \\ \Delta T = ۵۴۰ - ۹۳ = ۴۴۷\ \text{°C} \\ k = ۲۳۱/۳۶\ \text{W/m.°C} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \quad q = \frac{k\,\pi\,r_۱\,r_۲}{h}\Delta T = ۲۵۳۶/۹۷۱\ \text{W}$$

$$\boxed{q = ۲۵۳۶/۹۷۱\ \text{W}}$$

۴- دماهای سطوح دیوار تختی به ضخامت ۰/۱۵ m برابر ۳۷۰°C و ۹۳°C است. جنس دیوار از شیشهٔ مخصوص با این خواص است: $k = ۰/۷۸$ W/m.°C , $e = ۲۷۰۰$ kg/m³, $C_p = ۰/۸۴$ kJ/kg.°C

جریان گرما از این دیوار در شرایط حالت پایا چه‌قدر است؟

حل:

در این حالت گرما از طریق هدایت انتقال می‌یابد:

$$\left.\begin{array}{l} L=0/15\ \mathrm{m} \\ T_1=370\ ^\circ\mathrm{C} \\ T_2=93\ ^\circ\mathrm{C} \\ k=0/78\ \mathrm{W/m.^\circ C} \end{array}\right\} \Rightarrow q=kA\frac{\Delta T}{L} \Rightarrow \frac{q}{A}=k\frac{\Delta T}{L}=\frac{0/78\times 277}{0/15}=1440\ \mathrm{W/m^2} \Rightarrow \boxed{\frac{q}{A}=1440\ \mathrm{W/m^2}}$$

توضیح: کلاً سه نوع انتقال گرما داریم:

q'': W/m² شار گرمایی q': W/m انتقال گرما در لوله‌ها q: W

۵- مادهٔ ابرعایقی با ضریب هدایت گرمایی 2×10^{-4} W/m.°C برای عایق‌کاری مخزنی از نیتروژن مایع که دمای آن ۱۹۰°C− است به‌کار می‌رود. برای تبخیر هر کیلوگرم جرم ازت در این دما، مقدار ۲۰۰ kJ گرما لازم است. به فرض مخزن مزبور کروی و قطر داخلی آن ۰/۶ m باشد، مقدار نیتروژن تبخیرشده در روز را برای عایقی به ضخامت ۲/۵ cm و دمای محیطی ۲۰°C به‌دست آورید. دمای بیرون عایق را ۲۰°C فرض کنید.

حل:

$$\left.\begin{array}{l} k=2\times10^{-4}\ \mathrm{W/m.^\circ C} \\ T_2=-190\ ^\circ\mathrm{C} \\ L=0/025\ \mathrm{m} \\ T_1=20\ ^\circ\mathrm{C} \\ q/\dot{m}=200\ \mathrm{kJ/kg\ N_2} \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} q=kA\dfrac{dT}{dr} \\ \\ A=4\pi r^2 \end{array}$$

$$\frac{q}{4k\pi}\frac{dr}{r^2}=dT \Rightarrow \frac{q}{4k\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}=\int_{-190}^{20}dT \Rightarrow -\frac{q}{4k\pi}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)=\Delta T$$

$$\frac{q}{4k\pi}\left(\frac{r_2-r_1}{r_1r_2}\right)=\Delta T \Rightarrow q=-4k\pi\,\Delta T\left(\frac{r_1r_2}{r_2-r_1}\right)$$

$$q=-4\pi\times2\times10^{-4}\times210\times0/3\times\frac{0/325}{0/025}=2/057\ \mathrm{W\ (J/s)}$$

$$\dot{m}=\frac{1}{200}\ \mathrm{kg\ N_2/J}\ \ (2/057\ \mathrm{J/s})=0/0102850\ \mathrm{kg\ N_2/s} \Rightarrow \boxed{\dot{m}=888/624\ \mathrm{kg/day}}$$

۶- مواد زیر را برحسب (الف) پاسخ گذرا و (ب) هدایت پایدار، درجه‌بندی کنید. بالاترین مادهٔ ردیف را انتخاب کرده و مواد دیگر را به‌صورت درصدی از ماکزیمم بدهید: آلومینیم، مس، نقره، آهن، سرب، آلیاژ فولاد و کروم – (۱۸٪ کروم و ۸٪ نیکل)، منیزیم. از این درجه‌بندی چه نتیجه‌ای می‌گیرید.

حل:

به این سؤال پس از تعریف ضریب پخش گرمایی α (m²/s) می‌توان پاسخ داد. هر جسمی که α بیش‌تری دارد، تمایلش به ذخیره کردن انرژی کم‌تر است.

۷- لوله‌ای به قطر ۵۰ m روغن گرم به دمای ۳۰°C را در منطقهٔ شمال جابه‌جا می‌کند و در معرض دمای محیطی

۲۰°C- است. اطراف لوله را عایقی پودری مخصوص به ضخامت ۵ cm و ضریب هدایت حرارتی ۷ mW/m.°C پوشانده است. ضریب انتقال گرمایی جابه‌جایی در بیرون لوله ۱۲ W/m².°C است. اتلاف انرژی را بازای متر طول لوله حساب کنید.

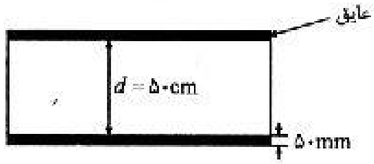
حل:

هدایت گرمایی:

$d = ۵۰\,\text{cm}$
$T_1 = ۳۰°C$
$T_\infty = -۲۰°C$
$K = ۷\ \text{mW/m.°C}$
$h_\infty = ۱۲\ \text{W/m}^۲\text{°C}$
$L = ۵\,\text{cm}$

$$q = k.A.\frac{dT}{dr}$$

$$A = ۲\pi r L$$



$$q = k\,(۲\pi r L)\,\frac{dT}{dr} \Rightarrow \frac{q}{۲\pi k L}\times\frac{dr}{r} = dT$$

$$\Rightarrow \frac{q}{۲\pi k L}\int_{۰/۲۵}^{۰/۳}\frac{dr}{r} = \int_{۳۰}^{-۲۰} dT \Rightarrow \frac{q}{۲\pi k L}\ln\left(\frac{۰/۲۵}{۰/۳}\right) = ۵۰$$

$$-\frac{q}{L} = ۲\times۳/۱۴\times۷\times۱۰^{-۳}\times۵/۴۸۵\times۵۰ = ۱۲/۰۵\ \text{W/m} \Rightarrow \boxed{\text{اتلاف هدایتی بازای متر لوله}\ \frac{q}{L} = ۱۲/۰۵\,\text{W/m}}$$

۸- لایهٔ آزبست شل بسته‌ای به ضخامت ۵ cm بین دو صفحه به دماهای ۱۰۰°C و ۲۰۰°C قرار دارد. انتقال گرما در عرض لایه مزبور را حساب کنید.

حل:

هدایت گرمایی:

$$\left.\begin{array}{l} L = ۵\text{cm} \\ T_1 = ۱۰۰°C \\ T_۲ = ۲۰۰°C \\ k = ۰/۱۶\ \text{W/m.°C} \\ \frac{q}{A} = ? \end{array}\right\} \Rightarrow q = k.A.\frac{\Delta T}{L} \Rightarrow \frac{q}{A} = \frac{۰/۱۶\times۱۰۰}{۰/۰۵} = ۳۲۲\ \text{W/m}^۲ \Rightarrow \boxed{\frac{q}{A} = ۳۲۲\ \text{W/m}^۲}$$

۹- ضریب هدایت گرمایی عایقی ۱۰ mW/m.°C است. برای آنکه افت دما ۵۰۰°C باشد، ضخامت عایق چه‌قدر باید باشد؟ (مقدار انتقال گرما را ۴۰۰ W/m² در نظر بگیرید).

حل:

هدایت گرمایی:

$$\left.\begin{array}{l} k = ۱۰\ \text{mW/m.°C} \\ \Delta T = ۵۰۰°C \\ \frac{q}{A} = ۴۰۰\ \text{W/m}^۲ \\ L = ? \end{array}\right\} \Rightarrow q = kA\frac{\Delta T}{L} \Rightarrow L = \frac{kA\Delta T}{q}$$

در این مسأله L به‌راحتی به‌دست می‌آید:

$$L = \frac{۰/۰۱\times۵۰۰}{۴۰۰} = ۰/۰۱۲۵\,\text{m} \Rightarrow \boxed{L = ۰/۰۱۲۵\,\text{m}}$$

۱۰- به‌فرض در مسألهٔ ۵ انتقال گرما به کره از طریق جابه‌جایی آزاد با ضریب انتقال گرمای $۲/۷\ W/m^{۲}.°C$ باشد، تفاوت دما بین سطح بیرونی کره و محیط را حساب کنید.

حل:

انتقال گرمای جابه‌جایی:

$$\left.\begin{array}{l} q = h\,.\,A\,.\,\Delta T \\ A = ۴\pi r^{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta T = \frac{q}{h\,.\,A} = \frac{۲/۰۵۷}{۴\pi \times (۰/۱۳۲۵)^{۲} \times ۲/۷} \Rightarrow \boxed{\Delta T = ۰/۵۷۴۳\ °C}$$

۱۱- دو سطح کاملاً سیاه را طوری ساخته‌اند که تمام انرژی تابشی خروجی از سطحی با دمای $۸۰۰°C$ به سطح دیگری به دمای $۲۵۰°C$ می‌رسد. انتقال گرمای بین سطوح را در ساعت، به‌ازای واحد سطح با دمای $۸۰۰°C$ حساب کنید.

حل:

انتقال گرمای تشعشعی: $\quad \varepsilon_۱ = \varepsilon_۲ = F_{۱۲} = ۱ \quad , \quad q_{۱-۲} = \varepsilon_۱ \varepsilon_۲ F_{۱۲} A_۱ \sigma (T_۱^۴ - T_۲^۴)$

$$\left.\begin{array}{l} T_۱ = ۸۰۰°C \\ T_۲ = ۲۵۰°C \\ \sigma = ۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸}\ W/m^{۲}.K^{۴} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \frac{q}{A_۱} = ۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸} \times (۱/۳۲۵۵۶ \times ۱۰^{۱۲} - ۷/۴۸۲ \times ۱۰^{۱۰}) = ۷۰۹۰۴/۵۶\ W/m^{۲} \\ \boxed{\frac{q}{A_۱} = ۷۰۹۰۴/۵۶\ W/m^{۲}} \end{array}$$

۱۲- دو صفحهٔ موازی خیلی بزرگ که شرایط سطح آن‌ها بسیار نزدیک به شرایط جسم سیاه است به‌ترتیب دارای درجهٔ حرارت $۱۱۰۰°C$ و $۴۲۵°C$ می‌باشند. انتقال گرمای تابشی را بین صفحات مزبور در واحد زمان به‌ازای واحد سطح حساب کنید.

حل:

انتقال گرمای تشعشعی: $\quad \varepsilon_۱ = \varepsilon_۲ = F_{۱۲} = ۱ \quad$ و $\quad q = \varepsilon_۱ \varepsilon_۲ F_{۱۲} A_۱ \sigma (T_۱^۴ - T_۲^۴)$

$$\left.\begin{array}{l} T_۱ = ۱۱۰۰°C \\ T_۲ = ۴۲۵°C \\ \sigma = ۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸}\ W/m^{۲}.K^{۴} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \frac{q}{A} = ۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸} \times (۳/۵۵۴ \times ۱۰^{۱۲} - ۲/۳۷۴ \times ۱۰^{۱۱}) = ۱۸۸۰۱۹/۸۸\ W/m^{۲} \\ \Rightarrow \boxed{\frac{q}{A_۱} = ۱۸۸۰۱۹/۸۸\ W/m^{۲}\ \left(J/s.m^{۲}\right)} \end{array}$$

۱۳- مقدار گرمای تابشی انتقال‌یافته در یک روز بین دو صفحهٔ سیاه که مساحت آن‌ها برابر سطح کره‌ای به قطر $۲\ ft$ است را در صورتی که دمای دو صفحه -۳۲۰ و $۷۰°F$ باشد، حساب کنید. این محاسبه با توجه به مسألهٔ ۱۹ چه چیزی را نشان می‌دهد.

حل:

$$\left.\begin{array}{l} T_۱ = ۷۰°F = ۲۰°C = ۲۹۳°K \\ T_۲ = -۳۲۰°F = -۱۹۵°C = ۷۸°K \\ A = ۴\pi r^{۲} = \pi d^{۲} = ۱۲/۵۶\ ft^{۲} = ۱/۱۶۷\ m^{۲} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \varepsilon_۱ = \varepsilon_۲ = F_{۱۲} = ۱ \\ q = \varepsilon_۱\ \varepsilon_۲\ F_{۱۲} A\ \sigma (T_۱^۴ - T_۲^۴) = ۴۸۵/۳۹\ W = ۴۸۵/۳۹\ J/s \\ \boxed{q = ۳۹۷۴۸\ Btu/day} \end{array}$$

۱۴- دو صفحهٔ سیاه نامتناهی به دمای $۵۰۰°C$ و $۱۰۰°C$ به طریق تابشی تبادل گرما می‌کنند. آهنگ انتقال گرما به‌ازای واحد سطح را حساب کنید. اگر بین صفحات مزبور صفحهٔ کاملاً سیاه دیگری قرار داده شود، انتقال گرما چه‌قدر

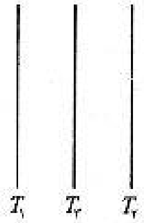
کاهش می‌یابد؟ دمای صفحهٔ میانی چه‌قدر است؟

حل:

انتقال گرمای تشعشعی:

$$\frac{q}{A}=q''=\sigma\left(T_۱^۴-T_۲^۴\right)=۵/۶۷\times۱۰^{-۸}\left(۳/۵۷\times۱۰^{۱۱}-۱/۹۳۵۷\times۱۰^{۱۰}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{q''=۱۹۱۴۰/۹۸۹\ \mathrm{W/m^۲}\ \text{شار گرمایی}}$$



در این حالت برای این‌که دمای جسم میانی ثابت بماند، باید به میزانی که انرژی دریافت می‌کند، انرژی از دست بدهد. به بیان دیگر گرمای مبادله‌شده بین صفحات ۱ و ۳ برابر مقدار گرمای مبادله‌شده بین صفحات ۲ و ۳ می‌باشد.

$$\left(\frac{q}{A}\right)_{۱,۳}=\left(\frac{q}{A}\right)_{۲,۳} \Rightarrow \sigma\left(T_۱^۴-T_۲^۴\right)=\sigma\left(T_۲^۴-T_۱^۴\right) \Rightarrow T_۲^۴=\frac{T_۱^۴+T_۳^۴}{۲}$$

$$\begin{matrix} T_۱=۷۷۳\ \mathrm{K} \\ T_۳=۳۷۳\ \mathrm{K} \end{matrix} \Rightarrow T_۲=۶۵۹\ \mathrm{K} \Rightarrow \frac{q}{A}=\sigma\left(T_۱^۴-T_۲^۴\right)=۹۵۴۹\ \mathrm{W/m^۲}$$

این مقدار گرما در مقایسه با حالت اول که برابر $q/A = ۱۹۱۴۰$ بود به میزان $\left(\frac{۱۹۱۴۰-۹۵۴۹}{۱۹۱۴۰}\right)$ کاهش یافته است. پس:

$$\%\Delta q=\frac{۱۹۱۴۰-۹۵۴۹}{۱۹۱۴۰}\times۱۰۰=\%۵۰$$

توضیح: این روش برای کاهش گرمای انتقالی بین صفحات با دمای بالا به‌کار می‌رود و به آن صفحهٔ میانی سپر تشعشعی می‌گویند که در فصل ۸ به‌طور مفصل بررسی می‌شود.

۱۵- آب با آهنگ $۰/۵\ \mathrm{kg/s}$ در لوله‌ای به قطر $۲/۵\ \mathrm{cm}$ و طول $۳\ \mathrm{m}$ جریان دارد. بر دیوارهٔ لوله شار گرمایی ثابتی اعمال شود به‌طوری که دمای دیوارهٔ لوله از دمای آب $۴۰^\circ\mathrm{C}$ بیش‌تر می‌شود. انتقال گرما را حساب کرده، افزایش دمای آب را تعیین کنید. آب تحت فشار است به‌طوری که نمی‌تواند بجوشد.

حل:

انتقال گرمای جابه‌جایی:

$$\left.\begin{matrix} d=۲/۵\,\mathrm{cm} \\ L=۳\,\mathrm{cm} \\ \Delta T=۴۰^\circ\mathrm{C} \\ \dot m=۰/۵\ \mathrm{kg/s} \end{matrix}\right\} \quad \begin{matrix} q=h.A.\Delta T \\ A=۲\pi rL \end{matrix}$$

در این حالت با استفاده از جدول (۲-۱) کتاب، مقداری برای h در نظر می‌گیریم:

$$h=۳۵۰۰۰\ \mathrm{W/m^۲\,^\circ C}\quad (\text{از جدول ۲-۱}) \Rightarrow q=۳۵۰۰۰\times۲\pi\times۰/۰۱۲۵\times۳\times۴۰=۳۲۹۷۰۰\ \mathrm{W}$$

برای آب:

$$\left.\begin{matrix} q=m.C.\Delta T \\ C=۴/۱۷۴\,\mathrm{kJ/kg\,^\circ C} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta T=\frac{۳۲۹۷۰۰}{۰/۵\times۴/۱۷۴\times۱۰^۳}=۱۵/۷۹۷۸\ ^\circ\mathrm{C}$$

۱۶- صفحهٔ مربع قائمی به ابعاد $۰/۳\text{m} \times ۰/۳\text{m}$ را در معرض بخار به فشار ۱ atm ($T_{sat} = ۱۰۰°C$) قرار می‌دهند، تا بخار خنک‌شده و ۳/۷۸ kg/h آب چگالیده به‌وجود آید. دمای صفحه را حساب کنید. برای یافتن خواص لازم به جداول بخار مراجعه کنید.

حل:

$A = ۰/۳\text{m} \times ۰/۳\text{m}$

$T_{SAT} = ۱۰۰°C$ $\quad q = \dot{m}(h_i - h_e) = \dot{m}(h_g - h_f) = \dot{m} h_{fg} = ۳/۷۸ \times ۲۲۵۷ = ۸۵۳۱/۴۶ \text{ kJ/h} = ۲۳۶۹/۸۵ \text{ J/s}$

$P_{SAT} = ۱ \text{ atm}$ $\quad q = hA(T_{Sat} - T_w) = ۷۵۰۰ \times ۰/۰۹ \times \Delta T = ۲۳۶۹/۸۵$

$\dot{m} = ۳/۷۸ \text{ kg/h}$ $\quad h = ۷۵۰۰$ $\quad$ از جدول (۲-۱)

$\Rightarrow \Delta T = ۳/۵°C \Rightarrow \boxed{T_s = ۹۶/۵°C}$

۱۷- برای آنکه آب در ۱ atm به‌جوش آید، باید دمای سطح آن ۲۳۲°F و شار حرارتی $۳ \times ۱۰^۴ \text{ BTU/h.ft}^۲$ باشد. ضریب انتقال گرما چه‌قدر است؟

حل:

$$q = h.A.\Delta T \Rightarrow h = \frac{q/A}{\Delta T}$$

نقطهٔ جوش در فشار ۱ atm برابر همان ۱۰۰°C یا ۲۱۲°F می‌باشد. پس:

$$\Delta T = ۲۳۲ - ۲۱۲ = ۲۰°F \Rightarrow h = \frac{۳ \times ۱۰^۴ \text{ BTU/h.ft}^۲}{۲۰°F} \Rightarrow \boxed{h = ۱۵۰۰ \text{ BTU/h.ft}^۲.°F}$$

۱۸- گرم‌کن تابندهٔ کوچکی دارای رشته‌های فلزی به ضخامت ۶ mm و طول ۳ m است. ضریب گسیل سطحی رشته‌ها ۰/۸۵ است. اگر گرم‌کن به اتاقی با دمای ۲۵°C، ۱۶۰۰ W گرما انتشار دهد، دمای رشته‌ها چه‌قدر است؟

حل:

$d = ۶ \text{ mm}$

$L = ۳ \text{ m}$

$\varepsilon = ۰/۸۵$

$\sigma = ۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸} \text{ W/m}^۲.\text{K}^۴$

$T_۲ = ۲۵°C$

$$q = \varepsilon \sigma A (T_۱^۴ - T_۲^۴) \Rightarrow ۱۶۰۰ \text{ W} = ۰/۸۵ \times ۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸} \times ۰/۰۰۶ \times ۳ (T_۱^۴ - ۷/۸۸۶ \times ۱۰^۹)$$

$$\boxed{T_۱ = ۱۱۶۶/۶۵۸\text{K} = ۸۹۳/۶۵۸°C}$$

۱۹- انرژی گسیل‌شده از یک جسم سیاه در ۱۰۰۰°C را پیدا کنید.

حل:

$$q = \varepsilon \sigma A T^۴ \Rightarrow q/A = ۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸} \times ۲/۶۲۶ \times ۱۰^{۱۲} \Rightarrow \boxed{q/A = ۱۴۸۸۷۴/۴۲ \text{ W/m}^۲}$$

۲۰- اگر شار تابشی خورشید ۱۳۵۰ W/m² باشد، دمای جسم سیاه معادل آن چه‌قدر است؟

حل:

$$q = \sigma A \varepsilon T_۱^۴ \Rightarrow T_۱^۴ = \frac{q/A}{\sigma \varepsilon} \Rightarrow T_۱^۴ = \frac{۱۳۵۰}{۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸}} = ۲/۳۸۱۳۷ \times ۱۰^{۱۰} \Rightarrow \boxed{T_۱ = ۳۹۲/۸۳ \text{ K}}$$

توضیح: شار گرمایی به‌صورت کره پخش می‌شود. این شار گرمایی روی سطح زمین است و هرچه از خورشید دور شویم، شار گرمایی کم می‌شود. شار گرمایی خورشید برابر این شار در سطح کره‌ای به مرکز خورشید و شعاع

فاصلهٔ مرکز خورشید تا سطح زمین می‌باشد.

$q=q^{*}\times ۴\pi R^{۲}$ (فاصله زمین از مرکز خورشید : R) $\Rightarrow$ $q^{*}=\dfrac{q}{۴\pi R_s^{۲}}=\sigma T_s^{۴}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\text{دمای سطح خورشید } T_s=۶۰۰۰\ \mathrm{K}}$

q^{*}: شارگرمایی سطح خورشید $\quad$ R_s: شعاع خورشید

۲۱- کره‌ای به قطر ۴ cm را تا دمای ۱۵۰°C گرم کرده، در اتاق بزرگی به دمای ۲۰°C قرار می‌دهند. اگر ضریب گسیل سطحی، ۰/۶۵ باشد، اتلاف گرمایی تابشی را حساب کنید.

حل:

$d=۴\ \mathrm{cm}$
$T_۱=۱۵۰^{\circ}\mathrm{C}$
$T_۲=۲۰^{\circ}\mathrm{C}$
$\varepsilon_۱=۰/۶۵$

$q=\varepsilon_۱\varepsilon_۲F_{۱۲}\sigma A\ (T_۱^{۴}-T_۲^{۴})$

$F_{۱۲}=\varepsilon_۲=۱$ $\quad$ چون اتاق بزرگ است، همه انرژی تابشی را جذب می‌کند

$q=۰/۶۵\times ۵/۶۷\times ۱۰^{-۸}\times ۴\pi\times(۰/۰۲)^{۲}\ (۳/۲\times ۱۰^{۱۰}-۷/۳۷\times ۱۰^{۹})$ $\quad$ $\boxed{q=۴/۵۵۹۶۷۵\ \mathrm{W}}$

۲۲- دیوار تختی را در محیطی با دمای ۳۸°C قرار داده‌ایم. دیوار مزبور از لایهٔ عایقی به ضخامت ۲/۵ cm و ضریب هدایت گرمایی ۱/۴ W/m.°C پوشانده شده و دمای دیوار در قسمت عایق ۳۱۵°C است. این دیواره به طریق جابه‌جایی به محیط اطراف گرما می‌دهد. مقدار ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی سطح بیرونی عایق چه‌قدر باید باشد تا دمای سطح بیرونی از ۴۱°C تجاوز نکند.

حل:

هدایت گرمایی:

$q=K.A\dfrac{\Delta T}{L}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{q}{A}=\dfrac{۱/۴\times ۲۷۴}{۰/۰۲۵}=۱۵۳۴۴\ \mathrm{W/m^{۲}}$

هردو به‌صورت شار می‌باشند.

همرفت = هدایت

$۱۵۳۴۴=h.\Delta T=h\times ۳$ $\Rightarrow$ $\boxed{h=۵۱۱۴/۶۶۷\ \mathrm{W/m^{۲}.^{\circ}C}}$

۲۳- دیواری را در نظر بگیرید که یک طرفش به طریق جابه‌جایی گرم و طرف دیگرش به طریق جابه‌جایی خنک می‌شود. نشان دهید که آهنگ انتقال گرما از دیوار مزبور برابر است با:

$$q=\frac{T_۱-T_۲}{\dfrac{۱}{h_۱A}+\dfrac{\Delta x}{kA}+\dfrac{۱}{h_۲A}}$$

که $T_۱$ و $T_۲$ دمای سیال در دو طرف دیوار و $h_۱$ و $h_۲$ ضرایب انتقال گرمای مربوطه‌اند.

حل:

در این مسأله کلاً سه نوع گرمای انتقال‌یافته داریم:

(۱) جابه‌جایی بین محیط ۱ و سطح جامد: $q_۱$ $\quad$ (۱) $\quad$ $q_۱=h_۱A(T_۱-T_L)$ $\Rightarrow$ $T_۱-T_L=\dfrac{q_۱}{h_۱A}$

(۲) هدایت در سطح جامد، $q_۲$ $\quad$ (۲) $\quad$ $q_۲=kA\dfrac{(T_L-T_R)}{\Delta x}$ $\Rightarrow$ $T_L-T_R=\dfrac{q_۲.\Delta x}{kA}$

(۳) جابه‌جایی بین سطح جامد و محیط ۲: $q_۳$ $\quad$ (۳) $\quad$ $q_۳=h_۲A(T_R-T_۲)$ $\Rightarrow$ $T_R-T_۲=\dfrac{q_۳}{h_۲A}$

مقدار گرمای انتقال‌یافته در سه مرحله برابر است، پس:

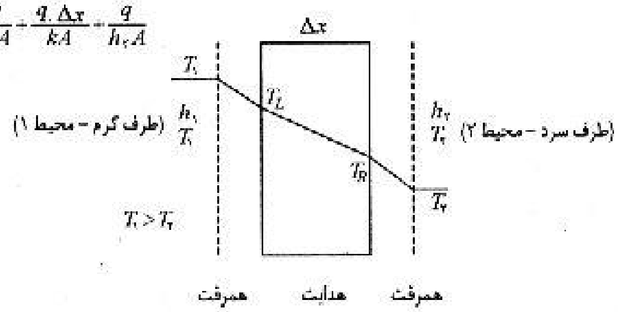
$$q_۱=q_۲=q_۳=q$$

طرفین روابط (۱)، (۲) و (۳) را با هم جمع می‌کنیم:

$$(T_۱-T_L)+(T_L-T_R)+(T_R-T_۲)=\frac{q}{h_۱A}+\frac{q.\Delta x}{kA}+\frac{q}{h_۲A}$$

$$T_۱-T_۲=q\left(\frac{۱}{h_۱A}+\frac{\Delta x}{kA}+\frac{۱}{h_۲A}\right)$$

$$\boxed{q=\frac{T_۱-T_۲}{\frac{۱}{h_۱A}+\frac{\Delta x}{kA}+\frac{۱}{h_۲A}}}$$



۲۴- دمای یک طرف دیوار تختی $۱۰۰°C$ است و طرف دیگر آن در محیطی جابه‌جایی با $T = ۱۰°C$ و $h = ۱۰\ W/m^۲.°C$ قرار دارد. دیوار مزبور دارای $k = ۱/۶\ W/m.°C$ و ضخامت $۴۰\ cm$ می‌باشد. آهنگ انتقال گرما از این دیوار را حساب کنید.

حل:

$T_W=۱۰۰°C$
$T_\infty=۱۰°C$
$h=۱۰\ W/m^۲.°C$
$k_W=۱/۶\ W/m.°C$
$\Delta x=۴۰cm$

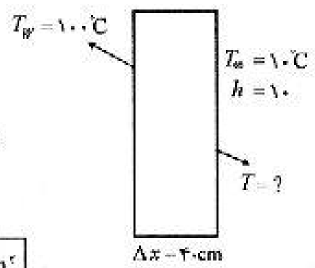
جابه‌جایی: $q_۱=hA\Delta T=۱۰A(T-۱۰)$

هدایت: $q_۲=kA\frac{\Delta T'}{L}=۱/۶A\frac{(۱۰۰-T)}{۰/۴}$

$$q_۱=q_۲ \Rightarrow ۱۰A(T-۱۰)=۱/۶A\frac{(۱۰۰-T)}{۰/۴} \Rightarrow$$

$$T=۳۵/۷۱۴°C$$

$$q=۱۰A(۳۵/۷۱۴-۱۰) \Rightarrow \boxed{\frac{q}{A}=۲۵۷/۱۴\ W/m^۲}$$



۲۵- انتقال گرما به طریق جابه‌جایی آزاد از صفحهٔ قائمی را با هدایت خالص از یک لایهٔ قائم هوا به ضخامت $۲/۵cm$ و با همان اختلاف دمایی $T_W - T_\infty$ مقایسه کنید. از اطلاعات جدول (۲-۱) استفاده کنید.

حل:

از جدول (۲-۱) و (۱-۱) داریم:

$$h=۴/۵\ W/m^۲°C \qquad k_{هوا}=۰/۰۲۴\ W/m\ °C$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{انتقال گرمای جابه‌جایی آزاد}=q''_۱=h\Delta T=۴/۵\Delta T\ \ W/m^۲\\ \text{انتقال گرمای هدایتی}=q''_۲=k\frac{\Delta T}{\Delta x}=\frac{۰/۰۲۴}{۰/۰۲۵}\Delta T=۰/۹۶\Delta T\ \ W/m^۲\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{q''_۱}{q''_۲}=۴/۶۸۷۵$$

۲۶- صفحه‌ای فولادی به ضخامت $\frac{۱}{۴}$ in و ضریب هدایت گرمایی $۲۵\ BTU/h.ft.°F$ را در محیط خلئی که در آن انتقال گرما به طریق جابه‌جایی قابل صرف نظر است، در معرض یک شار گرمایی تابشی به میزان $۱۵۰۰\ BTU/h.ft^۲$ قرار می‌دهیم. به‌فرض دمای سطحی که در معرض انرژی تابشی است $۱۰۰°F$ باشد دمای سطح دیگر، اگر تمام انرژی تابشی برخورنده به صفحه به‌طریق هدایت در آن انتقال یابد، چه‌قدر است؟

حل:

$$\left.\begin{array}{l} L=\frac{1}{4}\,\text{in} \\ k=25\ \text{BTU/hr.ft}\,^\circ\text{F} \\ \frac{q}{A}=1500\ \text{BTU/hr.ft}^2 \\ T_1=100\,^\circ\text{F} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{q}{A}=K\frac{\Delta T}{L} \Rightarrow \Delta T=\frac{(q/A)L}{K}=\frac{1500\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{12}}{25} \Rightarrow \Delta T=100-T_2=1/25$$

$$\Rightarrow \boxed{T_2=98/75\,^\circ\text{F}}$$

۲۷- صفحه‌ای فلزی که پشت آن کاملاً عایق شده، مقدار $700\ \text{W/m}^2$ شار گرمایی تابشی خورشیدی را جذب می‌کند. ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی روی صفحه $11\ \text{W/m}^2.^\circ\text{C}$ بوده و درجهٔ حرارت هوای محیط 30°C است. دمای صفحهٔ مزبور را در شرایط تعادل حساب کنید.

حل: چون یک طرف صفحه کاملاً عایق است باید کل انرژی دریافت‌شده، خارج شود تا دما ثابت بماند. پس در حالت تعادل داریم:

$$\left.\begin{array}{l} q=700\ \text{W/m}^2 \\ h=11\ \text{W/m}^2\,^\circ\text{C} \\ T_2=30\,^\circ\text{C} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} q_{\text{تشعشع}}=q_{\text{جابه‌جایی}} \\ 700=11\Delta T \Rightarrow \Delta T=63/64=T_1-T_2 \Rightarrow \boxed{T_1=63/64\,^\circ\text{F}} \end{array}$$

۲۸- استوانه‌ای به قطر $5\ \text{cm}$ را تا دمای 200°C گرم می‌کنند و در عرض آن هوای 30°C را با سرعت $50\ \text{m/s}$ می‌وزانند. در صورتی که گسیل سطحی ۰/۷ و دمای دیواره‌های اتاق حاوی استوانه 10°C باشد، کل اتلاف گرما در واحد طول را حساب کنید. محاسبه را توضیح دهید.

حل: از جدول (۲-۱):

$$h=180\ \text{W/m}^2\,^\circ\text{C} \qquad L=1\ \text{m}$$

$$q_{\text{جابه‌جایی}}=180\times\pi\times0/05(200-30)=480/4\ \text{W}$$

$$q_{\text{تشعشع}}=\varepsilon_1\varepsilon_2F_{12}A_1\sigma(\Delta T)$$

با فرض دیواره‌های سیاه داریم:

$$\varepsilon_2=F_{12}=1$$

$$q_{\text{تشعشع}}=0/7\times\pi\times0/05\,(5/005\times10^{10}-6/4\times10^{9})=271/978\ \text{W}$$

$$q_{\text{کل}}=q_{\text{جابه‌جایی}}+q_{\text{تشعشع}}=5076/1786\ \text{W}$$

درصد بیش‌تری از انتقال گرما مربوط به جابه‌جایی است.

۲۹- دمای صفحهٔ قائمی به ضلع $30\ \text{cm}$ برابر 50°C بوده و در معرض هوای اتاق با دمای 20°C قرار دارد. ضریب گسیل سطحی ۰/۸ است. کل گرمای تلف‌شده از دو طرف صفحه را بیابید.

حل:

$$q_{\text{کل}}=q_{\text{جابه‌جایی}}+q_{\text{تشعشع}} \qquad q_{\text{جابه‌جایی}}=h.A\,\Delta T$$

از جدول (۲-۱):

$$h=12\ \text{W/m}^2\,^\circ\text{C}$$

$$q_{\text{جابه‌جایی}}=4/5\times0/09\times30=12/15\ \text{W}$$

چون از دو طرف صفحه جابه‌جایی با محیط صورت می‌گیرد:

$$q_{\text{جابه‌جایی}}=2\times12/15=24/3\ \text{W}$$

$$q_{\text{تشعشع}}=\varepsilon\sigma A(T_1^4-T_2^4)=0/8\times5/67\times10^{-8}\times0/09\,(1/08\times10^{10}-7/37\times10^{9}) \qquad q_{\text{تشعشع}}=14/34\ \text{W}$$

از دو جهت:

$$q_{\text{تشعشع}}=2\times14/34=28/69\ \text{W}$$

$$\boxed{q_{\text{کل}}=52/99\ \text{W}}$$

۳۰- بر روی صفحهٔ سیاهی به ابعاد ۲۰ cm × ۲۰ هوا با دمای ۰°C با سرعت ۲ m/s می‌وزد. این صفحه در اتاق بزرگی قرار دارد که دمای دیواره‌هایش ۳۰°C است. پشت صفحه کاملاً عایق است. دمای صفحه را که ناشی از توازن جابه‌جایی – تابشی است، حساب کنید. از اطلاعات داده شده در جدول (۲-۱) استفاده کنید. آیا از نتیجهٔ به‌دست آمده تعجب می‌کنید؟

حل:
از جدول (۲-۱): $h = ۱۲\ \mathrm{W/m^2{}^\circ C}$

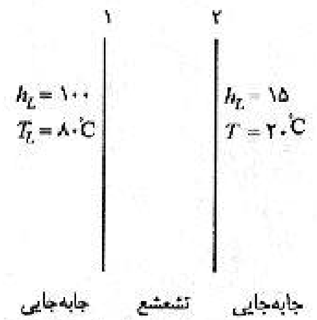
$$q''_{\text{جابه‌جایی}} = q''_{\text{تشعشع}} \Rightarrow ۱۲\times(T-۰) = ۵/۶۷\times۱۰^{-۸}(۸/۴\times۱۰^{۹}-T^۴) \Rightarrow \boxed{T = ۲۸۵\ \mathrm{K}}$$

۳۱- دو صفحهٔ سیاه بزرگ به‌وسیلهٔ خلأ از هم جدا شده‌اند. در طرف خارجی یکی از صفحات یک محیط جابه‌جایی به دمای $T = ۸۰°C$ و $h = ۱۰۰\ \mathrm{W/m^2.°C}$ وجود دارد، در حالی که طرف خارجی صفحهٔ دیگر در محیطی به دمای ۲۰°C و $h = ۱۵\ \mathrm{W/m^2.°C}$ قرار دارد. معادلهٔ انرژی در سیستم مزبور را نوشته و دماهای دو صفحه را تعیین کنید. در این مسأله $F_G = F_\varepsilon = ۱$.

حل:

(۱) جابه‌جایی بین محیط با دمای ۸۰°C و صفحه ۱: $q_۱$
(۲) تشعشع بین دو صفحه: $q_۲$
(۳) جابه‌جایی بین صفحه ۲ و محیط ۲۰°C: $q_۳$

اگر صفحات ضخامت داشتند باید هدایت داخل این صفحات را نیز در نظر گرفت.



در این حالت مشاهده می‌شود که این سه گرما باهم برابرند.

$$\frac{q_۱}{A} = h_L(T_L^۴ - T_۱^۴) = ۱۰۰(۳۵۳ - T_۱) \Rightarrow T_۱ = -\frac{q_۱}{۱۰۰A} + ۳۵۳ \qquad (۱)$$

$$\frac{q_۳}{A} = h_R(T_۲^۴ - T_R^۴) = ۱۵(T_۲ - ۲۹۳) \Rightarrow T_۲ = -\frac{q_۳}{۱۵A} + ۲۹۳ \qquad (۲)$$

$$\frac{q_۲}{A} = ۵/۶۷\times۱۰^{-۸}(T_۱^۴ - T_۲^۴) = ۵/۶۷\times۱۰^{-۸}\left[\left(-\frac{q_۱}{۱۰۰A}+۳۵۳\right)^۴ - \left(\frac{q_۳}{۱۵A}+۲۹۳\right)^۴\right] \qquad (۳)$$

از رابطه (۱): $q_۱ = q_۲ = q_۳ \Rightarrow \frac{q_۲}{A} = \frac{۳۵۳ + T_۱}{۱۰۰}$

از رابطه (۲): $T_۲ = \frac{۳۵۳ - T_۱}{۱۵۰۰} + ۲۹۳$

با جای‌گذاری مقادیر $\frac{q}{A}$ و $T_۲$ در رابطه (۳) داریم:
$$\frac{۳۵۳ + T_۱}{۱۰۰} = ۵/۶۷\times۱۰^{-۸}\left[T_۱^۴ - \left(\frac{۳۵۳ - T_۱}{۱۵۰۰} + ۲۹۳\right)^۴\right]$$

$$\boxed{T_۱ = ۲۹۳/۱۴\ \mathrm{K},\quad T_۲ = ۲۹۳/۰۳\ \mathrm{K}}$$

۳۵- با استفاده از مقادیر تقریبی ضرایب انتقال گرمای جابه‌جایی داده شده در جدول (۲-۱)، دمای سطح را در

حالتی به‌دست آورید که افت گرمای جابه‌جایی آزاد با افت گرمای تشعشعی از یک صفحهٔ مربعی عمودی به ضلع ۰/۳ m با یک استوانه به قطر ۵ cm که با هوای اطاق ۲۰°C در تماس است، دقیقاً برابر باشد. فرض کنید سطوح سیاه شده‌اند، به‌طوری که $\varepsilon = ۱$ و دمای محیط تشعشع همان دمای اتاق است.

حل: (الف) برای صفحهٔ مربع شکل

$$q_{\text{جابه‌جایی}} = q_{\text{تشعشع}} \Rightarrow h\Delta T = E\sigma(T_۱^۴ - T^۴)$$

از جدول (۲-۱):

$$h = ۴/۵ \ \mathrm{W/m^۲\,^\circ C}$$

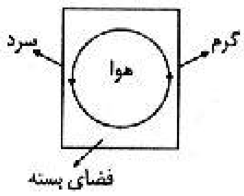
$$۴/۵\,(T_۱ - ۲۹۳) = ۱ \times ۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸}(T_۱^۴ - ۲۹۳^۴) \Rightarrow \boxed{T_۱ = ۳۴۳\ \mathrm{K}}$$

(ب) برای استوانه همان حالت بالا است، ولی با استفاده از جدول (۲-۱)، $h = ۶/۵$ است.

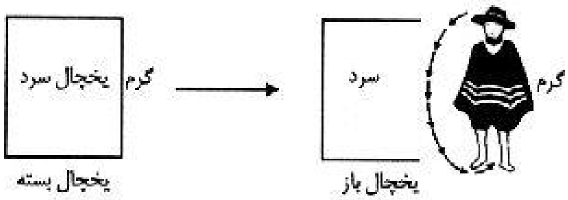
$$۶/۵\,(T_۱ - ۲۹۳) = ۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸}(T_۱^۴ - ۲۹۳^۴) \Rightarrow \boxed{T_۱ = ۳۹۳/۱۳\ \mathrm{K}}$$

لازم به ذکر است که حتی در حالت جابه‌جایی، دماها برحسب **K** به‌کار می‌رود.

۳۶- شخصی به مهندس اطلاع می‌دهد که وقتی در تابستان جلوی درب یخچال باز می‌ایستد، احساس می‌کند خنک‌تر می‌شود. مهندس می‌گوید که او خیال می‌کند؛ زیرا هیچ‌گونه بادبزنی داخل یخچال وجود ندارد که هوای خنک را بدمد. بحث جالبی در می‌گیرد، شما جانب چه کسی را می‌گیرید؟ چرا؟



حل: در این حالت انتقال گرما از طریق جابه‌جایی آزاد یا طبیعی مطرح است که بر اثر اختلاف دانسیته ایجاد می‌شود. با توجه به شکل مقابل می‌توانیم این مسأله را به‌راحتی توجیه کنیم؛ هوای داخل محفظه در دیوارهٔ سمت راست گرم شده و به‌طرف بالا می‌رود و بر اثر برخورد با جدارهٔ ظرف در سمت چپ سرد می‌شود. هوای سرد دانسیتهٔ بیش‌تری دارد و به سمت پایین می‌آید. این عمل به‌طور مرتب تکرار شده و یک چرخش طبیعی مشاهده می‌شود. با توجه به شکل پایین یک چرخش هوا در جلوی درب یخچال مشاهده می‌شود.



هوا وقتی با یخچال برخورد می‌کند سرد شده و به سمت پایین حرکت می‌کند؛ در نتیجه این چرخش سبب جابه‌جایی آزاد می‌شود و فرد احساس خنکی می‌کند.

۳۷- شخصی به مهندس اطلاع می‌دهد که «آب گرم زودتر از آب سرد یخ می‌زند». مهندس این امر را بی‌معنی می‌داند. شخص مزبور می‌گوید که این مسأله را به‌وسیلهٔ سینی‌های یخ یخچال آزمایش کرده و دریافته است که

آب گرم واقعاً سریع‌تر خنک می‌شود. آیا به نظر شما توضیح منطقی برای مشاهدات این شخص وجود دارد؟

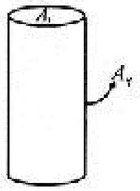
حل: اگر ظرف درب بسته باشد، آب گرم دیرتر یخ می‌زند. اما اگر آب در ظروف سرباز باشد، تبخیر صورت می‌گیرد و از جرم آن کم می‌شود، بنابراین برای انجماد به انتقال گرمای کم‌تری نیاز دارد. توجیه دیگری ندارد، زیرا به‌هرحال آب گرم مدتی زمان نیاز دارد تا به حالت اولیهٔ آب سرد برسد. دلیل دیگر این است که چون گرادیان اولیه برای آب گرم بیش‌تر است، بنابراین نرخ انتقال گرما با شیب بیش‌تری ادامه دارد.

۳۸- دمای کلاس درسی در تگزاس در تابستان با تهویه مطبوع در 22°C نگه داشته می‌شود. دانش‌آموزان در این کلاس با شلوارک و صندل و پیراهن نازک شرکت می‌کنند و کاملاً راحت‌اند. در همین کلاس در زمستان، همان دانش‌آموزان پیراهن‌های آستین‌بلند ، شلوار و ژاکت گرم‌کن می‌پوشند و وقتی دما 24°C است، راحت‌اند. به‌فرض رطوبت را در نظر نگیریم، این پدیدهٔ خلاف قاعدهٔ «راحتی دما (*temperature comfort*)» را توضیح دهید.

حل: در زمستان دیوارهای کلاس در اثر انتقال گرما با هوای بیرون سردترند، بنابراین انتقال گرما از شاگردان به دیوار انجام می‌شود و برای راحت‌بودن آن‌ها باید انتقال گرمای بیش‌تری از هوای کلاس به آن‌ها صورت گیرد، بنابراین باید دمای اتاق در زمستان از دمای اتاق در تابستان بیش‌تر باشد.

۳۹- از نظر مسألهٔ انتقال گرما می‌توان یک انسان را با استوانهٔ قائمی با ارتفاع 6 ft و قطر 1 ft تقریب زد. فرض کنید که دمای سطحی استوانه 78°F و $h = 2$ BTU/h.ft².°F و ضریب گسیل سطحی ۰/۹ است. این استوانه در اتاق بزرگی قرار دارد که دمای هوا در آن 68°F و دمای دیوار 45°F است. گرمای تلف‌شده از استوانه را حساب‌تکنید. مسأله را برای دمای دیوار 80°C تکرار کنید. از این محاسبات چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

حل:



جابه‌جایی: $q = h.A.\Delta T$

تشعشع: $q = E_1 E_2 F_{12} \sigma A (T_1^4 - T_2^4)$

کلاً گرما به دو صورت جابه‌جایی و تشعشع از استوانه منتقل می‌شود. نکته مهم این است که؛ برای استوانه مساحت A، مجموع مساحت جانبی و سطح بالایی است، یعنی مجموع $A_1 + A_2$

$A_1 = \pi d^2/4$ و $A_2 = \pi dL$

با توجه به مجموع مساحت‌ها، چون سطح پایین در تماس با زمین است، هیچ‌گونه نقشی در انتقال گرما، چه جابه‌جایی و چه تشعشع ندارد، بنابراین در A کلی وارد نشده است. البته سطح تماس با زمین انتقال گرمای هدایتی دارد، ولی با فرض این که کَفش عایق است، از این گرما صرف‌نظر می‌شود.

$$A = \frac{۳/۱۴ \times ۱^{۲}}{۴} + ۳/۱۴ \times ۱ \times ۶ = ۱۹/۶۲۵\ \text{ft}^{۲} = ۱/۸۲۳\ \text{m}^{۲}$$

$$q_{\text{جابه‌جایی}} = h.A.\Delta T = ۲ \times ۱۹/۶۲۵\,(۷۸ - ۶۸) = ۳۹۲/۵\ \text{BTU/hr}$$

$$q_{\text{تشعشعی}} = E_{۱}E_{۲}F_{۲}\sigma A\,(T_{۱}^{۴} - T_{۲}^{۴}) = ۰/۹ \times ۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸} \times ۱/۸۲۳\,(۷/۸۸ \times ۱۰^{۹} - ۶/۱۴ \times ۱۰^{۹})$$

$$q_{\text{تشعشعی}} = ۱۶۰\ \text{W} = ۵۴۵\ \text{BTU/hr}$$

$$q_{\text{کل}} = ۳۹۲/۵ + ۵۴۵ = ۹۳۷/۵\ \text{BTU/hr}$$

(ب) در این حالت مقدار $q_{\text{جابه‌جایی}}$ ثابت می‌ماند، چون دمای هوا و دمای سطح استوانه ثابت مانده است.

$$q_{\text{جابه‌جایی}} = ۳۹۲/۵\ \text{BTU/hr}$$

$$q_{\text{تشعشعی}} = ۰/۹ \times ۵/۶۷ \times ۱۰^{-۸} \times ۱/۸۲۳\,(۵/۵۵ \times ۱۰^{۹} - ۷/۸۸ \times ۱۰^{۹}) = -۲۱۰\ \text{W}$$

$$q_{\text{تشعشعی}} = -۲۱۰\ \text{W}$$

با توجه به علامت، انتقال گرما از دیوار به بدن است.

$$q_{\text{تشعشعی}} = -۷۱۶/۵\ \text{BTU/hr}$$

$$q_{\text{کل}} = q_{\text{خالص}} = -۷۱۶/۵ + ۳۹۲/۵ = -۳۲۴\ \text{BTU/hr}$$

۴۰- یک پیست اسکی یخی مجاور یک بازار خرید، با دمای هوای ۲۲°C و دمای دیواره‌های محیط تشعشعی ۲۵°C واقع شده است. ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی بین یخ و هوا، به‌خاطر حرکت هوا و حرکت اسکیت باز، ۱۰ W/m²·°C می‌باشد. ضریب گسیل یخ ۰/۹۵ است. اگر ابعاد زمین اسکیت ۱۲m × ۴۰m باشد، مقدار سرمای لازم برای این‌که یخ در دمای ۰°C باقی بماند را حساب کنید. اگر هیچ سرمایی ذخیره نشود و پشت سطح کاملاً عایق شده باشد، مقدار گرمای ذوب یخ و مدت زمان لازم برای این‌که ۳ mm از سطح یخ ذوب شود، را حساب کنید.

حل: انتقال گرما به یخ از دو طریق تشعشعی از دیواره‌ها و جابه‌جایی است:

$$q_{\text{کل}} = q_{\text{جابه‌جایی}} + q_{\text{تشعشعی}} \Rightarrow q_{\text{کل}} = hA(T_{\text{یخ}}^{۴} - T^{۴}) + \varepsilon A\sigma(T_{\text{یخ}}^{۴} - T_{w}^{۴})$$

$$A = ۱۲ \times ۴۰ = ۴۸۰\ \text{m}^{۲} \Rightarrow q_{\text{کل}} = ۱۰ \times ۴۸۰\,(۰ - ۲۲) + ۰/۹۵ \times ۴۸۰ \times ۵/۶۲ \times ۱۰^{-۸}\,(۲۷۳^{۴} - ۲۹۸^{۴})$$

$$\Rightarrow \boxed{q_{\text{کل}} = -۱۶۵۸۰۰\ \text{W}}$$

علامت منفی به‌خاطر این است که در این مسأله مقدار سرما لازم مورد نظر می‌باشد.

گرما با نرخ ۱۶۵۸۰۰ J/s به یخ انتقال می‌یابد. حال برای محاسبهٔ مقدار گرمای لازم برای ذوب ۳ mm از یخ داریم:

با استفاده از جدول $A-3$ در دمای صفر درجهٔ سانتی‌گراد داریم:

$$V = ۱۲ \times ۴۰ \times ۰/۰۰۳ = ۱/۴۴\ \mathrm{m^3}$$

$$\rho_{\text{یخ}} = ۹۱۰\ \mathrm{kg/m^3}$$

$$h_f = ۳۳۰\ \mathrm{kJ/kg}$$

جرم ذوب‌شده $m = \rho v = ۹۱۰ \times ۱/۴۴ = ۱۳۱۰/۴\ \mathrm{kg}$

گرمای ذوب $q = m h_f = ۱۳۱۰/۴ \times ۳۳۰ = ۴۳۲۴۳۲\ \mathrm{kg}$

در معادلهٔ بالا h_f همان $h_{\text{ذوب}}$ یا گرمای نهان ذوب است. برای محاسبهٔ مدت زمان لازم برای ذوب این مقدار یخ داریم:

$t \times$ نرخ انتقال حرارت = گرمای ذوب

$$t = \frac{\text{گرمای ذوب}}{\text{نرخ انتقال گرما}} = \frac{۴۳۲۴۳۲۰۰۰}{۱۶۵۸۰۰\ \mathrm{J/s}} = ۲۶۰۸\ \mathrm{s} = ۴۳/۵\ \mathrm{min} \Rightarrow \boxed{t = ۴۳/۵\ \mathrm{min}}$$

۲

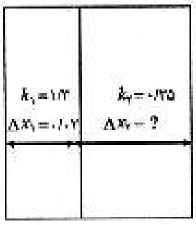
هدایت حالت پایدار - یک‌بعدی

۱- دیواری به ضخامت ۲ cm از ماده‌ای به ضریب هدایت گرمایی متوسط ۱/۳ W/m.°C ساخته شده و با ماده‌ای به ضریب هدایت گرمایی متوسط ۰/۳۵ W/m.°C عایق‌بندی شده است، به‌طوری که اتلاف گرمایی در هر متر مربع از ۱۸۳۰ W تجاوز نمی‌کند. با فرض آن که دمای سطح درونی و بیرونی دیوار عایق شده به‌ترتیب ۱۳۰۰ و ۳۰ °C باشد، ضخامت عایق مورد نظر را حساب کنید.

حل:

$$q' = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_2}{k_2} + \frac{\Delta x_1}{k_1}} = \frac{1300 - 30}{\frac{\Delta x_2}{0/35} + \frac{0/02}{1/3}} = 1830$$

$$\boxed{\Delta x_2 = 0/23375\ \mathrm{m}}$$



۲- مادهٔ مشخصی به ضخامت ۲/۵ cm و سطح مقطع ۰/۱ m² موجود است که دمای یک طرف آن ۳۵°C و دمای طرف دیگرش ۹۵°C می‌باشد. دما در صفحهٔ مرکزی جسم ۶۲°C بوده، جریان گرمایی در آن ۱ kW است. عبارتی برای تعیین ضریب هدایت گرمایی به صورت تابعی از دما به‌دست آورید.

حل: فرض می‌کنیم که ضریب هدایت گرمایی به صورت خطی با دما تغییر کند یعنی $k = k_0(1 + \beta T)$ و T_2 دمای صفحهٔ میانی باشد:

$$-q = k.A.\frac{dT}{dx} \Rightarrow k\frac{dT}{dx} = \frac{-q}{A} \Rightarrow \frac{-q}{A} = k_0(1+\beta T)\frac{dT}{dx} \Rightarrow q = \frac{-k_0 A}{L}\ [(T_2 - T_1) + \frac{\beta}{2}(T_2^2 - T_1^2)]$$

به همین ترتیب رابطهٔ مشابهی برای T_1 و T_2 می‌نویسیم. با این فرض که حد انتگرال برای dx از صفر تا $L/2$ می‌شود و چون مقدار گرمای هدایت یافته با هم برابر است، داریم:

$$\int_0^{L/2} \frac{-q}{A}\, dx = \int_{T_1}^{T_2} k_0(1+\beta T)\, dT \Rightarrow q = \frac{-k_0 A}{L/2}\ [(T_2 - T_1) + \frac{\beta}{2}(T_2^2 - T_1^2)]$$

$$T_3 = 95^\circ C,\ T_2 = 62^\circ C,\ T_1 = 35^\circ C,\ L = 0/025\ \mathrm{m}$$

از تساوی دو مقدار q داریم:

$$۲\,[(۶۲-۳۵)+\frac{\beta}{۲}(۶۲^۲-۳۵^۲)]=[(۹۵-۳۵)+\frac{\beta}{۲}(۹۵^۲-۳۵^۲)] \Rightarrow \boxed{\beta=-۴/۶۸\times ۱۰^{-۳}}$$

با قرار دادن مقدار β در معادلهٔ مربوط به q داریم:

$$۱۰۰۰=q=\frac{k_۰\times ۰/۱}{۰/۰۲۵}[(۹۵-۳۵)+\frac{۴/۶۸\times ۱۰^{-۳}}{۲}(۹۵^۲-۳۵^۲)] \Rightarrow k_۰=۵/۹۸۸ \Rightarrow \boxed{k=۵/۹۸۸(۱-۴/۶۸\times ۱۰^{-۳}T)}$$

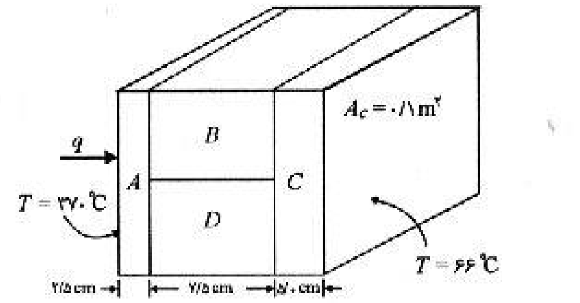
۳- دیوار مرکبی از یک صفحهٔ مسی به ضخامت ۲/۵ cm، یک لایهٔ پنبهٔ نسوز به ضخامت ۳/۲ mm و یک لایهٔ شیشهٔ لیفی به ضخامت ۵ cm تشکیل شده است. اگر اختلاف دمای دو طرف دیوار ۵۶۰°C باشد، جریان گرما به ازای واحد سطح را در این سازهٔ مرکب حساب کنید.

حل:

$$\frac{q}{A}=\frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_۱}{k_۱}+\frac{\Delta x_۲}{k_۲}+\frac{\Delta x_۳}{k_۳}}=\frac{۵۶۰}{\frac{۰/۰۲۵}{۳۸۶}+\frac{۰/۰۰۳۲}{۰/۱۶}+\frac{۰/۰۵}{۰/۰۳۸}}=۴۱۹\ \mathrm{W/m^۲}$$

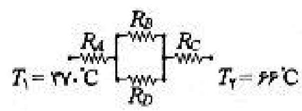
۴- انتقال گرما به ازای واحد سطح را برای دیوار مرکب شکل زیر پیدا کنید. جریان گرما را یک بعدی فرض کنید.

$k_A=۱۵۰\ \mathrm{W/m^\circ C}$
$k_B=۳۰\ \mathrm{W/m^\circ C}$
$k_C=۵۰\ \mathrm{W/m^\circ C}$
$k_D=۷۰\ \mathrm{W/m^\circ C}$
$A_B=A_D$



حل:

$$R_A=\frac{\Delta x_A}{k_A.A},\quad R_B=\frac{\Delta x_B}{k_B.A/۲},\quad R_D=\frac{\Delta x_D}{k_D.A/۲},\quad R_C=\frac{\Delta x_C}{k_C.A}$$



$$R_A=\frac{\Delta x_A}{k_A.A}=\frac{۰/۰۲۵}{۱۵.A}=\frac{۱/۶۶\times ۱۰^{-۴}}{A}=۱/۶۶\times ۱۰^{-۳},\quad R_B=\frac{۰/۰۷۵}{۳۰\times\frac{۰/۱}{۲}}=۰/۰۵,\quad R_D=\frac{۰/۰۷۵}{۷۰\times\frac{۰/۱}{۲}}=۰/۰۲۱$$

$$R_{BD}=\frac{R_B R_D}{R_B+R_D}=۰/۰۱۴,\quad R_C=\frac{۰/۰۵}{۵۰\times ۰/۱}=۰/۰۱,\quad R_t=R_A+R_{BD}+R_C=۰/۰۲۵۶$$

$$q=\frac{\Delta T}{R_t}=\frac{۳۷۰-۶۰}{۰/۰۲۵۶}=۱۲۱۰۹/۳۷۵\ \mathrm{W}\qquad \boxed{\frac{q}{A}=۱۲۱۰۹/۳۷۵\ \mathrm{W/m^۲}}$$

۵- دمای یک طرف بلوکی مسی به ضخامت ۵ cm، ۲۶۰°C است. طرف دیگر با لایهٔ شیشهٔ لیفی به ضخامت ۲/۵ cm پوشیده شده و دمای قسمت بیرونی شیشهٔ لیفی ۳۸°C است. جریان گرمای کلی از میان ترکیب مس و شیشهٔ لیفی ۴۴ kW می‌باشد. مساحت این بلوک را حساب کنید.

حل:

$$\frac{q}{A}=\frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{k_1}+\frac{\Delta x_2}{k_2}}=\frac{260-38}{\frac{0.05}{386}+\frac{0.025}{0.038}}=\frac{44000}{A} \Rightarrow \boxed{A=130.9\ \mathrm{m^2}}$$

۶- دیوار بیرونی ساختمانی از یک لایهٔ آجر معمولی به ضخامت ۱۰ cm و یک لایهٔ شیشهٔ لیفی ($k=0.05$ W/m.°C) به ضخامت ۲/۵ cm تشکیل شده است. جریان گرما در دیوار مزبور را وقتی اختلاف دمای دو طرف آن ۴۵°C است، حساب کنید.

حل:

$$q''=\frac{q}{A}=\frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{k_1}+\frac{\Delta x_2}{k_2}}=\frac{45}{\frac{0.1}{0.66}+\frac{0.025}{0.05}}=69.07\ \mathrm{W/m^2}$$

۷- دمای یک طرف بلوک مسی به ضخامت ۴ cm برابر ۱۷۵°C می‌باشد. طرف دیگر آن با یک لایهٔ شیشهٔ لیفی به ضخامت ۱/۵ cm پوشیده شده است. دمای بیرون شیشهٔ لیفی ۸۰°C و جریان گرمای کل از این بلوک ۳۰۰ W می‌باشد. مساحت بلوک چه‌قدر است؟

حل:

$$q''=\frac{q}{A}=\frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{k_1}+\frac{\Delta x_2}{k_2}} \Rightarrow \frac{300}{A}=\frac{95}{\frac{0.04}{385}+\frac{0.015}{0.038}} \Rightarrow \boxed{A=1.246\ \mathrm{m^2}}$$

۸- دیوار تختی از ماده‌ای ساخته شده است که ضریب هدایتی آن با توان دوم دما طبق رابطهٔ $k=k_0(1+\beta T^2)$ تغییر می‌کند. رابطه‌ای برای تعیین میزان انتقال گرما در این دیوار به‌دست آورید.

حل:

$$q=-k.A.\frac{dT}{dx}=-Ak_0(1+\beta T^2)\frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{-q}{k_0A}\int_0^L dx=\int_{T_1}^{T_2}(1+\beta T^2)\,dT \Rightarrow \frac{qL}{k_0A}=-\left[\left(T+\frac{\beta}{3}T^3\right)\right]_{T_1}^{T_2} \Rightarrow$$

$$-\frac{qL}{k_0A}=\left[(T_2-T_1)+\frac{\beta}{3}(T_2^3-T_1^3)\right] \Rightarrow \boxed{q=-\frac{k_0A}{L}\left[(T_2-T_1)+\frac{\beta}{3}(T_2^3-T_1^3)\right]}$$

۹- در جسمی به ضخامت ۳۰ cm و ضریب هدایت گرمایی ۰/۰۴ W/m.°C، تغییرات دما نسبت به x فاصله از سطح سمت چپ جسم به‌صورت $T=150x^2-30x$ می‌باشد، که در این رابطه x برحسب متر است. آهنگ جریان گرما را در $x=0$ و $x=0.3$ متر حساب کنید. مشخص کنید جسم گرم می‌شود یا سرد؟

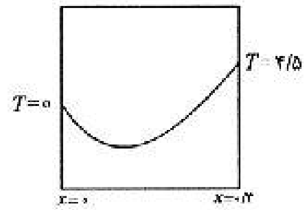
$$q=-kA.\frac{dT}{dx}=-kA.(300x-30)$$

کل جسم در دمای پایین بوده و با گرم‌کردن دو طرف دمای آن افزایش یافته است.

$$q''_x=\frac{q_x}{A}=0.04(300x-30)$$

$q''_{x=0}=-1.2\ \mathrm{W/m^2}$ در $x=0$ مقدار دما صفر است و داریم:

$q''_{x=0.3}=2.4\ \mathrm{W/m^2}$ در $x=0.3$ m دما ۴/۵°C است و داریم:



در $x = ۰$ گرما خارج شده و در $x = ۰/۳$ گرما وارد می‌شود.

یعنی جسم گرم می‌شود   گرمای خروجی < گرمای ورودی

راه حل دوم برای قسمت (ب):

$$\frac{d^2T}{dx^2} = ۳۰۰ > ۰ \Rightarrow$$ جسم گرم می‌شود

$$\frac{dT}{dx} = ۰ \Rightarrow ۳۰۰x - ۳۰ = ۰ \Rightarrow x = ۰/۱\text{m} \Rightarrow \boxed{T_{min} = -۱/۵}$$

۱۰- دیواری از ۲ cm مس، ۳ mm پنبهٔ نسوز ($k = ۰/۱۶۶$ W/m.°C) و ۶ cm شیشهٔ لیفی ساخته شده است. جریان گرما به‌ازای واحد سطح را برای اختلاف دمای کل ۵۰۰°C به‌دست آورید.

حل:

$$q'' = \frac{q}{A} = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2} + \frac{\Delta x_3}{k_3}} = \frac{۵۰۰}{\frac{۰/۰۲}{۳۸۵} + \frac{۰/۰۰۳}{۰/۱۶۶} + \frac{۰/۰۶}{۰/۰۳۸}} = ۳۱۳/۰۷ \text{W/m}^2$$

مقادیر k برای مس و شیشهٔ لیفی را از جدول گرفته‌ایم.

۱۱- دیوار ساختمانی از ۶ in بتون ($k = ۱/۲$ W/m.°C)، ۲ in عایق شیشهٔ لیفی، و $\frac{۳}{۸}$ in گچ ($k = ۰/۰۵$ W/m.°C) تشکیل شده است. ضرایب جابه‌جایی داخل و خارج به‌ترتیب عبارتند از: ۲ و ۷ BTU/h.ft².°F دمای هوای بیرون ۲۰°F و دمای داخل ۷۲°F است. ضریب انتقال گرمای کلی دیوار و اتلاف گرما به‌ازای واحد سطح را حساب کنید.

حل:

R_c: مقاومت بتون   و R_f: مقاومت شیشهٔ لیفی   ، R_g: مقاومت گچ

$$R_c = \frac{\frac{۶}{۱۲}}{۱/۲ \times ۰/۵۷۷۸} = ۰/۷۲۱ \ , \quad R_f = \frac{\frac{۲}{۱۲}}{۰/۰۳۸ \times ۰/۵۷۷۸} = ۷/۵۹ \ , \quad R_g = \frac{\frac{۰/۳۷۵}{۱۲}}{۰/۰۵ \times ۰/۵۷۷۸} = ۰/۰۸۲$$

$$R_i = \frac{۱}{۲} = ۰/۵ \ ، \ R_o = \frac{۱}{۷} = ۰/۱۴۳ \ ، \ \Sigma R = R_c + R_f + R_g + R_i + R_o \ ، \ U = \frac{۱}{\Sigma R} = ۰/۰۹۹۶$$ ضریب انتقال گرمای کلی

$$\boxed{q/A = \frac{\Delta T}{\Sigma R} = ۵/۱۸ \text{ BTU/h.ft}^2}$$

۱۲- دیواری از یک لایه فولاد ضد زنگ ($k = ۱۶$ W/m.°C) به ضخامت ۴ mm از دو طرف با مادهٔ پلاستیکی خاصی پوشیده شده است. ضریب انتقال گرمای کل با فرض جابه‌جایی در دو طرف پلاستیک ۱۲۰ W/m².°C است. اگر اختلاف دمای کل در عرض این دیوار ۶۰°C باشد، اختلاف دما در عرض فولاد را حساب کنید.

حل:

R_{ss}: مقاومت فولاد ضد زنگ   ، ΔT_{ss}: اختلاف دمای فولاد

$$R_{ss} = \frac{\Delta x}{k} = \frac{۰/۰۰۴}{۱۶} = ۰/۰۰۰۲۵ \ , \quad R_{overall} = \frac{۱}{U} = \frac{۱}{۱۲۰} = ۰/۰۰۸۳۳$$

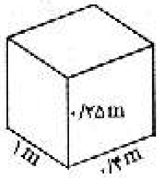
با توجه به این که شدت جریان گرمایی در کل دیوار و لایهٔ فولاد ثابت است، پس:

$$q'' = \frac{\Delta T_{overall}}{R_{overall}} = \frac{\Delta T_{ss}}{R_{ss}} \Rightarrow \frac{\Delta T_{ss}}{\Delta T_{ov}} = \frac{R_{ss}}{R_{ov}} = \frac{۰/۰۰۰۲۵}{۰/۰۰۸۳۳} = ۰/۳ \Rightarrow \boxed{\Delta T_{ss} = ۰/۳ \times ۶۰ = ۱۸^\circ\text{C}}$$

۱۳- یخ‌دانی از جنس اسفنج استیرو ($k = 0.033\ W/m.°C$) به ابعاد $25 \times 40 \times 100cm$ ساخته شده است و ضخامت دیوارهٔ آن ۵ cm می‌باشد. سطح خارجی یخ‌دان در هوای ۲۵°C با $h = 10\ W/m^2.°C$ قرار دارد. اگر یخ‌دان کاملاً پر از یخ باشد، زمان لازم برای ذوب‌شدن تمام یخ را حساب کنید. مفروضات خود را بیان کنید. گرمای ذوب یخ ۳۳۰ kJ/kg است.

حل: با توجه به ضخامت ۵ cm یخ‌دان، بدیهی است که مساحت داخل و خارج ظرف با هم فرق می‌کند، پس میزان انتقال گرما در داخل و خارج یخ‌دان نیز با هم فرق می‌کند.

$\rho = 999.8\ kg/m^3$
$V = 0.25 \times 0.4 \times 1 = 0.1\ m^3$
$m = \rho . V = 100\ kg$
$q = 100 \times 330 \times 10^3 = 3.3 \times 10^7 J$



$A_i = (2 \times 0.25 \times 0.4) + (2 \times 0.4 \times 1) + (2 \times 0.25 \times 1) = 1.5\ m^2$

توضیح: ابعاد خارجی یخ‌دان: $25 + 2\times5 = 35\ cm$ ، $40 + 2\times5 = 50\ cm$ ، $100 + 2\times5 = 110\ cm$

$A_o = (2 \times 0.35 \times 0.5) + (2 \times 0.5 \times 1.1) + (2 \times 0.35 \times 1.1) = 2.22 m^2$

$$A_m = \frac{A_i + A_o}{2} = 1.86\ m^2 \Rightarrow R_s = \frac{\Delta x}{k A_m} = \frac{0.05}{0.033 \times 1.86} = 0.8146 \cdot R_o = \frac{1}{hA_o} = 0.045 \Rightarrow R_{kl} = R_s + R_o = 0.8596$$

$$\frac{Q}{\Delta T} = \frac{3.3 \times 10^7}{\Delta t} = \frac{\Delta T}{R} = \frac{25 - 0}{0.8596} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 1.135 \times 10^6\ sec = 315\ h = 13\ days}$$

۱۴- دمای مخزن کروی به قطر ۱ m برابر ۱۲۰°C بوده و در محیط جابه‌جایی با $h = 25\ W/m^2.°C$ و $T_\infty = 15°C$ قرار دارد. چه ضخامتی از اسفنج اورتان باید اضافه کنیم تا دمای بیرونی عایق از ۴۰°C بیش‌تر نشود؟ با نصب این عایق اتلاف گرما چه‌قدر کاهش می‌یابد؟

حل:

$d = 1m$
$T_1 = 120°C$
$h = 25 W/m^2.°C$
$T_\infty = 15°C$

$$q_1 = \frac{\Delta T}{\frac{1}{hA}} = \frac{120 - 15}{\frac{1}{25(4\pi r^2)}} = 8242.5\ W$$

$$q_2 = \frac{\Delta T}{\frac{1}{hA} + \frac{1/r_i - 1/r_o}{4\pi k}} = \frac{105}{\frac{1}{25(4\pi r^2)} + \frac{1/0.5 - 1/r_o}{4 \times 18 \times 10^{-3} \times 3.14}}$$

$$q_3 = \frac{40 - 15}{\frac{1/0.5 - 1/r_o}{4 \times 18 \times 10^{-3} \times 3.14}} = \frac{5.652}{\frac{1}{0.5} - \frac{1}{r_o}}$$

$$q_2 = q_3 \Rightarrow \frac{105}{\frac{1}{314\ r_o^2} + \frac{r_o - 0.5}{0.11304\ r_o}} = \frac{5.652}{\frac{1}{0.5} - \frac{1}{r_o}} \Rightarrow 210 - \frac{105}{r_o} = \frac{0.018}{r_o^2} + 50 - \frac{25}{r_o}$$

$$\Rightarrow 210 r_o^2 - 105 r_o = 0.018 + 50 r_o^2 - 25 r_o \Rightarrow 160 r_o^2 - 80 r_o - 0.018 = 0 \Rightarrow r_o = 0.5 \times 225\ m$$

$\Rightarrow \Delta r = 0.00225\ m = 2.25\ mm$ ضخامت عایق

$$q_2 = \frac{5.652}{\frac{1}{0.5} - \frac{1}{0.5 \times 225}} = 6282.83\ W \Rightarrow \Delta q = 1959.674\ W \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta q}{q} \times 100 = \%23.77}$$

۱۵- کره‌ای توخالی از جنس آلومینیم با قطر داخلی ۴ cm و قطر خارجی ۸۰ cm ساخته شده است. دمای داخلی آن ۱۰۰°C و دمای خارجی‌اش ۵۰°C می‌باشد. انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$d_i = ۴\,\text{cm}$
$d_o = ۸۰\,\text{cm}$
$T_i = ۱۰۰\,^\circ\text{C}$
$T_o = ۵۰\,^\circ\text{C}$

$$q_r = \frac{\Delta T}{\frac{1/r_i - 1/r_o}{۴\pi k}} = \frac{۱۰۰ - ۵۰}{\frac{\frac{۱}{۰/۰۲} - \frac{۱}{۰/۴}}{۴ \times ۲۰۸/۲۵ \times ۳/۱۴}} = ۵۲۳۱/۲۴\ \text{W}$$

توضیح: برای محاسبهٔ k، با استفاده از روش میان‌یابی داریم:

$T:\ ۱۰۰\quad ۲۰۰$
$k:\ ۲۰۶\quad ۲۱۵$

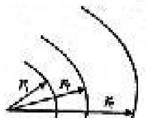
$$\Rightarrow T_{av} = \frac{۱۵۰ + ۱۰۰}{۲} = ۱۲۵ \Rightarrow k = ۲۰۸/۲۵$$

۱۶- فرض کنید که کرهٔ مسألهٔ ۱۵ با یک لایهٔ عایق به ضخامت ۱ cm و $k = ۵۰\ \text{mW/m.°C}$ پوشیده شده است و سطح خارجی آن (عایق) در محیطی با $h = ۲۰\ \text{W/m}^2\text{.°C}$ و $T_\infty = ۱۰\,°\text{C}$ قرار دارد. دمای داخل کره در ۱۰۰°C نگه‌داری می‌شود. انتقال گرما را در این شرایط حساب کنید.

حل:

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{1/r_1 - 1/r_2}{۴\pi k_s} + \frac{1/r_2 - 1/r_3}{۴\pi k} + \frac{۱}{h\,۴\pi r_3^2}}$$

$$q = \frac{۱۰۰ - ۵۰}{\frac{\frac{۱}{۰/۰۲} - \frac{۱}{۰/۰۴}}{۴ \times ۲۰۸/۲۵ \times ۳/۱۴} + \frac{\frac{۱}{۰/۰۴} - \frac{۱}{۰/۰۵}}{۴ \times ۰/۰۵ \times ۳/۱۴} + \frac{۱}{۲۰ \times ۴ \times ۰/۰۵^۲ \times ۳/۱۴}} = ۹/۴۱\ \text{W}$$



۱۷- ابعاد لولهٔ فولادی استاندارد در پیوست A داده شده است. به‌فرض یک لوله نمرهٔ ۸۰ با قطر ۳ in (3-in *schedule*) را با ۱ in عایق با $k = ۶۰\ \text{mW/m.°C}$ پوشانده و سطح بیرونی عایق در محیطی با $h = ۱۰\ \text{W/m}^2\text{.°C}$ و $T_\infty = ۲۰\,°\text{C}$ قرار دارد. دمای سطح بیرونی لوله ۲۵۰°C است. مقادیر زیر را به‌ازای واحد طول حساب کنید: الف - مقاومت گرمای کل؛ ب - اتلاف گرما.

حل: از جدول پیوست A:

$d_i = ۲/۹۰\ \text{in},\quad d_o = ۳/۵۰\ \text{in},\quad k = ۴۳\ \text{W/m.°C}$

$$R_{\text{لوله فولادی}} = \frac{\ln\left(\frac{۳/۵۰}{۲/۹۰}\right)}{۲\pi \times ۴۳ \times ۱} = ۶/۹۶ \times ۱۰^{-۴},\qquad R_{\text{عایق}} = \frac{\ln\left(\frac{۵/۵۰}{۳/۵۰}\right)}{۲\pi \times ۰/۰۶ \times ۱} = ۱/۱۹۹۹$$

$$R_{\text{جابه‌جایی}} = \frac{۱}{hA_o} = \frac{۱}{۱۰ \times \pi \times ۵/۵ \times ۰/۰۲۵۴} = ۰/۲۲۷۸$$

$$R_{\text{کل}} = ۶/۹۶ \times ۱۰^{-۴} + ۱/۱۹۹۹ + ۰/۲۲۷۸ = ۱/۴۲۷$$

ب)

$$q = \frac{\Delta T}{R} = \frac{۲۵۰ - ۲۰}{۱/۴۲۷} = ۶۱۰/۱\ \text{W/m}$$

۱۸- یک لولهٔ فولادی به قطر خارجی ۵ cm با عایق پنبهٔ نسوز ($k = ۰/۰۹۶\ \text{BTU/h.ft.°F}$) به ضخامت ۶/۴ mm و سپس با لایهٔ عایق شیشهٔ لیفی ($k = ۰/۰۲۸\ \text{BTU/h.ft.°F}$) به ضخامت ۲۵ mm پوشیده شده است. دمای

دیوارهٔ لوله ۳۱۵°C و دمای سطح عایق ۳۸°C می‌باشد. دمای سطح مشترک پنبهٔ نسوز و شیشهٔ لیفی را حساب کنید.

حل:

$k_A = 0/096\ \mathrm{BTU/h.ft.°F} = 0/166\ \mathrm{W/m.°C}$ آزبست (پنبهٔ نسوز)

$k_f = 0/028\ \mathrm{BTU/h.ft.°F} = 0/0485\ \mathrm{W/m.°C}$ شیشهٔ لیفی

$$q = \frac{\Delta T}{R} = \frac{315 - T_i}{\dfrac{\ln\left(\frac{31/4}{25}\right)}{0/166}} = \frac{T_i - 38}{\dfrac{\ln\left(\frac{56/4}{31/4}\right)}{0/0485}} \Rightarrow 0/7283\,(315 - T_i) = 0/0828\,(T_i - 38) \Rightarrow \boxed{T_i = 286/7\ \mathrm{°C}}$$

۱۹- عبارتی برای محاسبهٔ مقاومت گرمایی یک پوستهٔ کرهٔ توخالی به شعاع درونی r_i و شعاع خارجی r_o و به ضریب هدایت گرمایی k به‌دست آورید.

حل:

$$q_r = -kA\frac{dT}{dr} = -k\,4\pi r^2\frac{dT}{dr} \Rightarrow q_r\int_{r_i}^{r_o}\frac{dr}{r^2} = -k\,4\pi\int_{T_i}^{T_o} dT \Rightarrow q_r\left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_i}\right) = -4\pi k\,(T_o - T_i) \Rightarrow$$

$$q_r = \frac{-4\pi k\,(T_o - T_i)}{\left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_i}\right)} = \frac{\Delta T}{R} \Rightarrow q_r = \frac{(T_o - T_i)}{\frac{1}{4\pi k}\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}\right)} \Rightarrow \boxed{R = \frac{\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}\right)}{4\pi k}}$$

۲۰- دمای سیمی به قطر ۱ mm برابر ۴۰۰°C بوده، در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۰°C و $h = 120\ \mathrm{W/m^2.°C}$ قرار دارد. ضریب هدایت گرمایی عایقی به ضخامت ۲/۰ mm را برای رسیدن به شعاع بحرانی حساب کنید. چه ضخامتی از این عایق باید به سیم افزود تا انتقال گرما را در مقایسه با سیم لخت ۷۵٪ کاهش دهد؟

حل:

$d_i = 1\ \mathrm{mm}$

$T_i = 400\ \mathrm{°C}$

$T_\infty = 40$

$h = 120\ \mathrm{W/m.°C}$

(الف) $r_i = 0/5\ \mathrm{mm} = 5\times 10^{-4}\ \mathrm{m}$

$$r_o = \frac{k}{h} = 5\times 10^{-4} + 2\times 10^{-4} = 7\times 10^{-4} \Rightarrow k = 7\times 10^{-4}\times 120 = 0/084\ \mathrm{W/m.°C}$$

(ب) $q_{\text{سیم لخت}} = \pi \times 0/001 \times 120 \times (400 - 40) = 135/7\ \mathrm{W/m}$

اگر سیم با عایق انتقال گرما را ۷۵٪ کاهش دهد، داریم: $q_{\text{با عایق}} = 0/25 \times 135/7 = 33/93\ \mathrm{W/m}$

$$q = \frac{400 - 40}{\dfrac{\ln\left(\frac{r_o}{5\times 10^{-4}}\right)}{2\pi(0/084)} + \dfrac{1}{2\pi(120)\,r_o}} = 33/93$$

با سعی و خطا داریم: $r_o = 135\ \mathrm{mm}$ $\boxed{\text{ضخامت} = 135 - 0/5 = 134/5\ \mathrm{mm}}$

۲۱- لوله‌ای فولادی نمرهٔ ۴۰ به قطر ۲ in (پیوست A را ببینید) دارای ضریب هدایت گرمایی $k = 27\ \mathrm{BTU/h.ft.°F}$

است. سیال داخل لوله دارای $h = 30\ \mathrm{BTU/h.ft^2.°F}$ بوده و سطح خارجی لوله با عایق شیشهٔ لیفی به ضخامت $0/5$ in و $k = 0/022\ \mathrm{BTU/h.ft.°F}$ پوشیده شده است. ضریب جابه‌جایی در سطح خارجی عایق $2\ \mathrm{BTU/h.ft^2.°F}$، دمای سیال درونی $320°\mathrm{F}$ و دمای محیط $70°\mathrm{F}$ است. میزان اتلاف گرمایی را به‌ازای واحد طول لوله (فوت) حساب کنید.

حل:

مقاوت لوله:

$$R_p = \frac{\ln\left(\frac{2/375}{2/067}\right)}{30 \times \pi \times 2/067} = 8/188 \times 10^{-4}$$

مقاومت داخلی لوله:

$$R_i = \frac{\left(\frac{1}{12}\right)}{30 \times \pi \times 2/067} = 6/16 \times 10^{-2}$$

مقاومت خارجی (محیط):

$$R_t = \frac{\left(\frac{1}{12}\right)}{2 \times \pi \times 3/375} = 5/659 \times 10^{-1}$$

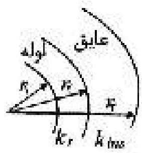
مقاومت عایق:

$$R_{ins} = \frac{\ln\left(\frac{3/375}{2/375}\right)}{2 \times \pi \times 27} = 2/427$$

$$\frac{q}{L} = \frac{\Delta T}{\Sigma R} = \frac{320 - 70}{\Sigma R} = 81/7\ \mathrm{BTU/h.ft}$$

۲۲- رابطه‌ای برای تعیین شعاع بحرانی عایق در یک کره بیابید.

حل: با توجه به شکل هدف محاسبهٔ r_3 می‌باشد.



$$q = \frac{\Delta T}{\frac{1/r_1 - 1/r_2}{4\pi k_s} + \frac{1/r_2 - 1/r_3}{4\pi k_{ins}} + \frac{1}{h 4\pi r_3^2}}$$

$$\frac{dq}{dr_3} = 0 \Rightarrow \Delta T = \text{ثابت}$$

$$\frac{(0 \times \text{مخرج}) - \left[-\frac{1}{4\pi k_{ins}}\left(-\frac{1}{r_3^2}\right) + \frac{1}{h 4\pi}\left(-\frac{2}{r_3^3}\right)\right]\Delta T}{(\text{مخرج})^2} = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{4\pi k_{ins}}\left(\frac{1}{r_3^2}\right) + \frac{1}{h 2\pi}\left(\frac{1}{r_3^3}\right) = 0 \Rightarrow -\frac{r_3}{k_{ins}} + \frac{2}{h} = 0 \Rightarrow \boxed{r_3 = \frac{2 k_{ins}}{h}}$$

۲۳- مخزنی استوانه‌ای به قطر ۸۰ cm و ارتفاع ۲ m دارای آب $80°\mathrm{C}$ است. نود درصد مخزن پر شده است، دور آن را باید طوری عایق کرد که افت دمای آب بیش از $2°\mathrm{C}$ بر ساعت نباشد. با استفاده از اطلاعات ارائه شده در این فصل، مادهٔ عایقی را مشخص کنید و برای این آهنگ خنک‌شدن محاسبات لازم را انجام دهید.

حل:

جرم آب وقتی ٪۹۰ مخزن پر باشد $= 0/9 \times \pi \times 0/8^2 \times 2 \times \frac{1}{4} \times 970 = 877\ \mathrm{kg}$

$$q = m.C.\Delta t = 877 \times 4191 \times \frac{2}{3600} = 2043\ \mathrm{W(J/s)}$$

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi \cdot 0/4^2 + 2\pi \times 0/4 \times 2 = 6/0288\ \mathrm{m^2}$$

با انتخاب عایق شیشهٔ لیفی داریم:

$$k = 40\ \mathrm{mW/m.°C}$$

$$q = k A \frac{dT}{dx} \Rightarrow \Delta x = \frac{40 \times 10^{-3} \times 6/0288 \times (80 - 20)}{2043} \Rightarrow \boxed{\Delta x = 4/7 \times 10^{-3}\ \mathrm{m} = 4/7\ \mathrm{mm}}$$

۲۴- دمای سطح داخلی لولهٔ بخار داغ ۲۵۰°C، قطر داخلی آن ۸ cm و ضخامت دیوارهٔ آن ۵/۵ mm است. این لوله را با عایقی به ضخامت ۹ cm و $k =$ ۰/۵ W/m.°C و سپس با لایهٔ عایق دیگری به ضخامت ۴ cm و $k =$ ۰/۲۵ W/m.°C پوشانده‌ایم. دمای خارجی عایق ۲۰°C است. اتلاف گرما را به‌ازای واحد طول لوله حساب کنید. برای این لوله $k =$ ۴۷ W/m.°C است.

حل:

$$L = ۱\ \text{m} \qquad R_p = \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{۲\pi kL} = \frac{\ln\left(\frac{۰/۰۴۵۵}{۰/۰۴}\right)}{۲\times\pi\times۴۷} = ۴/۳۶\times۱۰^{-۴}$$ مقاومت گرمایی لوله:

$$R_{ins_1} = \frac{\ln\left(\frac{۲۷/۱}{۹/۱}\right)}{۲\times\pi\times۰/۵} = ۰/۳۴۷۵$$ مقاومت گرمایی عایق ۱:

$$R_{ins_2} = \frac{\ln\left(\frac{۳۵/۱}{۲۷/۱}\right)}{۲\times\pi\times۰/۲۵} = ۰/۸۲۴۶$$ مقاومت گرمایی عایق ۲:

$$R_{tot} = \Sigma R = ۱/۱۷۲ \quad , \quad q = \frac{\Delta T}{\Sigma R} = \frac{۲۵۰-۲۰}{۱/۱۷۲} = ۱۹۶/۲\ \text{W/m}$$

توضیح: در این مسأله برای R_p از شعاع در عبارت لگاریتم و در عبارت‌های R_{ins} از قطر استفاده شده است.

۲۵- دیوار خانه‌ای از دو لایهٔ ۱/۲ cm عایق لیفی و یک لایهٔ ۸ cm پنبهٔ نسوز و یک لایهٔ ۱۰ cm آجر معمولی ساخته شده است. به‌فرض ضرایب انتقال گرمای جابه‌جایی دو طرف دیوار ۱۵ W/m².°C باشد، ضریب انتقال گرمای کل را به‌دست آورید.

حل:

(۱) عایق لیفی: $k =$ ۰/۰۳۸ W/m.°C و $\Delta x = ۲\times۱/۲ = ۲/۴$ cm

(۲) پنبهٔ نسوز: $k =$ ۰/۱۵۴ W/m.°C و $\Delta x =$ ۸ cm

(۳) آجر: $k =$ ۰/۶۹ W/m.°C و $\Delta x =$ ۱۰ cm

(۴) محیط: $h =$ ۱۵ W/m².°C

$$R_۱ = \frac{\Delta x}{kA} = \frac{۰/۰۱۲}{۰/۰۳۸\times A} = \frac{۰/۶۳}{A} \quad , \quad R_۲ = \frac{۰/۰۸}{۰/۱۵۴\times A} = \frac{۰/۵۱۹۵}{A} \quad , \quad R_۳ = \frac{۰/۱}{۰/۶۹\times A} = \frac{۱/۴۴۹}{A}$$

دو محیط جابه‌جایی داریم پس مقاومت آن در ۲ ضرب می‌شود:

$$R_۴ = \frac{۱}{hA}\times۲ = \frac{۲}{۱۵\times A} = \frac{۰/۱۳۳}{A}$$

$$U = \frac{۱}{R_t A} = \frac{۱}{A\,\Sigma R} = ۰/۷\ \text{W/m}^۲\text{°C}$$

۲۶- مقدار R را برای عایق‌های زیر به‌دست آورید.

(الف) اسفنج یورتان؛ (ب) شیشهٔ لیفی؛ (ج) بلوک‌های پشم معدنی؛ (د) بلوک‌های سیلیکات کلسیم.

حل:

$R = L/kA$

$A = L = ۱$

اسفنج یورتان $k_۱ =$ ۰/۰۱۸ W/m.°C $\longrightarrow R_۱ =$ ۵۵/۶

شیشهٔ لیفی $k_۲ =$ ۰/۴۶ W/m.°C $\longrightarrow R_۲ =$ ۲/۱۷

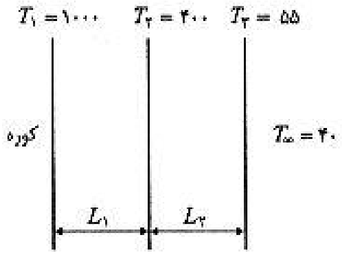
بلوک‌های پشم معدنی $k_۳ =$ ۰/۰۹۱ W/m.°C $\longrightarrow R_۳ =$ ۱۱

بلوک‌های سیلیکات کلسیم $k_۴ =$ ۰/۵۸۵ W/m.°C $\longrightarrow R_۴ =$ ۱/۷۱

۲۷- می‌خواهیم برای دیوارهٔ کوره‌ای به دمای ۱۰۰۰°C سیستم عایقی انتخاب کنیم. نخست یک لایهٔ پشم معدنی و

سپس از تخته‌های شیشهٔ لیفی استفاده می‌کنیم. سطح بیرونی عایق در محیطی با $h = 15\ \text{W/m}^2.°\text{C}$ و $T_\infty = 40°\text{C}$ قرار دارد. با استفاده از داده‌های جدول ۱-۲ ضخامت هر عایق را طوری حساب کنید که دمای سطح بین آن‌ها کم‌تر از ۴۰۰°C و دمای بیرون آن‌ها کم‌تر از ۵۵°C باشد. از مقدار متوسط ضریب هدایت گرمایی استفاده کنید. میزان اتلاف گرما را برحسب وات بر متر مربع حساب کنید.

حل:



$$k_1 = 0.091 \quad , \quad k_2 = 0.0425\ \text{W/m.°C}$$

$$R_1 = \frac{L_1}{k_1 A} = \frac{10.989\, L_1}{A}$$

$$R_2 = \frac{L_2}{k_2 A} = \frac{23.53\, L_2}{A}$$

$$R_3 = \frac{1}{hA} = \frac{0.0667}{A}$$

$$\frac{q}{A} = q'' = \frac{\Delta T_1}{R_1} = \frac{1000-400}{10.989\, L_1} = \frac{400-55}{23.53\, L_2} = \frac{55-40}{0.0667} = 225\ \text{W/m}^2$$

$$L_1 = 0.2426\ \text{m} \quad , \quad L_2 = 0.0652\ \text{m}$$

۲۸- برای توزیع دما در یک دیوار تخت با چشمه‌های گرمایی یکنواخت، که دمای یک طرف آن T_1 و طرف دیگرش T_2 است، عبارتی بیابید. ضخامت دیوار $2L$ است.

حل:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot q}{k} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{\dot q}{k}x + c_1 \Rightarrow T = -\frac{\dot q}{2k}x^2 + c_1 x + c_2 \qquad (1)$$

شرط مرزی ۱: $x = 0 \ , \ T = T_1 \Rightarrow c_2 = T_1$

شرط مرزی ۲: $x = 2L \ , \ T = T_2 \Rightarrow T_2 = -\frac{\dot q}{2k}(2L)^2 + c_1(2L) + T_1 \Rightarrow c_1 = \frac{T_2 - T_1}{2L} + \frac{2\dot q L^2}{k}$

با جای‌گذاری مقادیر c_1 و c_2 در معادلهٔ (۱) داریم:

$$T = -\frac{\dot q}{2k}x^2 + \frac{\left(T_2 - T_1 + \frac{2\dot q L^2}{k}\right)}{2L}x + T_1 \Rightarrow \boxed{T = -\frac{\dot q}{2k}x^2 + \left(\frac{T_2 - T_1}{2L} + \frac{\dot q L}{k}\right)x + T_1}$$

۲۹- برای توزیع دما در یک دیوار تخت با چشمه‌های گرمایی که طبق رابطهٔ زیر تغییر می‌کند عبارتی بیابید.

$$\dot q = \dot q_w\,[1 + \beta(T - T_w)]$$

که در آن q_w مقداری ثابت و برابر گرمای ایجادشده به‌ازای واحد حجم است، وقتی که دمای دیوار T_w باشد. دمای دو طرف دیوار T_w و ضخامت آن $2L$ است.

حل:

$$\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{\dot q}{k}=0 \Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2}=-\frac{\dot q}{k}=-\frac{\dot q_w}{k}[1+\beta(T-T_w)] \Rightarrow$$

$$\frac{d^2T}{1+\beta(T-T_w)}=-\frac{\dot q_w}{k}\,dx^2 \Rightarrow \boxed{\frac{dT}{1+\beta}\ln[1+\beta(T-T_w)]=\left(-\frac{\dot q_w}{k}x+c_1\right)dx}$$

برای معادلهٔ دیفرانسیل بالا دو شرط مرزی به‌صورت $T_w = T_{(x=0)} = T_{(x=2L)}$ داریم.

۳۰– در داخل دیوار تختی به ضخامت ۶ cm گرمایی با آهنگ ۰/۳ MW/m³ تولید می‌شود. یک طرف دیوار عایق شده و طرف دیگر در محیطی به دمای ۹۳°C قرار دارد. ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی بین دیوار و محیط ۵۷۰ W/m².°C و ضریب هدایت گرمایی دیوار ۲۱ W/m.°C می‌باشد. دمای ماکزیمم دیوار را به‌دست آورید.

حل:

$$\frac{d^2T}{dx^2}=-\frac{\dot q}{k}=-\frac{300}{21} \Rightarrow \frac{dT}{dx}=-14/286\,x+c_1 \Rightarrow T=-7/143\,x^2+c_1x+c_2 \quad (1)$$

شرط مرزی: $x=0/06\ ,\ q=0 \Rightarrow \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0/06}=0 \Rightarrow -14/286\times 0/06+c_1=0 \Rightarrow c_1=0/857$

شرط مرزی: $k\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0}=h(T_{x=0}-T_\infty) \Rightarrow 0=570(c_2-T_\infty) \Rightarrow c_2=90$

با جای‌گذاری مقادیر ثابت در رابطه (۱) داریم: $T=-7/143\,x^2+0/857\,x+90$

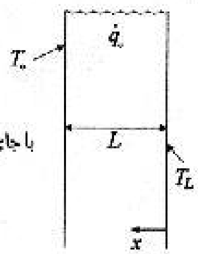
در دمای ماکزیمم داریم: $\frac{dT}{dx}=0 \Rightarrow -14/286\,x+0/857=0 \Rightarrow x=0/06 \Rightarrow \boxed{T_{max}=90/077}$

۳۱– دیوار حفاظ یک راکتور هسته‌ای را در نظر بگیرید. دیوار مزبور شار اشعهٔ گاما را طوری دریافت می‌کند که طبق رابطهٔ زیر گرما تولید می‌شود:

$$\dot q=\dot q_0\, e^{-ax}$$

که $\dot q_0$ گرمای تولیدی در سطح درونی دیوارِ در معرض شار اشعهٔ گاما، و a مقدار ثابت است. با استفاده از این رابطه برای توزیع دما در دیواری به ضخامت L رابطه‌ای به‌دست آورید. دمای درونی و بیرونی دیوار به‌ترتیب T_i و T_0 است. هم‌چنین عبارتی برای دمای ماکزیمم دیوار به‌دست آورید.

حل:



$$\dot q_x=\dot q_0\, e^{-ax}\ ,\qquad \frac{d^2T}{dx^2}=-\frac{\dot q_0}{k}e^{-ax}$$

مقادیر مرزی: $(1)\ T=T_i\ ,\ x=0 \qquad (2)\ T=T_0\ ,\ x=L$

با جای‌گذاری مقادیر در دستور دما داریم: $c_1=T_i+\frac{\dot q_0}{a^2k}\ ,\ c_2=\frac{T_0-T_i-\frac{q_0}{a^2k}(1-e^{-aL})}{L}$

$$T=T_i+\frac{\dot q_0}{a^2k}+\frac{T_0-T_i-\frac{\dot q_0}{a^2k}(1-e^{-aL})x}{L}+\frac{-\dot q}{a^2k}\,e^{-ax}$$

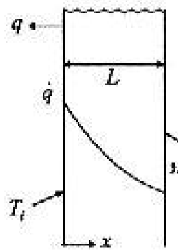
برای محاسبه دمای ماکزیمم داریم: $\frac{dT}{dx}=0 \Rightarrow \frac{dT}{dx}=\frac{-\dot q_0}{a^2 k L}(1-e^{-aL})+\frac{\dot q_0}{a^2 k}\times(-a)\,e^{-ax}=0$

از رابطه بالا x به‌دست می‌آید: $x=-\frac{1}{a}\ln\left(-\frac{1-e^{-aL}}{aL}\right)$ یا $x=-\frac{1}{a}\ln\left(\frac{e^{-aL}-1}{aL}\right)$

با قرار دادن مقدار x در رابطه اصلی دما، برای دمای ماکزیمم رابطه‌ای به‌دست می‌آید.

۳۳- مسألهٔ ۳۱ را به‌فرض سطح بیرونی بی‌دررو و دمای درونی T_i باشد، دوباره حل کنید.

حل:



$$\dot q=\dot q_0\,e^{-ax}\,,\qquad \frac{d^2T}{dx^2}=-\frac{\dot q_0}{k}e^{-ax}$$

$$T=c_1+c_2x-\frac{\dot q_0}{a^2k}\,e^{-ax}$$

مقادیر مرزی: $(1)\ T=T_i\ ,\ x=0 \qquad (2)\ \frac{dT}{dx}=0\ ,\ x=L$ (عایق)

با جای‌گذاری مقادیر مرزی داریم: $c_1=T_i+\frac{\dot q_0}{a^2k}\ ,\ c_2=-\frac{\dot q_0}{a^2k}\,e^{-aL}$

$$T=T_i+\frac{\dot q_0}{a^2k}-\frac{\dot q_0\,e^{-aL}}{a^2k}\,x-\frac{\dot q_0}{a^2k}\,e^{-ax}$$

۳۴- در یک میلهٔ چهارگوش مسی به ضلع ۲/۵ cm گرما با آهنگ ۳۵/۳ MW/m³ تولید می‌شود. میله در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۰°C و ضریب انتقال گرمای ۴۰۰۰ W/m².°C می‌باشد. دمای سطح میله را بیابید.

حل:

$$\dot q.V=h.A.(T_w-T_\infty)\Rightarrow \dot q.A.L=h.p.L.(T_w-T_\infty)$$

$$(35.3\times10^6)(0.025)^2=(4000)(4)(0.025)(T_w-20)\Rightarrow \boxed{T_w=75.16\ ^\circ C}$$

در این حالت انتقال گرما را در چهار وجه در نظر گرفتیم به همین علت در عدد ۴ ضرب کردیم.

۳۵- گرمای تولیدی داخل دیوار تختی به ضخامت 2L طبق رابطهٔ $\dot q=\dot q_0\cos ax$ تغییر می‌کند، که $\dot q_0$ گرمای تولیدی به‌ازای واحد حجم در مرکز دیوار ($x=0$) و a مقدار ثابت است. اگر دو طرف دیوار در دمای ثابت T_w باشد، عبارتی برای افت گرمایی دیوار به‌ازای واحد سطح بیابید.

حل: $\frac{d^2T}{dx^2}+\frac{\dot q_0}{k}\cos(ax)=0 \Rightarrow \frac{dT}{dx}=-\frac{\dot q_0}{a\,k}\sin(ax)+c_1 \Rightarrow T=\frac{\dot q_0}{a^2k}\cos(ax)+c_1x+c_2$

شرط مرزی: $x=\pm L\ ,\ T=T_w$

$$\cos(aL)=\cos(-aL)\Rightarrow c_1=0\ ,\ c_2=T_w-\frac{\dot q_0}{a^2k}\cos(aL)$$

$$T=\frac{\dot q_0}{a^2k}\cos(ax)+T_w-\frac{\dot q}{a^2k}\cos(aL)\ ,\quad q=-2kA\frac{dT}{dx}\Rightarrow \boxed{q''=\frac{2\dot q_0}{a}\sin(ax)}$$

۳۶- از ماده‌ای نیمه‌هادی با ضریب هدایت ۰/۰۱۲۴ W/cm.°C میلهٔ مستطیلی با سطح مقطع ۱ cm² و طول ۳ cm

ساخته‌اند. یک طرف میله در دمای $۳۰۰°C$ و طرف دیگرش در دمای $۱۰۰°C$ می‌باشد. از آن جریانی به شدت A ۵۰ عبور می‌کند. به‌فرض سطح جانبی میله عایق باشد، دمای مرکز آن را حساب کنید. ضریب مقاومت را $\Omega.cm$ $۱/۵ \times ۱۰^{-۴}$ در نظر بگیرید.

حل:

$$k = ۰/۰۱۲۴ \ W/cm.°C = ۱/۱۲۴ \ W/m.°C \quad , \rho = ۱/۵ \times ۱۰^{-۴} \ \Omega.cm$$

$$R = (۱/۵ \times ۱۰^{-۴})\left(\frac{۳}{۱}\right) = ۴/۵ \times ۱۰^{-۳} \qquad q = RI^۲ = (۴/۵ \times ۱۰^{-۳})\ (۵۰)^۲ = ۱۱/۲۵ \ W$$

$$\dot{q} = \frac{q}{V} = \frac{۱۱/۲۵}{۳ \times ۱۰^{-۶}} = ۳/۷۵ \ MW/m^۳$$

$$T = \frac{-\dot{q}}{۲k} x^۲ + c_۱ x + c_۲$$

شرایط مرزی:

$$(۱)\ x = ۰/۰۱۵\ ,\quad T = ۱۰۰°C \qquad (۲)\ x = -۰/۰۱۵\ ,\ T = ۳۰۰°C$$

$$۳۰۰ - ۱۰۰ = c_۱(-۰/۰۱۵ - ۰/۰۱۵) \Rightarrow \qquad c_۱ = -۶۶۶۷$$

$$۳۰۰ = \frac{(-۳/۷۵ \times ۱۰^۶)(۰/۰۱۵)^۲}{(۲)(۱/۲۴)} - (۶۶۶۷)(۰/۰۱۵) + c_۲ \Rightarrow c_۲ = ۵۴۰/۲$$

$$T = \frac{-۳/۷۵}{۲ \times ۱/۲۴} x^۲ - ۶۶۶۷x + ۵۴۰/۲ \Rightarrow \quad T = -۱/۵۱۲x^۲ - ۶۶۶۷x + ۵۴۰/۲$$

$$x = ۰ \Rightarrow \boxed{T = c_۲ = ۵۴۰/۲°C}$$

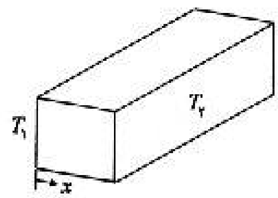
۳۷- توزیع دما در دیوار تختی به‌صورت زیر است:

$$\frac{T - T_۱}{T_۲ - T_۱} = c_۱ + c_۲ x^۲ + c_۳ x^۳$$

که $T_۱$ و $T_۲$ دمای دو طرف دیوار می‌باشند. اگر ضریب k ثابت و ضخامت دیوار L باشد، برای تولید گرما به‌ازای واحد حجم عبارتی را به‌صورت تابعی از x به‌دست آورید که x فاصله از صفحه‌ای با دمای $T_۱$ است. در $x = ۰$ نرخ تولید گرما را $\dot{q}_۰$ در نظر بگیرید.

حل: به‌فرض k ثابت و گرما به‌صورت یک‌بعدی باشد و هیچ‌گونه ذخیرهٔ انرژی نداریم.

$$\frac{d^۲T}{dx^۲} + \frac{\dot{q}}{k} = ۰ \Rightarrow T - T_۱ = (T_۲ - T_۱)(c_۱ + c_۲x^۲ + c_۳x^۳)$$



$$T = T_۱ + (T_۲ - T_۱)(c_۱ + c_۲x^۲ + c_۳x^۳)$$

$$\frac{dT}{dx} = (T_۲ - T_۱)(۲c_۲x + ۳c_۳x^۲)$$

$$\frac{d^۲T}{dx^۲} = (T_۲ - T_۱)(۲c_۲ + ۶c_۳x)$$

$$(۱)\ x = ۰\ ,\ T = T_۱ \Rightarrow c_۱ = ۰ \qquad (۲)\ x = L\ ,\ T = T_۲ \Rightarrow \quad c_۳ = \frac{۱}{L^۳} + \frac{\dot{q}_۰}{۲kL(T_۲ - T_۱)}$$

$$(۳)\ x = ۰\ ,\ \dot{q} = \dot{q}_۰ \Rightarrow \quad c_۲ = -\frac{\dot{q}_۰}{۲k(T_۲ - T_۱)}$$

$$\boxed{\dot{q}_x = -\dot{q}_۰ - \left[\frac{۳k}{L^۳}(T_۲ - T_۱) + \frac{۳\dot{q}_۰}{۲L}\right]x}$$

۳۸- سیم‌های گرم‌کنی برقی را در دیوار توپری به ضخامت ۸ cm و $k = 2.5\ \mathrm{W/m.^\circ C}$ نصب کرده‌اند. سطح سمت راست دیوار در محیط جابه‌جایی با $h = 50\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$ و $T_\infty = 30^\circ C$ و سطح سمت چپ آن در محیط جابه‌جایی با $h = 75\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$ و $T_\infty = 75^\circ C$ قرار دارد. حداکثر آهنگ تولید گرما چه‌قدر باید باشد تا حداکثر دمای دیوار از ۳۰۰°C تجاوز نکند؟

حل:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{\dot q}{k} \Rightarrow T = -\frac{\dot q\, x^2}{2k} + c_1 x + c_2$$

$$2.5\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = 50(T_{x=0} - T_{\infty 1}) \Rightarrow 2.5\, c_1 = 50(c_2 - 30) \Rightarrow 50c_2 - 2.5\, c_1 = 1500 \quad (1)$$

$$2.5\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0.08} = 75(T_{x=0.08} - T_{\infty 2}) \Rightarrow 2.5\left(-\frac{\dot q \times 0.08}{2.5} + c_1\right) = 75(-0.00128\dot q + 0.08 c_1 + c_2 - 50)$$

$$\Rightarrow -0.08\,\dot q + 2.5c_1 = -0.096\,\dot q + 6c_1 + 75c_2 - 3750 \quad (2)$$

از حل دستگاه معادلات بالا داریم:

$$\begin{cases} 3.5c_1 + 75c_2 = -0.016\,\dot q - 3750 \\ -2.5c_1 + 50c_2 = 1500 \end{cases}$$

$$c_1 = 0.0022\dot q - 560\,,\ c_2 = -0.00011\dot q - 11.38 \Rightarrow T = -\frac{\dot q\, x^2}{5} + (0.0022\dot q - 560)x - 0.00011\dot q - 11.38$$

ماکزیمم دما:

$$\frac{dT}{dx} = 0 \Rightarrow -\frac{2\dot q\, x}{5} + 0.0022\dot q - 560 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1400}{\dot q} + 0.0055$$

$$300^\circ C = T_{max} = -\frac{\dot q}{5}\left(-\frac{1400}{\dot q} + 0.0055\right)^2 + (0.0022\dot q - 560)\left(-\frac{1400}{\dot q} + 0.0055\right) - 0.00011\dot q - 11.38$$

$$\boxed{\dot q = 3022899.9\ \mathrm{W/m^3} = 3.0229\ \mathrm{MW/m^3}}$$

۳۹- در صفحه‌ای به ضخامت ۳ cm، گرما با آهنگ یکنواخت $5 \times 10^5\ \mathrm{W/m^3}$ تولید می‌شود. یک طرف صفحه در دمای ۲۰۰°C و طرف دیگر در ۵۰°C قرار دارد. با فرض $k = 20\ \mathrm{W/m.^\circ C}$ دما در مرکز صفحه را به‌دست آورید.

حل:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{\dot q}{k} = -\frac{5 \times 10^5}{20} \Rightarrow T = -12500x^2 + c_1 x + c_2$$

شرایط مرزی:

$$x = 0\ ,\ T = 200^\circ C \Rightarrow c_2 = 200\ ,\quad x = 0.03\ ,\ T = 50^\circ C \Rightarrow c_1 = -4625$$

$$T = -12500x^2 - 4625x + 200$$

دما در مرکز صفحه:

$$x = 0.015\ ,\ \boxed{T = 127.8^\circ C}$$

۴۰- در صفحه‌ای از جنس فولاد ضد زنگ با $k = 20\ \mathrm{W/m.^\circ C}$ گرما به‌طور یکنواخت تولید می‌شود. ضخامت صفحه ۱ cm و آهنگ تولید گرما $500\ \mathrm{MW/m^3}$ است. اگر دمای دو طرف صفحه به‌ترتیب ۱۰۰°C و ۲۰۰°C باشد، دمای مرکز صفحه را بیابید.

حل:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{\dot q}{k} = -\frac{500}{20} \Rightarrow T = -125 \times 10^5 x^2 + c_1 x + c_2$$

شرایط مرزی:

$$x = 0\ ,\ T = 100^\circ C \Rightarrow c_2 = 100\ ,\quad x = 0.01\ ,\ T = 200^\circ C \Rightarrow c_1 = 135000$$

$$T = -125 \times 10^5 x^2 + 135000x + 100$$

$$x = 0.005\ ,\ \boxed{T = 462.5^\circ C}$$

۴۱- صفحه‌ای به ضخامت ۴ mm دارای منبع داخلی تولید گرما به قدرت ۲۰۰ MW/m^3 و $k = ۲۵$ W/m.°C است. یک طرف این صفحه عایق و دمای طرف دیگر آن در ۱۰۰°C ثابت نگه داشته شده است. حداکثر دمای صفحه را به‌دست آورید.

حل:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}}{k} = -\frac{200\times10^6}{25} \Rightarrow T = -4\times10^6x^2 + c_1x + c_2$$

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0.004} = -8\times10^6\times0.004 + c_1 = 0 \Rightarrow c_1 = 32000$$

شرط مرزی:

$$x = 0\ ,\ T = 100^\circ C \Rightarrow c_2 = 100$$

$$T = -4\times10^6x^2 + 32000x + 100$$

$$\frac{dT}{dx} = 0 \Rightarrow x = 0.004\ ,\ \boxed{T_{max} = 164^\circ C}$$

۴۲- از سیمی به جنس فولاد ضد زنگ به قطر ۳/۲ mm و طول ۳۰ cm، ولتاژی برابر ۱۰ ولت عبور می‌کند. دمای بیرون سیم ۹۳°C می‌باشد.دمای ماکزیمم را حساب کنید؛ اگر مقاومت سیم ۷۰ μΩ.cm و هدایت گرمایی ۲۲/۵ W/m.°C باشد.

حل:

$$\dot{q}.\pi r^2.L = \frac{I^2}{R} = \frac{10^2\times\pi\times0.16^2}{7\times10^{-6}\times30} \Rightarrow \dot{q} = 1587\ MW/m^3$$

$$T_0 = \frac{\dot{q}.r^2}{4k} + T_w = \frac{1.587\times10^9\times(1.6\times10^{-3})^2}{4\times22.5} + 93 \Rightarrow \boxed{T_0 = 138.1^\circ C}$$

۴۳- سیم گرم‌کن مثال ۴-۲ را در سیالی به دمای ۹۳°C فرو می‌بریم. ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی ۵/۷ $W/m^2.^\circ C$ است. دمای ماکزیمم را حساب کنید.

حل:

$$(200)^2(0.099) = (5700)(2\times10^{-3})(1)(T_w - 93) \Rightarrow T_w = 166.7^\circ C \Rightarrow T_0 = 166.7 + 16.6 = 183.3^\circ C$$

۴۴- برای گرم‌کردن لوله‌ای که در آن سیال سردی جاری است، از یک جریان الکتریکی استفاده می‌شود. برای به حداقل رساندن اتلاف گرما به محیط، سطح خارجی لوله را عایق کرده‌اند. برای اندازه‌گیری دما از ترموکوپل‌های متصل به سطح خارجی استفاده می‌شود. با فرض یکنواخت بودن تولید گرما در لوله، عبارتی برای تعیین ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی در داخل لوله برحسب متغیرهای اندازه‌گیری شدهٔ زیر به‌دست آورید: ولتاژ E، شدت جریان I، دمای بیرونی دیوارهٔ لوله T_o، شعاع درونی و بیرونی r_i و r_o، طول لوله L و دمای سیال T_f.

حل:

$q = VI =$ شدت جریان × ولتاژ

$q = \dot{q}.V =$ حجم × تولید گرما در واحد حجم

$$q = E.I = q.\pi.(r_o - r_i)L = h.2\pi rL(T_i - T_f)$$

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dT}{dr} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \Rightarrow T = \frac{-\dot{q}.r^2}{4k} + c_1\ln r + c_2$$

$$r = r_o \;,\; T = T_o \Rightarrow T_o = \frac{-\dot{q}.r_o^2}{4k} + c_1 \ln r_o + c_2$$

شرایط مرزی:

$$r = r_o \;,\; \frac{dT}{dr} = 0 \Rightarrow \frac{-\dot{q}.r_o}{2k} + \frac{c_1}{r_o} = 0$$

$$c_1 = \frac{-\dot{q}.r_o^2}{2k} \Rightarrow T_i = \frac{-\dot{q}.r_i^2}{4k} + \frac{\dot{q}.r_o^2}{2k}\ln r_i + c_2 \;,\; T_o = \frac{-\dot{q}.r_o^2}{4k} + \frac{\dot{q}.r_o^2}{2k}\ln r_o + c_2$$

$$\Rightarrow T_i = T_o - \frac{\dot{q}}{4k}(r_i^2 - r_o^2) + \frac{\dot{q}.r_o^2}{2k}\ln\frac{r_i}{r_o} \quad (1) \qquad \dot{q} = \frac{E.I}{\pi(r_i^2 - r_o^2)L} \quad (2)$$

رابطهٔ (۱) و (۲) را در رابطهٔ $E.I = 2\pi r L h\,(T_i - T_f)$ وارد می‌کنیم و سپس برای h حل می‌کنیم.

۴۵- عبارتی برای توزیع دما در کره‌ای به شعاع r، دارای منبع تولید گرمای یکنواخت $\dot{q}$ و دمای سطح T_w ثابت، به‌دست آورید.

حل: فرضیات: $\dot{q}$ یکنواخت می‌باشد، در $r = R$ داریم $T = T_w$، حالت پایدار، دما فقط با شعاع تغییر می‌کند.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2(rT)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial T}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial\theta^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

از ساده‌کردن معادله داریم:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2(rT)}{\partial r^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

$$\frac{\partial^2(rT)}{\partial r^2} = -\frac{\dot{q}}{k}r \xrightarrow{\text{پس از انتگرال‌گیری}} T = -\frac{\dot{q}.r^2}{6k} + c_1 + \frac{c_2}{r}$$

$$\dot{q}.\frac{4}{3}\pi R^3 = -k.4\pi r^2.\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} \Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}.r}{3k}$$

شرایط مرزی:

$$r = R \;,\; T = T_w$$

$$\left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=R} = 0$$

از شرایط مرزی بالا داریم:

$$c_1 = T_w + \frac{\dot{q}.r^2}{6k} \;,\; c_2 = 0$$

$$\boxed{T - T_w = \frac{\dot{q}}{6k}(R^2 - r^2)}$$

۴۶- کره‌ای از جنس فولاد ضد زنگ ($k = 16$ W/m.°C) به قطر ۴ cm را در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۰°C و $h = 15$ W/m².°C قرار داده‌ایم. داخل کره گرمایی با آهنگ ۱ MW/m³ تولید می‌شود. دمای حالت پایدار در مرکز کره را بیابید.

حل: از مسألهٔ (۲-۴۵) داریم:

$$T - T_w = \frac{\dot{q}}{6k}(R^2 - r^2) \Rightarrow T_0 - T_w = \frac{10^6 \times 0.02^2}{6 \times 16} = 4.17\ ^\circ C$$

$$q = \dot{q}.V = \dot{q}.\frac{4}{3}\pi r^3 = h.4\pi r^2(T_w - T_\infty) \Rightarrow T_w - T_\infty = \frac{10^6 \times 0.02}{3 \times 15} = 444.4\ ^\circ C$$

$$\boxed{T_0 = 444.4 + 4.17 = 448.6\ ^\circ C}$$

۴۷- از کابل برقی از جنس آلیاژ آلومینیم که دارای $k = ۱۹۰$ W/m.°C و قطر ۳۰ mm است، جریانی به شدت ۲۳۰ A عبور می‌کند. ضریب مقاومت کابل ۲/۹ μΩ.cm و دمای سطح بیرونی آن ۱۸۰°C است. وقتی دمای محیط ۱۵°C باشد، حداکثر دمای کابل را بیابید.

حل:

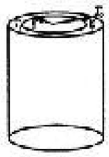
$$\frac{R}{L} = \frac{\rho}{\pi r^{۲}} = \frac{۲/۹\times۱۰^{-۶}}{\pi\times۱/۵^{۲}} = ۴/۱\times۱۰^{-۷}\ \Omega/\text{cm} = ۴/۱\times۱۰^{-۵}\ \Omega/\text{m}$$

$$\dot{q} = \frac{q}{V} = \frac{RI^{۲}}{V} = \frac{۲۳۰^{۲}\times۴/۱\times۱۰^{-۵}}{\pi\times۰/۰۱۵^{۲}} = ۳/۰۷\times۱۰^{۳}\ \text{W/m}^{۳}$$

$$T_o = \frac{۳/۰۷\times۱۰^{۳}\times۰/۰۱۵^{۲}}{۴\times۱۹۰} + ۱۸۰ = ۱۸۰/۰۰۹\ ^\circ\text{C}$$

۴۸- برای توزیع دما در استوانه‌ای توخالی عبارتی بیابید که چشمه‌های گرمایی آن طبق رابطهٔ خطی $\dot{q}_i = a + br$ تغییر می‌کند؛ که $\dot{q}_i$ آهنگ تولید گرما به‌ازای واحد حجم در $r = r_i$ است. دمای داخلی و خارجی $T = T_i$ در $r = r_i$ و $T = T_o$ و $r = r_o$ است.

حل:



$$\dot{q} = a + br$$

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = -\frac{\dot{q}.r}{k} = -\frac{(ar + br^{۲})}{k} \Rightarrow r\frac{dT}{dr} = -\frac{۱}{k}\left(\frac{ar^{۲}}{۲} + \frac{br^{۳}}{۳}\right) + c_۱$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{۱}{k}\left(\frac{ar}{۲} + \frac{br^{۲}}{۳}\right) + \frac{c_۱}{r} \Rightarrow T = -\frac{۱}{k}\left(\frac{ar^{۲}}{۴} + \frac{br^{۳}}{۹}\right) + c_۱\ln r + c_۲ \quad (۱)$$

شرایط مرزی:
$$\left.\begin{array}{l}(۱)\ r = r_i\ ,\ T = T_i\\ (۲)\ r = r_o\ ,\ T = T_o\end{array}\right\} \Rightarrow$$

با در نظر گرفتن شرایط مرزی:

$$c_۱ = \frac{T_i - T_o - \frac{۱}{k}\left[\frac{a(r_o^{۲} - r_i^{۲})}{۴} + \frac{b(r_o^{۳} - r_i^{۳})}{۹}\right]}{\ln\frac{r_i}{r_o}}$$

$$c_۲ = T_o + \left(\frac{ar_o^{۲}}{۴} + \frac{br_o^{۳}}{۹}\right) + \frac{T_i - T_o - \frac{۱}{k}\left[\frac{a(r_o^{۲} - r_i^{۲})}{۴} + \frac{b(r_o^{۳} - r_i^{۳})}{۹}\right]}{\ln r_o}$$

هم‌چنین:

$$r = r_i\ ,\ \dot{q} = \dot{q}_i = a + br_i$$

با قرار دادن ثابت‌ها در معادله (۱) رابطه توزیع دما به‌دست می‌آید.

۴۹- سطح بیرونی سیم مسی به قطر ۲ mm در محیط جابه‌جایی با $h = ۵۰۰۰$ W/m².°C و $T_\infty = ۱۰۰$°C قرار

دارد. چه جریانی باید از سیم بگذرد تا دمای مرکز سیم ۱۵۰°C باشد؟ این مسأله را برای سیم آلومینیومی با همان قطر تکرار کنید. مقاومت ویژهٔ مس $1.67\ \mu\Omega.cm$ است.

حل:

$$T(r) = -\frac{\dot{q}\,r^2}{4k} + c_1 \ln r + c_2$$

شرایط مرزی:

$$(1)\ r = 0,\ \frac{dT}{dr} = 0 \Rightarrow c_1 = 0 \quad (2)\ r = R,\ T = T_w \Rightarrow c_2 = T_w + \frac{\dot{q}R^2}{4k}$$

$$\dot{q}V = hA\Delta T \Rightarrow \dot{q}\,\pi r^2 L = h(2\pi RL)(T_w - T_\infty) \Rightarrow T_w = \frac{\dot{q}R}{2h} + T_\infty \Rightarrow$$

$$c_2 = \frac{\dot{q}R^2}{4k} + \frac{\dot{q}R}{2h} + T_\infty \Rightarrow T = -\frac{\dot{q}r^2}{4k} + \frac{\dot{q}R^2}{4k} + \frac{\dot{q}R}{2h} + T_\infty \Rightarrow$$

$$\dot{q} = \frac{T - T_\infty}{\frac{R}{2h} + \frac{R^2}{4k} - \frac{r^2}{4k}}$$

شرایط مرکز لوله را داریم:

$$\dot{q} = \frac{150 - 100}{\frac{0.001}{2\times 5000} + \frac{0.001^2}{4\times 385} - 0} = 496774193\ W$$

$$\frac{R}{L} = -\frac{\rho}{\pi R^2} = \frac{1.67\times 10^{-6}}{\pi\times(0.001)^2} = 5.315\times 10^{-3}\ \Omega/cm = 5.315\times 10^{-1}\ \Omega/m$$

$$\dot{q} = \frac{RI^2}{V} = \frac{RI^2}{AL} = \frac{0.5315\times I^2}{\pi(0.001)^2} = 496774193\ W \Rightarrow \boxed{I = 54.18\ A}$$

۵۰- قطر داخلی لوله‌ای ۲/۵ cm و ضخامت دیوارهٔ آن ۰/۴ mm است و در محیطی با $h = 100\ W/m^2.°C$ و $T_\infty = 40°C$ قرار دارد. گرما با چه آهنگی در این لوله تولید شود تا حداکثر دمای لوله به‌ازای $k = 24\ W/m.°C$ برابر ۲۵۰°C باشد؟

حل:

$$r_i = 0.0125\ m,\ r_o = 0.0129\ m$$

بفرض سطح داخلی عایق‌بندی شده باشد.

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}\,r}{2k} + \frac{c_1}{r}$$

شرط مرزی:

$$r = r_i,\ \frac{dT}{dr} = 0 \Rightarrow c_1 = \frac{\dot{q}\,r_i^2}{2k} \qquad (a)$$

$$T = -\frac{\dot{q}\,r^2}{4k} + c_1 \ln r + c_2 \Rightarrow T_i = -\frac{\dot{q}\,r_i^2}{4k} + c_1 \ln r_i + c_2,\quad T_o = -\frac{\dot{q}\,r_o^2}{4k} + c_1 \ln r_o + c_2$$

$$T_i - T_o = \frac{\dot{q}}{4k}(r_o^2 - r_i^2) + c_1 \ln\left(\frac{r_i}{r_o}\right) \qquad (b)$$

$$q = \dot{q}V = \dot{q}\,\pi(r_o^2 - r_i^2) = h\pi(2r_o)L(T_o - T_\infty) \qquad (c)$$

با جای‌گذاری (a) در (b) داریم:

$$T_i - T_o = \frac{\dot{q}}{4k}(r_o^2 - r_i^2) + \frac{\dot{q}\,r_i^2}{2k}\ln\left(\frac{r_i}{r_o}\right) \qquad (d)$$

$$T_i = 250°C,\ h = 100\ W/m^2°C,\ T_\infty = 40°C,\ k = 24\ W/m°C$$

با جای‌گذاری مقادیر عددی در معادلات (c) و (d) درحل آن داریم:

$$\dot{q} = 53.26\ MW/m^3,\quad T_o = 149.76°C$$

۵۱- داخل لوله‌ای فولادی به قطر ۲/۵ cm آب جریان دارد. ضخامت دیوارهٔ لوله ۲ mm، ضریب جابه‌جایی داخل آن ۵۰۰ W/m².°C و خارج آن ۱۲ W/m².°C است. ضریب انتقال گرمای کلی را بیابید. عامل اصلی در تعیین U چیست؟

حل:

$$R_1=\frac{۱}{h_1A_1}=\frac{۱}{۵۰۰\times(\pi\times ۰/۰۱۲۵\times ۲L)}=\frac{۰/۰۲۵۵}{L}$$

$$R_2=\frac{۱}{h_2A_2}=\frac{۱}{۱۲\times(\pi\times ۰/۰۱۴۵\times ۲L)}=\frac{۰/۹۱۵}{L}\quad,\quad R_3=\frac{\ln\left(\frac{۰/۰۱۴۵}{۰/۰۱۲۵}\right)}{۲\times ۴۳\times\pi\times L}=\frac{۰/۰۰۰۵۵}{L}$$

$$U_iA_i\Delta T=\frac{\Delta T}{\Sigma R}\Rightarrow U_i=\frac{۱}{A_i\times\Sigma R}$$

$$U_i=\frac{۱}{(۲\pi\times ۰/۰۱۲۵\times L)}\times\frac{L}{۰/۰۲۵۵+۰/۹۱۵+۰/۰۰۰۵۵}=۱۳/۵۴\ \text{W/m}^2.^\circ\text{C}$$

$$U_o=\frac{۱}{۰/۹۴۱\times ۲\pi(۰/۰۱۴۵)}=۱۱/۶۷\ \text{W/m}^2.^\circ\text{C}$$

عامل اصلی در تعریف ضریب انتقال گرمای کلی انتخاب سطح داخلی و یا خارجی لوله می‌باشد.

۵۲- لولهٔ مسألهٔ (۵۱-۲) را با یک لایهٔ پنبهٔ نسوز ($k=$ ۰/۱۸ W/m.°C) پوشیده شده و در همان محیط جابه‌جایی با $h=$ ۱۲ W/m².°C قرار دارد. شعاع عایق بحرانی را حساب کنید. انتقال گرما با افزودن ضخامت عایق به میزان (الف) ۰/۵ mm و (ب) ۱۰ mm زیاد می‌شود یا کم؟

حل:

$$r_o=\frac{k}{h}=\frac{۰/۱۸}{۱۲}=۰/۰۱۵\ \text{m}=۱/۵\ \text{cm}$$

$a)\ r_o=۱/۲۵+۰/۰۵=۱/۳\ \text{cm}<۱/۵\ \text{cm}$ انتقال گرما افزایش می‌یابد.

$b)\ r_o=۱/۲۵+۱=۲/۲۵\ \text{cm}>۱/۵\ \text{cm}$ انتقال گرما کاهش می‌یابد.

۵۳- ضریب انتقال گرمای کل را برای مسألهٔ (۴-۲) حساب کنید.

حل:

$$U=\frac{۱}{R}=\frac{۱}{۳/۱۱۴\times ۱۰^{-۲}}=۳۲/۱۱\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2.^\circ\text{C}}$$

۵۴- ضریب انتقال گرمای کل را برای مسألهٔ (۵-۲) حساب کنید.

حل:

$$A=۱۳۰/۴\ \text{m}^2\Rightarrow U=\frac{q}{A.\Delta T}=\frac{۳۴۰۰۰}{(۱۳۰/۴)(۲۶۰-۳۸)}=۱/۵۲\frac{\text{W}}{\text{m}^2.^\circ\text{C}}$$

۵۵- در لوله‌ای به جنس فولاد ضد زنگ با جدارهٔ نازک، هوا با دمای ۱۲۰°C و $h=$ ۶۵ W/m².°C جریان دارد. قطر داخلی لوله ۲/۵ cm و ضخامت دیواره ۰/۴ mm است. برای فولاد $k=$ ۱۸ W/m.°C می‌باشد. این لوله در محیط جابه‌جایی با $h=$ ۶/۵ W/m².°C و $T_\infty=$ ۱۵°C قرار دارد. ضریب انتقال گرمای کل و اتلاف گرما را به‌ازای واحد طول لوله به‌دست آورید. سطح لوله با عایقی با $k=$ ۴۰ mW/m.°C پوشانده می‌شود. برای کاهش ۹۰٪ اتلاف گرما ضخامت عایق را تعیین کنید.

حل: (الف)

$L = ۱\,\text{m}$

مقاومت هوای داخل لوله

$$R_۱ = \frac{۱}{h_i \cdot A_i} = \frac{۱}{(۶۵)\,(\pi)\,(۰/۰۲۵)\,(۱)} = ۰/۱۹۵۹$$

مقاومت دیوارهٔ لوله

$$R_۲ = \frac{\ln (r_o / r_i)}{۲\pi kL} = \frac{\ln\left(\frac{۲/۵۸}{۲/۵}\right)}{۲\pi\,(۱۸)} = ۲/۷۹ \times ۱۰^{-۴}$$

مقاومت هوای بیرون

$$R_۳ = \frac{۱}{h_o \cdot A_o} = \frac{۱}{(۶/۵)(\pi)\,(۰/۰۲۵۸)} = ۱/۸۹۸$$

$$U \cdot A = \frac{۱}{\Sigma R} = ۰/۴۷۷۵ \Rightarrow \frac{\dot{q}}{L} = U \cdot A \cdot \Delta T = (۰/۴۷)\ (۱۲۰ - ۱۵) = ۵۰/۱۳\ \text{W/m}$$

(ب)

$$\dot{q} = ۰/۱ \times ۵۰/۱۳ = ۵/۱۳\ \text{W/m}$$

$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{\Sigma R} \Rightarrow \Sigma R = \frac{۱۰۵}{۵/۱۳} = ۲۰/۴۶$$

$$R_۱ = ۰/۱۹۵۹,\ R_۲ = ۲/۷۹ \times ۱۰^{-۴},\ R_۳ = \frac{\ln\left(\frac{۰/۰۱۲۹}{r}\right)}{۲ \times \pi \times ۰/۴},\ R_۴ = \frac{۱}{۶/۵ \times (۲\pi r)}$$

$$\Sigma R = ۰/۱۹۵۹ + ۲/۷۹ \times ۱۰^{-۴} + \frac{\ln\left(\frac{۰/۰۱۲۹}{r}\right)}{۲ \times \pi \times ۰/۴} + \frac{۱}{۶/۵ \times (۲\pi r)} = ۲۰/۴۶ \Rightarrow \boxed{r = ۰/۰۰۱۲۰۲۷\ \text{m}}$$

۵۶- پنجره‌ای از دو صفحهٔ شیشه‌ای به ضخامت ۵ mm تشکیل شده و با لایه‌ای هوا به ضخامت ۴ mm از هم جدا شده است. می‌توان هوا را ساکن در نظر گرفت به‌طوری که هدایت خالص وجود داشته باشد. ضرایب جابه‌جایی برای سطوح داخلی و خارجی ۱۲ و ۵۰ $\text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$ است. ضریب انتقال گرمای کل و مقدار R را حساب کنید. محاسبات را برای یک صفحهٔ شیشه‌ای به ضخامت ۵ میلی‌متر تکرار کنید.

حل: (الف)

$A = ۱\,\text{m}^۲,\ k_g = ۰/۰۷۸\ \text{W/m.}^\circ\text{C},\ k_a = ۰/۰۲۶\ \text{W/m.}^\circ\text{C}$

مقاومت شیشه

$$R_g = \frac{\Delta x}{k} = \frac{۰/۰۰۵}{۰/۷۸} = ۶/۴۱ \times ۱۰^{-۳}\ \text{m}^۲.^\circ\text{C/W}$$

مقاومت هوا

$$R_a = \frac{\Delta x}{k} = \frac{۰/۰۰۴}{۰/۰۲۶} = ۰/۱۵۳۸\ \text{m}^۲.^\circ\text{C/W}$$

مقاومت جابه‌جایی داخلی

$$R_{conv۱} = \frac{۱}{h_i} = \frac{۱}{۱۲} = ۰/۰۸۳۳\ \text{m}^۲.^\circ\text{C/W}$$

مقاومت جابه‌جایی خارجی

$$R_{conv۲} = \frac{۱}{h_e} = \frac{۱}{۵۰} = ۰/۰۲\ \text{m}^۲.^\circ\text{C/W}$$

$$U = \frac{۱}{\Sigma R} = \frac{۱}{۲ \times ۶/۴۱ \times ۱۰^{-۳} + ۰/۱۵۳۸ + ۰/۰۸۳۳ + ۰/۰۲} = ۳/۷۰۵\ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$$

$$R = \frac{۱}{U} = ۰/۲۶۹۹\ \text{m}^۲.^\circ\text{C/W}$$

(ب)

$$R = ۶/۴۱ \times ۱۰^{-۳} + ۰/۱۵۳۸ + ۰/۰۸۳۳ + ۰/۰۲ = ۰/۱۰۹۷\ \text{m}^۲.^\circ\text{C/W}$$

$$U = \frac{۱}{R} = ۹/۱۱\ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$$

۵۷- دیوار مرکبی از یک لایهٔ مس به ضخامت ۱ mm، یک لایهٔ فولاد کربن ۱ درصد به ضخامت ۴ mm، یک لایه آزبست و یک لایه شیشهٔ لیفی به ضخامت ۱۰۰ mm تشکیل شده است. ضریب انتقال گرمای کلی را حساب کنید. چنان‌چه دمای دو سطح بیرونی ۱۰ و ۱۵۰°C باشد، دمای سطح مشترک را مشخص کنید.

حل:

$$T_1=150^\circ C \xrightarrow{R_{cu}} T_2 \xrightarrow{R_{st}} T_3 \xrightarrow{R_{As}} T_4 \xrightarrow{R_f} T_5=10^\circ C$$

مقاومت مس

$$R_{cu}=\frac{\Delta x_1}{k_1}=\frac{0/001}{386}=2/59\times 10^{-6}\ m^2.^\circ C/W$$

مقاومت فولاد

$$R_{st}=\frac{\Delta x_2}{k_2}=\frac{0/004}{43}=9/3\times 10^{-5}\ m^2.^\circ C/W$$

مقاومت آزبست

$$R_{As}=\frac{\Delta x_3}{k_3}=\frac{0/01}{0/166}=0/0602\ m^2.^\circ C/W$$

مقاومت شیشه لیفی

$$R_f=\frac{\Delta x_4}{k_4}=\frac{0/1}{0/038}=2/632\ m^2.^\circ C/W$$

$$\Sigma R=2/692\ m^2.^\circ C/W \Rightarrow U=\frac{1}{\Sigma R}=0/371\ W/m^2.^\circ C$$

$$q''=U\cdot\Delta T=(0/371)(150-10)=52\ W/m^2$$

$$\Delta T_{cu}=R_{cu}\cdot q=(2/59\times 10^{-6})(52)=1/35\times 10^{-4}\ ^\circ C \Rightarrow \Delta T_{cu}=1/35\times 10^{-4}=T_1-T_2 \Rightarrow T_2=149/999865^\circ C$$

$$\Delta T_{st}=R_{st}\cdot q=(9/35\times 10^{-5})(52)=4/84\times 10^{-3}\ ^\circ C \Rightarrow \Delta T_{st}=4/84\times 10^{-3}=T_2-T_3$$

$$\Rightarrow T_3=149/995025^\circ C$$

$$\Delta T_{As}=R_{As}\cdot q=(0/0602)(52)=3/13^\circ C \Rightarrow \Delta T_{As}=T_3-T_4=3/13^\circ C \Rightarrow T_4=146/865025\ ^\circ C$$

$$\Delta T_f=R_f\cdot q=(2/632)(52)=136/9^\circ C \Rightarrow \Delta T_f=T_4-T_5=136/9^\circ C \Rightarrow T_5=10^\circ C$$

چون T_5 با دمای سطح خارجی لوله، داده شده در صورت مسألهٔ یکی است، پس محاسبات ما درست می‌باشد.

۵۸- میلهٔ باریکی به طول L از دو طرف به دو دیوار با دماهای T_1 و T_2 متصل است. میله گرمای خود را از طریق جابه‌جایی در دمای T_∞ به محیط می‌دهد. عبارتی (الف) برای توزیع دما در میله و (ب) برای کل دمای تلف‌شده در میله به‌دست آورید.

حل: (الف)

$$\frac{d^2T}{dx^2}-\frac{hp}{kA}(T-T_\infty)=0$$

$$\theta=T-T_\infty \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dx^2}-\frac{hp}{kA}\theta=0$$

$$m^2=\frac{hp}{kA} \Rightarrow \theta=c_1\cdot e^{-mx}+c_2e^{mx}$$

شرایط مرزی:

$$\left.\begin{aligned}&(1)\ x=0,\quad \theta=\theta_1=T_1-T_\infty\\&(2)\ x=L,\quad \theta=\theta_2=T_2-T_\infty\end{aligned}\right\}$$

$$(1)\Rightarrow \theta_1=c_1+c_2 \Rightarrow c_1=\theta_1-c_2$$

$$(2) \Rightarrow \quad \theta_2 = c_1 e^{-mL} + c_2 e^{+mL} = (\theta_1 - c_2)\, e^{-mL} + c_2 e^{+mL} = \theta_1 e^{-mL} - c_2 (e^{-mL} - e^{mL})$$

$$c_2 = \left[\frac{\theta_2 - \theta_1 e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}}\right] \quad , \quad c_1 = \theta_1 - c_2 = \theta_1 - \frac{\theta_2 - \theta_1 e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} = \frac{\theta_2 - \theta_1 e^{+mL}}{e^{-mL} - e^{+mL}}$$

$$\theta = \left(\frac{\theta_2 - \theta_1 e^{mL}}{e^{-mL} - e^{mL}}\right) e^{-mx} + \left(\frac{\theta_2 - \theta_1 e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}}\right) e^{mx} \Rightarrow \theta = \frac{e^{-mx}(\theta_2 - \theta_1 e^{mL}) + e^{mx}(\theta_1 e^{-mL} - \theta_2)}{e^{-mL} - e^{mL}}$$

(ب)

$$q = -k.A.\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=0} = +k.A.\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L}$$

$$\frac{d\theta}{dx} = m\left[-\frac{e^{-mx}(\theta_2 - \theta_1 e^{mL}) + e^{mx}(\theta_1 e^{-mL} - \theta_2)}{e^{-mL} - e^{mL}}\right]$$

$$q = \frac{k.A.m\ [(\theta_2 - \theta_1 e^{mL})(1 - e^{-mL}) + (\theta_2 - \theta_1 e^{-mL})(1 - e^{mL})]}{e^{-mL} - e^{mL}}$$

۵۹- دمای یک طرف میله‌ای به طول L برابر T_0 بوده و در محیط جابه‌جایی با دمای T_∞ قرار دارد. در داخل میله المان گرمایی الکتریکی قرار دارد که در طول میله گرمایی با آهنگ $\dot{q}$ تولید می‌کند. برای توزیع دما در میله و گرمای منتقل‌شده به محیط عبارتی بیابید. برای مقدار $\dot{q}$ عبارتی بیابید که باعث می‌شود انتقال گرما در طرفی که دمایش T_0 است، برابر صفر شود.

حل: (الف)

$$\dot{q}\cdot A = -kA\,.\,\frac{d^2T}{dx^2} + hp\,(T - T_\infty)$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hp}{kA}(T - T_\infty) + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

$$\theta = T - T_\infty \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{hp}{kA}\theta = -\frac{\dot{q}}{k} \Rightarrow \theta = c_1 e^{\sqrt{hp/kA}} + c_2 e^{-\sqrt{hp/kA}} + \frac{\dot{q}.A}{h.p} \quad , \quad \sqrt{\frac{hp}{kA}} = m$$

شرایط مرزی:

$$x = 0 \ , \ \theta = \theta_0 \Rightarrow \quad c_1 = \theta_0 - \frac{\dot{q}\cdot A}{hp} - c_2$$

$$-kA\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L} = hA(T - T_\infty)\Big|_{x=L} = h\,.\,A\,.\,\theta_L$$

$$\theta = \frac{\left[e^{-mL}(\theta_0 - \frac{\dot{q}\,A}{h\cdot p}) + \frac{h\,\theta_L}{k.m}\right]e^{mx}}{e^{-mL} - e^{mL}} + \frac{\left[e^{mL}(\theta_0 - \frac{\dot{q}\cdot A}{h\,p}) + \frac{h\,\theta_L}{k.m}\right]e^{-mx}}{e^{mL} - e^{-mL}}$$

(ب)

$$q = \int_0^L [hp(T - T_\infty)]\,dx + hA\,\theta_L$$

$$q = \frac{hp}{m}\left[\frac{-h\,\theta_L}{kL} + \frac{(\theta_0 - \frac{\dot{q}\cdot A}{h\cdot p})(e^{mL} - e^{-mL}) + 2\frac{h\,\theta_L}{k.m}}{e^{mL} - e^{-mL}}\right] + \dot{q}.A.L + hA\,\theta_L$$

(ج)

$$-k.A.\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = 0 = q_0 \Rightarrow 0 = (c_1 m e^{mx} - c_2 m e^{-mx})\Big|_{x=0} \Rightarrow c_1 = c_2$$

$$2c_1 = \theta_0 - \frac{\dot{q}\cdot A}{h\cdot p} \Rightarrow \boxed{\dot{q} = \frac{hp}{A}\left[\theta_0 + \frac{2h\,\theta_L}{km(e^{mL} - e^{-mL})}\right]}$$

۶۰- یک سر میلهٔ مسی به طول ۳۰ cm به دیواری به دمای ۲۰۰°C محکم چسبیده و سر دیگر محکم به دیواری به دمای ۹۳°C متصل است. روی میله هوا می‌دمیم که ضریب انتقال گرما ۱۷ W/m².°C دارد. اگر قطر میله ۱۲/۵ cm و دمای هوا ۳۸°C باشد، مقدار گرمای انتقالی به هوا را بر حسب وات بیابید.

حل:

$$\left.\begin{aligned} T_\infty &= ۳۸ \\ d &= ۱۲/۵\ \text{mm} \\ L &= ۳۰\ \text{cm} \\ h &= ۱۷\ \text{W/m}^۲\,{}^\circ\text{C} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \begin{aligned} &\frac{d^۲\theta}{dx^۲} - \frac{hp}{kA}\theta = ۰ \ , \quad m = \sqrt{\frac{hp}{kA}} \\ &\theta = c_۱ e^{mx} + c_۲ e^{-mx} \\ &x = ۰ \ , \ \theta = ۲۰۰ - ۳۸ = ۱۶۲ \\ &x = ۰/۳ \ , \ \theta = ۹۳ - ۳۸ = ۵۵ \end{aligned}$$

$$k = ۳۸۶ \ , \quad p = \pi d \quad \pi\,(۰/۰۱۲۵) = ۰/۰۳۹۶\,\text{m} \ , \ A = \frac{\pi d^۲}{۴} = ۰/۰۰۰۱۲۲۷\ \text{m}^۲$$

$$m = \left[\frac{hp}{kA}\right]^{\frac{۱}{۲}} = \left[\frac{۱۷ \times ۰/۰۳۹۶}{۳۸۶ \times ۰/۰۰۰۱۲۲۷}\right]^{\frac{۱}{۲}} = ۳/۷۵۴$$

$$x = ۰ \quad \Rightarrow \quad c_۱ + c_۲ = ۱۶۲$$

$$x = ۰/۳ \quad \Rightarrow \quad ۳/۰۸۴\,c_۱ + ۰/۳۲۴\,c_۲ = ۵۵$$

$$c_۱ = ۰/۹۱ \ , \ c_۲ = ۱۶۱/۰۹ \quad \Rightarrow \quad \theta = ۰/۹۱e^{mx} + ۱۶۱/۰۹e^{-mx}$$

$$q = \int_۰^L hp\theta \,dx = h \cdot p\, \frac{۱}{m}\left[۰/۹۱e^{mx} - ۱۶۱/۰۹e^{-mx}\right]_۰^{۰/۳} = \sqrt{hpkA}\ \left[۰/۹۱e^{mx} + ۱۶۱/۰۹e^{-mx}\right]_۰^{۰/۳}$$

$$= [(۱۷)\ (\pi)(۰/۰۱۲۵)\ \ (۳۸۶)\ (\pi)(۰/۰۱۲۵)^۲]^{\frac{۱}{۲}}\left[۰/۹۱e^{mx} + ۱۶۱/۰۹e^{-mx}\right]_۰^{۰/۳} = ۱۲۲/۷\ \text{W}$$

۶۱- نشان دهید که توزیع دما برای پرهٔ حالت (۲) در بخش (۹-۲) چنین است:

$$\frac{T - T_\infty}{T_۰ - T_\infty} = \frac{\cosh m(L - x) + (h/mk)\sinh m(L - x)}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$$

سپس نشان دهید که نرخ انتقال گرما از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$q = (hpkA)^{\frac{۱}{۲}}\,(T_۰ - T_\infty)\,\frac{\sinh mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL}$$

حل: در حالت (۲) بخش (۹-۲) پره طول محدود داشته و در دُم پره گرما از طریق جابه‌جایی انتقال می‌یابد:

$$\theta = c_۱ e^{-mx} + c_۲ e^{mx}$$

(۱) شرط مرزی: $x = ۰ \ , \quad \theta = \theta_b \quad \Rightarrow \quad c_۱ + c_۲ = \theta_b$

(۲) شرط مرزی: $-k\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = h\theta\Big|_L \quad \Rightarrow \quad m c_۱ e^{-mL} - m c_۲ e^{mL} = \frac{h}{k}\,(c_۱ e^{-mL} - c_۲ e^{mL})$

$$m c_۱ e^{-mL} - m\,(\theta_b - c_۱)\,e^{mL} = \frac{h}{k}\ [c_۱ e^{-mL} + (\theta_b - c_۱)\,e^{mL}]$$

$$c_۱ = \frac{e^{mL}\,\theta_b\left(\frac{h}{k}+m\right)}{e^{mL}\left(\frac{h}{k}+m\right)+e^{-mL}\left(m-\frac{h}{k}\right)} \quad , \quad c_۲ = \theta_b - c_۱ = \frac{\theta_b\, e^{-mL}\left(m-\frac{h}{k}\right)}{e^{mL}\left(\frac{h}{k}+m\right)+e^{-mL}\left(m-\frac{h}{k}\right)}$$

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{۱}{e^{mL}\left(\frac{h}{k}+m\right)+e^{-mL}\left(m-\frac{h}{k}\right)}\left[e^{mL}\left(h+\frac{m}{k}\right)e^{-mx}+e^{-mL}\left(m-\frac{h}{k}\right)e^{mx}\right]$$

با توجه به روابط $\cosh x$ و $\sinh x$ در پایین و جای‌گزینی آن در رابطه بالا به عبارت مورد نظر در صورت مساله می‌رسیم:

$$\cosh x = \frac{e^{x}+e^{-x}}{۲} \quad , \quad \sinh x = \frac{e^{x}-e^{-x}}{۲}$$

راه حل دوم:

$$\frac{d^۲\theta}{dx^۲} - \frac{hp}{kA}\,\theta = ۰ \Rightarrow \theta = A\cosh mx + B\sinh mx \quad , \quad m = \sqrt{\frac{hp}{kA}}$$

شرط مرزی (۱): $x = ۰ \ , \ \theta = \theta_b \qquad \theta_b = A$

شرط مرزی (۲): $x = L \ , \ -k\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = h\theta_L \Rightarrow$

$$-[A\,.\,m\,.\sinh mL + B.m\,.\cosh mL] = \frac{h}{k}\cdot(A\cosh mL + B\sinh mL) \Rightarrow$$

$$B = \frac{-\theta_b\,.m.\sinh mL - \frac{h}{k}\,\theta_b\cdot\cosh mL}{\frac{h}{k}\cdot\sinh mL - m\cdot\cosh mL}$$

با جای‌گذاری مقادیر ثابت A و B در رابطه اصلی θ داریم:

$$\frac{T-T_\infty}{T_b-T_\infty} = \frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x)+\frac{h}{mk}\cdot\sinh m(L-x)}{\cosh mL+\frac{h}{mk}\cdot\sinh mL}$$

برای محاسبه q داریم:

$$q = \int_۰^L hp\theta dx = \int_۰^L \frac{h.p.\theta_b\cosh m(L-x)+\frac{h}{mk}\cdot\sinh m(L-x)}{\cosh mL+\frac{h}{mk}\cdot\sinh mL}\,dx$$

$$q = \frac{h.p.\theta_b}{\cosh mL+\frac{h}{mk}\sinh mL}\left[-\frac{۱}{m}\cdot\sinh m(L-x) - \frac{h}{m^۲k}\cdot\cosh m(L-x)\right]_۰^L$$

$$q = \sqrt{hpkA}\cdot(T_۰-T_\infty)\cdot\frac{\sinh mL+\frac{h}{mk}\cdot\cosh mL}{\cosh mL+\frac{h}{mk}\cdot\sinh mL}$$

۶۲- میلهٔ آلومینیمی به قطر $۲/۵$ cm و طول ۱۵ cm از دیواری به دمای ۲۶۰°C بیرون آمده است. میلهٔ مزبور در محیطی به دمای ۶۰°C قرار دارد. ضریب انتقال گرما $h = ۱۵\ \mathrm{W/m^۲.°C}$ است. گرمای از دست رفته را به‌دست آورید.

حل:

$k_{AL} = ۲۰۴\ \mathrm{W/m.°C}$

$L_c = L + \frac{d}{۲} = ۱۵ + \frac{۲/۵}{۲} = ۱۶/۲۵\ \mathrm{cm}$

$T_۰ = ۲۶۰\,°C \ , \ T_\infty = ۱۶\,°C$

$h = ۱۵ \ , p = \pi d = \pi\,(۰/۰۲۵) = ۰/۰۷۸\,\text{m} \quad , \ A = \frac{\pi d^۲}{۴} = \frac{\pi\,(۰/۰۲۵)^۲}{۴} = ۰/۰۰۰۴۹\,\text{m}^۲ \Rightarrow$

$m = \sqrt{\frac{hp}{kA}} = ۳/۴۳ \Rightarrow m\,L_c = (۳/۴۳)\,(۰/۱۶۲۵) = ۰/۵۵۷۳$

$q = \sqrt{h.p.k.A}\ \theta_۰ . \tanh(mL_c) = \left[(۱۵)\,(\pi)(۰/۰۲۵)\,(۲۰۴)\,(\pi)\ \frac{(۰/۰۲۵)^۲}{۴}\right]^{\frac{۱}{۲}} (۲۶۰-۱۶)\tanh(۰/۵۵۷۳)$

$= ۴۲/۴۱\ \text{W}$

راه حل دوم:

$q = \sqrt{h.p.k.A}\,(T_۰ - T_\infty)\ \frac{\sinh mL + \left(\frac{h}{mk}\right)\cosh mL}{\cosh mL + \left(\frac{h}{mk}\right)\sinh mL} = ۴۶/۶۵\ \text{W}$

۶۳- رابطهٔ (۳۵-۲) را با استفاده از انتگرال‌گیری از حالت (۱) بخش (۹-۲) به‌دست آورید.

حل:

$$q = \int_۰^\infty h.p.(T - T_\infty)\,dx = \int_۰^\infty hp\theta\,dx = hp\int_۰^\infty \theta_۰\,e^{-mx}\,dx = \frac{hp\theta_۰}{-m}\left[e^{-mx}\right]_۰^\infty = \sqrt{h.p.k.A}\ \theta_۰$$

$$= \frac{hp\theta_۰}{\sqrt{\frac{hp}{kA}}}\left[e^{-\sqrt{h.p.k.A}\,L} - ۱\right] \Rightarrow q = \frac{hp\theta_۰}{\sqrt{\frac{hp}{kA}}} = \sqrt{h.p.k.A}\ \theta_۰$$

۶۴- رابطهٔ (۳۶-۲) را با استفاده از انتگرال‌گیری از رابطهٔ حالت (۳) بخش (۹-۲) به‌دست آورید.

حل:

شرط مرزی (۱): $x = L \ , \ \frac{dT}{dx} = \frac{d\theta}{dx}$.

شرط مرزی (۲): $x = ۰ \ , \ T = T_b \Rightarrow \theta = \theta_b$

$\theta = c_۱ e^{-mx} + c_۲ e^{mx} \Rightarrow \theta = \theta_۰\ \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)}$

عموما برای دست‌یابی به رابطه بالا بهتر است که رابطه زیر را در نظر بگیریم که همان رابطه $\theta = c_۱ e^{-mx} + c_۲ e^{mx}$ است.

$\theta = A\cosh(mx) + B\sinh(mx)$

$dq_{conv} = h.\,p.\,dx\,(T - T_\infty)$ یا $h\,p\,dx\,\theta$

$$q_{conv} = \int_۰^L h\,p\,\theta\,dx = \int_۰^L \frac{h\,p\,\theta_۰\cosh[m(L-x)]\,dx}{\cosh(mL)}$$

$$q_{conv} = \frac{h.\,p.\,\theta_۰}{\cosh(mL)} \cdot \frac{-۱}{m}\left[\sinh[m(L-x)]\right]_۰^L = \sqrt{hpkA}\cdot\theta_۰\cdot\tanh(mL)$$

۶۵- میلهٔ مسی بلند و باریکی به قطر $۶/۴$ mm را در محیطی به دمای ۲۰°C قرار داده‌ایم. دمای پایهٔ میله ۱۵۰°C و ضریب انتقال گرما بین میله و محیط $۲۴\ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$ است. اتلاف گرمایی میله را حساب کنید.

حل:

$q = \sqrt{hpkA}\ .\ \theta_0$

$h = ۲۴\ W/m^۲.°C\ ,\quad p = \pi d = \pi(۰/۰۰۶۴) = ۰/۰۲۰۱\ m\ ,\quad A = \frac{\pi(۰/۰۰۶۴)^۲}{۴} = ۳/۲۱ \times ۱۰^{-۵}\ m^۲$

$q = \sqrt{۲۴ \times ۰/۰۲۰۱ \times ۳۸۵ \times ۰/۰۰۰۰۳۲۱} \times (۱۵۰ - ۲۰) = ۱۰/۰۳۷\ W$

۶۶- دمای یک سر میلهٔ مسی خیلی بلند ($k = ۳۷۲\ W/m.°C$) به قطر $۲/۵\ cm$ برابر $۹۰°C$ است. میله را در سیالی به دمای $۴۰°C$ قرار می‌دهیم. ضریب انتقال گرما $۳/۵\ W/m^۲.°C$ است. اتلاف گرمایی میله را حساب کنید.

حل:

$q = \sqrt{hpkA}\ .\ \theta_0 \left[\frac{(۳/۵)(\pi)(۰/۰۲۵)(۳/۷۲)(\pi)(۰/۰۲۵)}{۴} \right]^{\frac{۱}{۲}} \times (۹۰ - ۴۰) = ۱۱/۲\ W$

۶۷- یک پرهٔ آلومینیمی به ضخامت $۱/۶\ mm$ و طول $۶/۴\ mm$ را روی لوله‌ای به قطر خارجی $۲/۵\ cm$ نصب کرده‌ایم. دمای دیوارهٔ لوله $۱۵۰°C$ و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی $۲۳\ W/m^۲.°C$ می‌باشد. اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$T_0 = ۱۵۰\ °C\ ,\ T_\infty = ۱۵°C\ ,\ r_۱ = ۱/۲۵\ cm\ ,\ L = ۶/۴\ mm\ ,\ t = ۱/۶\ mm$

$h = ۲۳\ W/m^۲.°C\ ,\quad k = ۲۱۰\ W/m\ .°C$

$L_c = L + \frac{t}{۲} = ۶/۴ + ۰/۸ = ۷/۲\ mm$

$r_{۲c} = r_۱ + L_c = ۱/۲۵ + ۰/۷۲ = ۱/۹۷\ cm \quad \Rightarrow \quad \frac{r_{۲c}}{r_۱} = ۱/۵۷۶$

$A_m = t\ (r_{۲c} - r_۱) = (۰/۰۰۱۶)(۰/۰۰۷۲) = ۱/۱۵۲ \times ۱۰^{-۵}\ m^۲$

$L_c^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{h}{k.A_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = (۰/۰۰۷۲)^{\frac{۳}{۲}} . \left[\frac{۲۳}{(۲۱۰)(۱/۱۵۲ \times ۱۰^{-۵})}\right]^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۰۵۹۶$

از شکل (۲-۱۱) داریم:

$\eta = \%۹۷$

$q_{max} = ۲\ h\pi\ (r_{۲c}^۲ - r_۱^۲)(T_0 - T_\infty) = ۴/۵۲۳\ W$

ضریب (۲) در فرمول q_{max} مربوط به حالتی است که ما دو سطح را در نظر گرفته‌ایم.

$q_{act.} = (۰/۹۷)(۴/۵۲۳) = ۴/۳۸۷\ W$

۶۸- بازدهی کلی یک سطح پره‌دار را می‌توان به‌صورت نسبت انتقال گرما کل مساحت مرکب از سطح پره‌ها به گرمای منتقل‌شده در حالتی که سطح کل در دمای پایه T_0 باشد، تعریف کرد. نشان دهید که این بازدهی را می‌توان از رابطهٔ زیر حساب کرد:

$$\eta_t = ۱ - \frac{A_f}{A}(۱ - \eta)$$

که η_t بازدهی کل، A_f مساحت کل پره‌ها، A مساحت انتقال گرمای کل شامل پره‌ها، لوله و بقیهٔ سطوح و η_f بازدهی پره است.

حل:

$$q_{act} = h\ (A - A_f)\ (T_o - T_\infty) + \eta_f \cdot A_f \cdot h\ .\ (T_o - T_\infty)$$

$$q_{ideal} = h\ .\ A\ (T_o - T_\infty)$$

$$\eta_t = \frac{q_{act}}{q_{ideal}} = \frac{A - A_f + A_f \cdot \eta_f}{A} = ۱ - \frac{A_f}{A}\ (۱ - \eta_f)$$

۶۹- پرهٔ مثلثی شکلی از جنس فولاد ضد زنگ (۱۸٪ کرم و ۸٪ نیکل) به دیوار تختی به دمای ۴۶۰°C وصل است. ضخامت پره ۶/۴ mm و طول آن ۲/۵ cm است. دمای محیط ۹۳°C و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی برابر ۲۸ W/m۲.°C می‌باشد. اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$$T_o = ۴۶۰\ ^\circ C\ ,\ t = ۶/۴\ mm\ \ ,\ L = ۲/۵\ cm\ \ ,\ T_\infty = ۹۳\ ^\circ C\ ,\ h = ۲۸\ \ ,\ k = ۱۶/۳$$

$$A_m = \frac{t}{۲}\ L = (۰/۰۰۳۲)(۰/۰۲۵) = ۸ \times ۱۰^{-۵}\ m^۲$$

$$L_c = L = ۲۵ \times ۱۰^{-۳} m$$

$$L_c^{\frac{۳}{۲}} \cdot \left(\frac{h}{k A_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۵۷۹$$

برای یک متر عمق از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$\eta_t = ٪۸۵$$

$$q = \eta_t \cdot A \cdot h \cdot \theta_o = (۰/۸۵)(۲۸)(۱)(۲)(۰/۰۲۵)(۴۶۰ - ۹۳) = ۴۳۶/۷\ W$$

۷۰- روی محیط لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm، به فواصل ۹/۵ mm از هم پره‌های دایره‌ای با مقطع مستطیلی نصب کرده‌اند. پرهٔ آلومینیمی و به ضخامت ۰/۸ mm و طول ۱۲/۵ mm است. دمای دیوارهٔ لوله ۲۰۰°C و دمای محیط ۹۳°C است. ضریب انتقال گرما ۱۱۰ W/m۲.°C می‌باشد. اتلاف گرمای لوله را به‌ازای واحد طول حساب کنید.

حل:

$$k = ۲۰۴\ ,\quad L_c = L + \frac{t}{۲} = ۱۲/۹\ mm\ ,\ A_m = L_c\ .\ t = ۱۰^{-۵} \Rightarrow L_c^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{h}{k A_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۳۳۵$$

با استفاده از شکل (۱۲-۲) داریم:

$$r_{۲c} = ۲/۵۴\ cm\ \ ,\ \ \frac{r_{۲c}}{r} = ۲/۰۳ \Rightarrow \eta_t = ۰/۸۷$$

تعداد پره‌ها در واحد طول لوله $= \frac{۱}{۰/۰۰۹۵} = ۱۰۵/۳$ پره

مساحت جانبی لوله = (تعداد پره) (محیط) (ارتفاع کل − ضخامت هر پره)

مساحت جانبی لوله $= (۱۰۵/۳)(\pi)(۰/۰۲۵)(۹/۵ - ۰/۸)(۱۰^{-۳}) = ۰/۰۷۱۹\ \ m^۲/$متر طول

$$\text{انتقال گرمای لوله} = h.p.\Delta T$$

$$\text{انتقال گرمای لوله} = (۱۱۰)(۰/۰۷۱۹)(۲۰۰-۹۳) = ۸۴۴/۶\ \text{W}$$

$$\text{انتقال گرما به ازای هر پره} = (۰/۸۷)(۲)(\pi)(۱۱۰)(۰/۰۲۵۴^۲ - ۰/۰۱۲۵^۲)(۲۰۰-۹۳) = ۳۱/۴۶\ \text{W/پره}$$

$$\text{انتقال گرما برای کل پره ها} = (۳۱/۴۶)(۱۰۵/۳) = ۳۳۱۲\ \text{W}$$

$$\text{کل انتقال گرما} = ۳۳۱۲ + ۸۴۶/۶ = ۴۱۵۸۶\ \text{W/m}$$

۷۱- پره‌ای دایره‌ای با سطح مقطع مستطیل لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm را احاطه کرده است. طول پره ۶/۴ mm و ضخامت آن ۳/۲ mm و جنس آن فولاد نرم است. اگر روی پرهٔ مزبور هوا طوری بوزد که ضریب انتقال ۲۸ W/m^۲.°C باشد، اتلاف گرما را به‌ازای ارتفاع به‌دست آورید. در این مسأله دمای پایه و محیط را به‌ترتیب ۲۶۰°C و ۹۳°C در نظر بگیرید.

حل:

$$r_۱ = ۱/۲۵\ \text{cm}\ ,\quad L = ۶/۴\ \text{mm}\ ,\quad t = ۳/۲\ \text{mm}\ ,\ h = ۲۸\ \frac{\text{W}}{\text{m}^۲.°\text{C}}\ ,\ T_۰ = ۲۶۰\ °\text{C}\ ,\ T_\infty = ۹۳\ °\text{C}$$

$$k = ۴۳\ \frac{\text{W}}{\text{m}.°\text{C}}$$

$$L_c = ۸\ \text{mm} = L + \frac{t}{۲}$$

$$r_{۲c} = r_۱ + L_c = ۲/۰۵\ \text{cm} \quad \Rightarrow \quad \frac{r_{۲c}}{r_۱} = ۱/۶۴$$

$$A_m = t(r_{۲c} - r_۱) = (۰/۰۰۳۲)(۰/۰۰۸) = ۲/۵۶ \times ۱۰^{-۵}\ \text{m}^۲$$

$$L_c^{\frac{۳}{۲}} = \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۱۱۲$$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$\eta_f = \%۹۷$$

$$q = (\eta_f)(h)(۲)(\pi)(r_{۲c}^۲ - r_۱^۲)(T_۰ - T_\infty) = ۰/۹۷ \times ۲۸ \times ۲ \times \pi \times (۰/۰۲۰۵^۲ - ۰/۰۱۲۵^۲)(۲۶۰-۹۳) = ۷/۵۳\ \text{W}$$

۷۲- پرهٔ مستطیلی مستقیمی به ضخامت ۲ cm و طول ۱۴ cm از جنس فولاد را روی قسمت بیرونی دیواری به دمای ۲۰۰°C قرار داده‌ایم. دمای محیط ۱۵°C و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی ۲۰ W/m^۲.°C است. اتلاف گرمای پره را به‌ازای واحد ارتفاع حساب کنید.

حل:

$$k = ۴۳\ \frac{\text{W}}{\text{m}.°\text{C}}\ ,\ t = ۲\ \text{cm}\ ,\ h = ۲۰\ \frac{\text{W}}{\text{m}^۲.°\text{C}}\ ,\quad L_c = L + \frac{t}{۲} = ۱۴ + \frac{۲}{۲} = ۱۵\ \text{cm}\ ,$$

$$L_c^{\frac{۳}{۲}} = \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۷۲۳$$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$\eta_f = ۰/۷۵$$

$$q = (۰/۷۵)(۲۰)(۲)(۰/۱۵)(۲۰۰-۱۵) = ۸۳۳\ \frac{\text{W}}{\text{متر ارتفاع}}$$

۷۳- پره‌ای آلومینیمی به ضخامت ۱/۶ mm، یک لوله به قطر ۲/۵ cm را احاطه کرده است. طول پره ۱۲/۵ mm، دمای دیوارهٔ لوله ۲۰۰°C، دمای محیط ۲۰°C و ضریب انتقال گرما ۶۰ W/m^۲.°C می‌باشد. اتلاف گرمای پره را

حساب کنید.

حل:

$k = ۲۰۴ \ \mathrm{W/m\,.^\circ C}$

$L_c = L + \frac{t}{۲} = ۱۲/۵ + \frac{۱/۶}{۲} = ۱۳/۳ \ \mathrm{mm}$

$r_{۲c} = r_۱ + L_c = ۱/۲۵ + ۱/۳۳ = ۲/۵۸ \ \mathrm{cm} \quad \Rightarrow \quad \frac{r_{۲c}}{r_۱} = ۲/۰۶۴$

$A_m = t\,(r_{۲c} - r_۱) = (۰/۰۰۱۶)(۰/۰۲۵۸ - ۰/۰۱۲۵) = ۲/۱۲۸ \times ۱۰^{-۵} \mathrm{m}^۲$

$L_c^{\frac{۳}{۲}} = \left(\frac{h}{k A_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۱۸$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

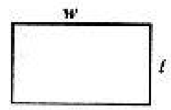
$\eta_f = \%۹۵$

$q = \eta_f (h)(۲)\pi(r_{۲c}^۲ - r_۱^۲)(T_۰ - T_\infty) = (۰/۹۵)(۶۰)(۲)(\pi)(۰/۰۲۵۸^۲ - ۰/۰۱۲۵^۲) \times (۲۰۰ - ۲۰)$

$\boxed{q = ۳۲/۸۴ \ \mathrm{W}}$

۷۴- عبارتی برای محاسبهٔ ضخامت بهینهٔ یک پرهٔ مستطیلی نسبت به مساحت پروفیل مشخص به‌دست آورید. از روش سادهٔ نوک عایق استفاده کنید.

حل:



$\theta = c_۱ e^{mx} + c_۲ e^{-mx} \ , \quad q = \sqrt{h.p.kA}\ \ \theta_۰ . \tanh(ml)$

$A = w.t =$ ثابت

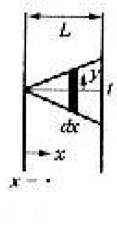
$p = ۲(w + t)$

$m = \sqrt{\frac{hp}{kA}} = \sqrt{\frac{۲h(w+t)}{kA}} = \sqrt{\frac{۲h\left(\frac{A}{t} + t\right)}{kA}}$ تنها متغیر t می‌باشد.

$\mathrm{m} = \sqrt{\frac{۲h(A + t^۲)}{kA\,t}} \qquad \frac{dm}{dt} = \frac{\left(\frac{۲h}{kA}\right)\left[(۲t)t - (A + t^۲)\right]}{۲\sqrt{\frac{۲h(At + t^۲)}{kAt}}} = ۰ \Rightarrow \boxed{t = \sqrt{A}}$ ضخامت بهینه پره

۷۵- معادلهٔ دیفرانسیل توزیع دما در یک پرهٔ مثلثی را به‌دست آورید (بدون حل). برای راحتی محاسبه، جهت محور را مطابق شکل زیر و جریان گرما را یک‌بعدی فرض کنید.

حل:



$A = \frac{tx}{L} \ , \ y = \frac{\frac{t}{۲}}{L} x = \frac{tx}{۲L}$

$-k_A \frac{dT}{dx} = h\,p\,dx\,(T - T_\infty) - \left[k_A \frac{dT}{dx} + \frac{d}{dx}\left(k_A \frac{dT}{dx}\right)dx\right]$

$\frac{d}{dx}\left(k_A \frac{dT}{dx}\right) - hp\,(T - T_\infty) = ۰ \qquad \theta = T - T_\infty$

$\frac{ktx}{L}\frac{d^۲\theta}{dx^۲} + \frac{kt}{L}\frac{d\theta}{dx} - hp\theta = ۰ \qquad \boxed{\frac{d^۲\theta}{dx^۲} + \frac{d\theta}{dx} - \frac{hpL}{kt}\theta = ۰}$

۷۶- میلهٔ بلندی از جنس فولاد ضد زنگ ($k = ۱۶$ W/m.°C) با مقطع مربع به ابعاد ۱۲/۵ × ۱۲/۵ mm است و دمای یک سر آن ۲۵۰°C می‌باشد. ضریب انتقال گرما ۴۰ W/m².°C و دمای محیط ۹۰°C است. اتلاف گرمایی میله را حساب کنید.

حل:

$k = ۱۶\ W/m.°C\ ،\ h = ۴۰\ W/m^۲.°C\ ،\ T_۰ = ۲۵۰\ °C\ ،\ T_\infty = ۹۰\ °C$

$p = (۴)(۰/۰۱۲۵) = ۰/۰۵\ m\ ،\ A = (۰/۰۱۲۵)^۲ = ۱/۵۶۵ \times ۱۰^{-۴} m^۲$

$q = \sqrt{hpkA}\ \theta_۰ = [(۴۰)(۰/۰۵)(۱۶)(۱/۵۶۵ \times ۱۰^{-۴})]^{\frac{۱}{۲}}(۲۵۰ - ۹۰) = ۱۱/۳۱\ W$

۷۷- پرهٔ چهارگوش مستقیمی (۹۶٪ آلومینیم و ۳٪ مس)، به ضخامت ۲/۴ mm و طول ۱۹ mm ساخته شده است و در محیط جابه‌جایی با $h = ۸۵$ W/m².°C قرار دارد. اگر دمای پایه ۹۰°C و دمای محیط ۲۵°C باشد، انتقال گرما به‌ازای واحد طول پره را مشخص کنید.

حل:

$L_c = L + \frac{t}{۲} = ۱۹ + \frac{۲/۴}{۲} = ۲۰/۲\ mm$

$A_m = L_c . t = (۰/۰۲۰۲)(۰/۰۰۲۴) = ۴/۸۴۸ \times ۱۰^{-۵}\ m^۲$

$L_c^{\frac{۳}{۲}} \times (\frac{h}{kA_m})^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۴۲$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$\eta_f = \%۸۷$

$q = (۰/۸۷)(۸۵)(۲)(۰/۰۲۰۲)(۹۰ - ۲۵) = ۱۹۴/۲\ W/m$

۷۸- موتور احتراق داخلی که با هوا خنک می‌شود، سیلندری از جنس چدن ($k = ۳۵$ BTU/h.ft.°F) دارد. پره‌هایی روی سیلندر به طول $\frac{۵}{۸}$ in و ضخامت $\frac{۱}{۸}$ in قرار دارد. ضریب جابه‌جایی ۱۲ BTU/h.ft².°F و قطر سیلندر ۴ in می‌باشد. اگر دمای پایه ۴۵۰°F و دمای محیط ۱۰۰°F باشد، اتلاف گرمای هر پره را حساب کنید.

حل:

$L_c = ۰/۰۵۷۴\ ft\ ،\ r_{2c} = ۲/۶۸۸\ in\ ،\ A_m = (۰/۱۲۵)(۰/۶۸۸) = ۰/۰۸۱\ in^۲ = ۵/۹۷ \times ۱۰^{-۴}\ ft^۲$

$\frac{r_{2c}}{r_۱} = ۱/۳۴\ ،\ L_c^{\frac{۳}{۲}} (\frac{h}{kA_m})^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۳۳۹$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$\eta_f = \%۸۷$

$q_{max} = ۲h\pi (r_{2c}^۲ - r_۱^۲)(T_۰ - T_\infty) = ۲ \times ۱۲ \times \pi (۰/۲۲^۲ - ۰/۱۶^۲)(۴۵۰ - ۱۰۰) = ۵۹۱$

$\boxed{q = (۰/۸۷)(۵۹۱) = ۵۱۴\ BTU/hr}$

۷۹- میله‌ای از جنس فولاد ضد زنگ به قطر ۱/۶ mm ($k = ۲۲$ W/m.°C) از دیواری به دمای ۴۹°C بیرون آمده است. طول میله ۱۲/۵ mm، ضریب جابه‌جایی ۵۷۰ W/m².°C و دمای محیط ۲۵°C است. دمای سر میله را

حساب کنید. محاسبات را برای $h = 200$ و $1200\ W/m^2.°C$ تکرار کنید.

حل: سر میله را عایق شده فرض کنید.

$$\frac{\theta}{\theta_\circ} = \frac{e^{-mx}}{1+e^{-2mL}} + \frac{e^{mx}}{1+e^{2mL}}$$

$$m^2 = \frac{hp}{kA} = \frac{(570)(\pi)(0/0016)(4)}{(23)(\pi)(0/0016)^2} = 6/48\times10^4 \Rightarrow m = 245/5$$

$$L = 12/5\ \text{mm} \Rightarrow mL = 3/18 \Rightarrow 2mL = 6/364$$

$$\frac{\theta}{\theta_\circ} = 0/0839 \Rightarrow \theta = (0/0839)(49-25) = 1/99 \Rightarrow T = 1/99 + 25 = 26/99\ °C$$

۸۰- میلهٔ شیشه‌ای به قطر $2\ cm$ و طول $6\ cm$ $(k = 0/8\ W/m.°C)$ با دمای پایهٔ $100°C$ در معرض هوای جابه‌جایی با دمای $20°C$ قرار دارد. دمای سر میله $35°C$ است. ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی چه‌قدر است؟ اتلاف گرمای میله چه‌قدر است.

حل:

$$\theta = \theta_\circ \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh mL} \Rightarrow 15 = 80 \times \frac{1}{\cosh mL} \Rightarrow \cosh mL = 5/33 \Rightarrow mL = 2/35$$

$$\Rightarrow m = \frac{2/35}{0/06} = 39/29$$

$$m^2 = \frac{hp}{kA} = \frac{(h)(\pi)(0/02)(4)}{(0/8)(\pi)(0/02)^2} \Rightarrow \boxed{h = 6/174\ W/m^2.°C}$$

۸۱- طول پرهٔ مستطیلی مستقیمی $2\ cm$ و ضخامت آن $1/5\ mm$ است. ضریب هدایت گرمایی پره $55\ W/m.°C$ و در محیطی جابه‌جایی به دمای $20°C$ و $h = 500\ W/m^2.°C$ قرار دارد. حداکثر اتلاف گرمای ممکن به‌ازای دمای پایهٔ $200°C$ را حساب کنید.

حل:

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 2 + \frac{0/15}{2} = 2/075\ \text{cm}, \quad L_c^{\frac{3}{2}} \times \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{1}{2}} = 1/615$$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$\eta_f = \%42$$

$$q_{max} = (500)(2)(0/02075)(200-20) = 3735\ W$$

$$q_{act} = (0/42)(3735) = 1569\ W$$

۸۲- طول پرهٔ مستطیلی مستقیمی $3/5\ cm$ و ضخامت آن $1/4\ mm$ است. ضریب هدایت گرمایی پره $55\ W/m.°C$ و پره در محیط جابه‌جایی با دمای $20°C$ قرار دارد. اگر ضریب جابه‌جایی $500\ W/m^2.°C$ و دمای پایهٔ $150°C$ باشد، حداکثر اتلاف گرما را حساب کنید. اتلاف گرمای واقعی چه‌قدر است؟

حل:

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 2.75 \text{ cm}$$

$$q_{max} = hA\theta_o = (500)(2)(0.0357)(150-20) = 4641 \text{ W/m}$$

$$mL_c = \left(\frac{2h}{kA_m}\right)^{\frac{1}{2}} \times L_c^{\frac{3}{2}} = 2.068$$

با فرض این که سر پره عایق باشد، داریم:

$$\eta_f = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c} = 0.246$$

$$q_{act} = (0.246)(4641) = 1140 \text{ W}$$

۸۳- پرهٔ دایره‌ای با مقطع مستطیل از فولاد کربن ۱٪ به لوله‌ای با دمای ۱۵۰°C وصل است. قطر پره ۵ cm، طول آن ۵ cm و ضخامتش ۲ mm می‌باشد. دمای هوا محیط ۲۰°C و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی ۱۰۰ W/m².°C فرض شده است. اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$$r_1 = 2.5 \text{ cm} \;,\; r_2 = r_1 + L = 7.5 \text{ cm} \qquad r_{2c} = r_2 + \frac{t}{2} = 7.51 \text{ cm}$$

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 5.1 \text{ cm}$$

$$L_c^{\frac{3}{2}}\left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{1}{2}} = 1.74 \;,\quad \frac{r_{2c}}{r_1} = 3$$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$\eta_f = 0.37$$

$$q = \eta_f \cdot 2h\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)\,\theta_o = (0.37)(100)(2)(\pi)(0.0751^2 - 0.0251^2)(150-20) \Rightarrow \boxed{q = 110.6 \text{ W}}$$

۸۴- پرهٔ دایره‌ای با سطح مقطع مستطیل از جنس آلومینیم روی محیط لوله‌ای به قطر ۳ cm قرار دارد. طول پره ۲ cm و ضخامتش ۱ mm است. دمای دیواره لوله ۲۰۰°C می‌باشد. لوله در معرض سیالی با دمای ۲۰°C قرار دارد. اگر ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی سیال ۸۰ W/m².°C باشد، اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$$r_1 = 1.5 \text{ cm} \;,\; L = 2 \text{ cm} \Rightarrow r_2 = L + r_1 = 2 + 1.5 = 3.5 \text{ cm}$$

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 2 + \frac{0.1}{2} = 2.05 \text{ cm} \;,\; r_{2c} = r_2 + \frac{t}{2} = 3.05 + \frac{0.1}{2} = 3.55 \text{ cm}$$

$$A_m = t(r_{2c} - r_1) = 0.1(2.55 - 1.5) = 0.105 \text{ cm}^2$$

$$L_c^{\frac{3}{2}}\left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{1}{2}} = 0.41 \;,\; \frac{r_{2c}}{r_1} = 2.37$$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$\eta_f = 0.81$$

$$q = (0.81)(80)(\pi)(0.0355^2 - 0.015^2)(2)(200-20) = 75.9 \text{ W}$$

۸۵- میله‌ای فولادی به قطر ۱ cm، طول ۲۰ cm و $k = 20$ W/m.°C موجود است. دمای یک سر لوله ۵۰°C و دمای سر دیگرش ۱۰۰°C است. این میله در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۰°C و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی

۸۵ W/m².°C قرار دارد. دمای مرکز میله را حساب کنید.

حل: از مسألهٔ (۵۸-۲) داریم:

$m = \left(\frac{hp}{kA}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۴۱/۲۳ \;,\; L = ۲۰\,\mathrm{cm} \quad \Rightarrow \quad mL = ۸/۲۵$

$\theta_۱ = ۵۰ - ۲۰ = ۳۰ \quad , \quad \theta_۲ = ۱۰۰ - ۲۰ = ۸۰$

$e^{mL} = ۳۸۱۳ \;,\; e^{-mL} = ۲/۲۶۲ \times ۱۰^{-۴}$

$e^{mx} = ۶۱/۷۴ \;,\; e^{-mx} = ۰/۰۱۶۲$

با استفاده از رابطه توزیع دما در میله (مساله ۵۸-۲) و جای‌گزینی مقادیر بالا داریم:

$$\theta\Big|_{x=۱۰\,\mathrm{cm}} = \frac{(۰/۰۱۶۲)[۸۰ - (۳۰)(۳۸۱۳)] + (۶۱/۷۴)[(۳۰)(۲/۲۶۲ \times ۱۰^{-۴}) - ۸۰]}{۲/۲۶۲ \times ۱۰^{-۴} - ۳۸۱۳} = ۱/۷۸$$

$T = ۱/۷۸ + ۲۰ = ۲۱/۷۸\ ^\circ\mathrm{C}$

۸۶- پره‌ای مستطیلی و مستقیم از جنس فولاد (۱٪ کربن) به ضخامت ۲/۶ cm و طول ۱۷ cm را به سطح بیرونی دیواری به دمای ۲۳۰°C قرار می‌دهند. دمای محیط ۲۵°C و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی ۲۳ W/m².°C است. اتلاف گرمای پره را به‌ازای واحد ارتفاع و بازدهی پره را حساب کنید.

حل:

$L_c = L + \frac{t}{۲} = ۱۸\,\mathrm{cm} \quad , \quad L_c^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۹۳$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$\eta_f = ۰/۶۴$

$q = (۰/۶۴)(۲)(۲۳)(۰/۱۸)(۲۳۰ - ۲۵) = ۱۰۸۶\ \mathrm{W/m}$

۸۷- پرهٔ مثلثی مستقیم به طول ۵ cm و ضخامت ۴ mm از ماده‌ای با $k = ۲۳$ W/m.°C ساخته شده است. پره در محیطی با ضریب جابه‌جایی ۲۰ W/m².°C و دمای ۲۰°C قرار دارد. اتلاف گرما به‌ازای واحد ارتفاع پره را حساب کنید.

حل:

$L_c = L = ۵\,\mathrm{cm} \quad , \quad L_c^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۱/۰۴۲$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$\eta_f = ۰/۶۸$

$A = ۲\,(۰/۰۰۲^۲ + ۰/۰۵^۲)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۱۰۰۰۸\ \frac{\mathrm{m}^۲}{\text{متر عمق}}$

$q = \eta_f\, h A \theta_۰ = (۰/۶۸)(۲۰)(۰/۱۰۰۰۸)(۲۰۰ - ۴۰) = ۲۱۷/۸\ \mathrm{W/m}$

۸۸- پرهٔ دایره‌ای از جنس آلومینیم روی محیط لوله‌ای به قطر ۲۵/۴ mm نصب شده است. طول لوله ۱۲/۷ mm و ضخامت آن ۱ mm می‌باشد و در محیطی با دمای ۳۰°C و ضریب جابه‌جایی ۵۶ W/m².°C قرار دارد. اگر دمای پایه ۱۲۵°C باشد، اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$$t = ۱\,\mathrm{mm} \quad , \quad L = ۱/۲۷\,\mathrm{cm} \Rightarrow L_c = L + \frac{t}{۲} = ۱/۳۲\,\mathrm{cm}$$

$$r_۲ = ۲/۵۴\,\mathrm{cm} \quad , \quad r_{۲c} = ۲/۵۹\,\mathrm{cm} \quad , \quad A_m = t\,(r_{۲c} - r_۱) = ۰/۱\,(۲/۵۹ - ۱/۲۷) = ۰/۱۳۲\,\mathrm{cm}^۲$$

$$L_c^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۲۱۹$$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$\eta_f = ۰/۹۱$$

$$q = (۰/۹۳)(۲)(۵۶)(\pi)(۰/۰۲۵۹^۲ - ۰/۰۱۲۷^۲)(۱۲۵ - ۳۰) = ۱۵/۸۴\,\mathrm{W}$$

۸۹- پرهٔ دایره‌ای با مقطع مستطیلی از جنس فولاد ضد زنگ (۱۸٪ کرم، ۸٪ نیکل) روی محیط لوله‌ای قرار گرفته است. ضخامت پره ۲ mm، شعاع داخلی آن ۲ cm، طولش ۸ cm و دمای پایهٔ آن ۱۳۵°C است و در محیط جابه‌جایی با دمای ۱۵°C و $h = ۲۰\ \mathrm{W/m^۲.°C}$ قرار دارد. اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$$r_۱ = ۲\,\mathrm{cm} \quad , \quad r_۲ = L + r_۱ = ۲ + ۸ = ۱۰\,\mathrm{cm} \quad , \quad L_c = L + \frac{t}{۲} = ۸/۱\,\mathrm{cm}$$

$$r_{۲c} = ۱۰/۲\,\mathrm{cm} \quad , \quad A_m = t\,(r_{۲c} - r_۱) = ۰/۲\,(۱۰/۲ - ۲) = ۱/۶۴\,\mathrm{cm}^۲$$

$$L_c^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۱/۹۶ \quad , \quad \frac{r_{۲c}}{r_۱} = ۵/۱$$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$\eta_f = ۰/۱۹$$

$$q = (۰/۱۹)(۲۰)(۲)(\pi)\,(۰/۱۰۲^۲ - ۰/۰۲^۲)\,(۲)\,(۱۳۵ - ۱۵) = ۲۸/۷\,\mathrm{W}$$

۹۰- طول پرهٔ مستطیلی ۲/۵ cm و ضخامت آن ۱/۱ mm است ضریب هدایت گرمایی ویژه ۵۵ W/m.°C و در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۰°C و $h = ۵۰۰\ \mathrm{W/m^۲.°C}$ قرار دارد. اگر دمای پایه ۱۲۵°C باشد، اتلاف گرما را حساب کنید.

حل:

$$L_c = L + \frac{t}{۲} = ۲/۵ + \frac{۰/۱۱}{۲} = ۲/۵۵۵\,\mathrm{cm} \quad , \quad L_c^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۲/۳۲$$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$$\eta_f = ۰/۳۴$$

$$q = (۰/۳۳)(۲)(۵۰۰)(۰/۰۲۵۵۵)(۱۲۵ - ۲۰) = ۸۸۵\,\mathrm{W}$$

۹۱- پرهٔ آلومینیمی به ضخامت ۱ mm و طول ۱/۲۵ cm لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm را احاطه کرده است و در محیط جابه‌جایی با دمای ۳۰°C و $h = ۷۵\ \mathrm{W/m^۲.°C}$ قرار دارد. دمای سطح لوله ۱۰۰°C است. اتلاف گرمای پره را حساب کنید ($k = ۲۰۴\ \mathrm{W/m.°C}$).

حل:

$$t = ۱\,\mathrm{mm} \quad , \quad r_۱ = ۱/۲۵\,\mathrm{cm} \quad , \quad r_۲ = ۲/۵\,\mathrm{cm} \quad , \quad r_{۲c} = ۲/۵۵\,\mathrm{cm} \quad , \quad L = ۱/۲۵\,\mathrm{cm}$$

$$L_c = L + \frac{t}{۲} = ۱/۳\,\mathrm{cm} \quad , \quad A_m = t\,(r_{۲c} - r_۱) = ۰/۱\,(۲/۵۵ - ۱/۲۵) = ۰/۱۳\,\mathrm{cm}^۲$$

$L_c^{\frac{۲}{۲}} = \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۲۴۹$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$\eta_f = ۰/۹۱$

$q = (۰/۹۱)(۲)(۷۵)(\pi)(۰/۰۲۵۵^۲ - ۰/۰۱۲۵^۲)(۱۰۰ - ۳۰) = ۴/۹۴\ \mathrm{W}$

۹۲- یک میلهٔ شیشه‌ای به قطر ۱ cm و طول ۵ cm در محیطی جابه‌جایی با دمای ۲۰°C قرار دارد. دمای یک سر این میله ۱۸۰°C است. اگر ضریب انتقال گرما ۱۵ W/m².°C باشد، اتلاف گرمای لوله را حساب کنید.

حل:

$d = ۱\,\mathrm{cm}\ ,\quad L = ۵\,\mathrm{cm}\ ,\quad h = ۱۵\ \mathrm{W/m^۲.°C}\ ,\quad k = ۰/۷۸\ \mathrm{W/m.°C}$

$L_c = ۵/۲۵\ \mathrm{cm}\ ,\quad m = \left[\frac{hp}{kA}\right]^{\frac{۱}{۲}} = ۸۷/۷\ ,\quad mL_c = ۴/۶۰۵$

$\eta_f = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c} = ۰/۲۱۷ \Rightarrow q = (۰/۲۱۷)(۱۵)(\pi)(۰/۰۱)(۰/۰۵۲۵)(۱۸۰ - ۲۰) = ۰/۸۵۹\ \mathrm{W}$

۹۳- یک میله از جنس فولاد ضد زنگ با سطح مقطع مربع به ابعاد ۱ × ۱ cm، طول ۸ cm، $k =$ ۱۸ W/m.°C و دمای پایهٔ ۳۰۰°C است. این میله در محیط جابه‌جایی با دمای ۵۰°C و $h =$ ۴۵ W/m².°C قرار دارد. اتلاف گرمای میله و بازدهی پره را حساب کنید.

حل:

$L_c = ۸/۵\,\mathrm{cm}\ ,\quad m = \left(\frac{h.P}{kA}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۳۱/۶۲\ ,\quad mL_c = ۲/۶۸۸$

حالت II: $\eta_f = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c} = ۰/۳۶۹ \Rightarrow q = (۰/۳۶۹)(۴۵)(۰/۰۸۵)(۴)(۰/۰۱)(۳۰۰ - ۵۰) = ۱۴/۱۱\ \mathrm{W}$

۹۴- روی لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm پره‌های مسی به ضخامت ۱ mm و طول ۱۲ mm نصب شده‌اند. دمای لوله ۲۵۰°C و پره‌ها در معرض هوایی به دمای ۳۰°C و ضریب انتقال گرمای ۱۲۰ W/m².°C قرار دارند. اتلاف گرمای هر پره را حساب کنید.

حل:

$k = ۳۸۶\ \mathrm{W/m.°C}\ ,\quad t = ۱\,\mathrm{mm}\ ,\quad r_۱ = ۱/۲۵\,\mathrm{mm}\ ,\quad L = ۱۲\,\mathrm{mm}\ ,\quad L_c = L + \frac{t}{۲} = ۱۲/۵\ \mathrm{mm}$

$r_{۲c} = r_۱ + L_c = ۱/۲۵ + ۱/۲۵ = ۲/۵\ \mathrm{cm}\ ,\quad A_m = t(r_{۲c} - r_۱) = ۰/۱۲۵\ \mathrm{cm^۲}$

$L_c^{\frac{۳}{۲}}\left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۶۵۹\ ,\quad \frac{r_{۲c}}{r_۱} = ۲$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$\eta_f = ۰/۷۱$

$q = (۰/۷۱)(۱۲۰)(\pi)(۰/۰۲۵^۲ - ۰/۰۱۲۵^۲)(۲)(۲۵۰ - ۳۰) = ۵۵/۲\ \mathrm{W}$

۹۵- پرهٔ مستطیلی مستقیمی از جنس فولاد ضد زنگ (۱۸٪ کرم، ۸٪ نیکل) به طول ۵ cm و ضخامت ۲/۵ cm در دمای پایهٔ ۱۰۰°C می‌باشد. پره در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۰°C و $h =$ ۴۷ W/m².°C قرار دارد. اتلاف گرمای پره را به‌ازای واحد ارتفاع حساب کنید. بازده این پره چه‌قدر است؟

حل:

$k = ۱۷\ \text{W/m.°C}$ ، $h = ۴۷\ \text{W/m}^۲\text{.°C}$ ، $L = ۵\ \text{cm}$ ، $t = ۲/۵\ \text{cm}$

$L_c = L + \frac{t}{۲} = ۶/۲۵\ \text{cm} \Rightarrow L_c^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۶۵۷$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$\eta_f = ۰/۸$

$q = (۰/۸)(۴۷)(۲)(۰/۰۶۲۵)(۱۰۰ - ۲۰) = ۳۷۶\ \text{W/m}$

۹۶- پرهٔ دایره‌ای با سطح مقطع مستطیل از جنس دورالیم به طول ۳ cm و ضخامت ۱ mm لوله‌ای به قطر ۳ cm را احاطه کرده است. دمای دیوارهٔ لوله ۲۰۰°C می‌باشد. پره در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۰°C و ضریب انتقال گرمای ۸۰ W/m²°C قرار دارد. اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$k = ۲۰۴\ \text{W/m.°C}$ ، $r_۱ = ۱/۵\ \text{cm}$ ، $L = ۳\ \text{cm}$ ، $t = ۱\ \text{mm}$ ، $L_c = ۳/۰۵\ \text{cm}$ ، $r_{۲c} = ۴/۵۵\ \text{cm}$

$A_m = ۳/۰۵\ \text{cm}^۲ \Rightarrow L_c^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۶۰۴$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$\eta_f = ۰/۷۲$

$q = (۰/۷۲)(۲)(\pi)(۰/۰۴۵۵^۲ - ۰/۰۱۵^۲)(۸۰)(۲۰۰ - ۲۰) = ۱۲۰\ \text{W}$

۹۷- پرهٔ دایره‌ای با نیم رخ مستطیلی روی لوله‌ای به قطر ۳ cm و دمای ۱۰۰°C نصب شده است. قطر بیرونی پره ۹ cm و ضخامت آن ۱ mm است. ضریب جابه‌جایی محیط ۵۰ W/m²°C و دمای آن ۳۰°C می‌باشد. ضریب هدایت گرمایی پره را برای بازدهی ۶۰٪ حساب کنید.

حل:

$r_۱ = ۱/۵\ \text{cm}$ ، $r_۲ = ۴/۵\ \text{cm}$ ، $t = ۱\ \text{mm}$ ، $h = ۵۰\ \text{W/m}^۲\text{.°C}$ ، $L_c = ۳/۰۵\ \text{cm}$

$r_{۲c} = ۴/۵۵$ ، $\eta_f = ۰/۶$ ، $\frac{r_{۲c}}{r_۱} = ۳ \xrightarrow{\text{شکل (۱۱-۲)}} L_c^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۷۸$

$k = \frac{۱}{(۰/۰۰۱)(۰/۰۳۰۵)} [۰/۰۳۰۵]^۳ \times \frac{۵۰}{(۰/۷۸)^۲} = ۷۶/۵\ \text{W/m.°C}$

۹۸- پرهٔ دایره‌ای با مقطع مستطیلی به ضخامت ۱ mm و طول ۲ cm از جنس آلومینیم روی لوله‌ای به قطر ۲ cm نصب شده است. دمای لوله ۱۵۰°C، دمای محیط ۲۰°C و $h = ۲۰۰\ \text{W/m}^۲\text{.°C}$ می‌باشد. اتلاف گرمای پره را حساب کنید.

حل:

$t = ۱\ \text{mm}$ ، $r_۱ = ۱\ \text{cm}$ ، $L = ۲\ \text{cm}$ ، $h = ۲۰۰\ \text{W/m}^۲\text{.°C}$ ، $k = ۲۰۴\ \text{W/m.°C}$

$L_c = L + \frac{t}{۲} = ۲/۰۵\ \text{cm}$ ، $r_{۲c} = ۳/۰۵\ \text{cm}$ ، $A_m = t(r_{۲c} - r_۱) = ۰/۲۰۵\ \text{cm}^۲$

$L_c^{\frac{۳}{۲}} \left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۶۴۲$ ، $\frac{r_{۲c}}{r_۱} = ۳/۰۵$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم: $\eta_f = ۰/۶۸$

$$q = (۰/۶۸)(۲)(۲۰۰)(\pi)(۰/۰۳۰۵^۲ - ۰/۰۱^۲)(۱۵۰ - ۲۰) = ۹۲/۲ \text{ W}$$

۹۹- دو میله از جنس فولاد ضد زنگ ($k = ۱۷ \text{ W/m.°C}$) به قطر ۱ in با تماس فقط ۰/۱ درصد از سطح مقطعشان کاملاً به هم اتصال دارند. طول دو میله ۷/۵ cm است و در اختلاف دمای ۳۰۰°C قرار دارند. ارتفاع ناصافی هر میله ($L_g/۲$) ۱/۳ μm است. سیال محیط هوا با ضریب هدایت گرمایی ۰/۰۳۵ W/m.°C می‌باشد. مقاومت سطح تماس و نرخ گرمای محوری را حساب کنید. مقدار گرما در یک میلهٔ فولادی پیوسته به طول ۱۵ cm را به‌دست آورید.

حل:

(الف)

$$k_A = k_B = ۱۷ \text{ W/m.°C} \quad , \quad A_c = ۰/۰۰۱A \quad , \quad \Delta T = ۳۰۰\text{°C}$$

$$A = \frac{\pi d^۲}{۴} = ۵/۰۶۷ \times ۱۰^{-۴} \text{ m}^۲ \quad , \quad \frac{Lg}{۲} = ۱/۳ \times ۱۰^{-۶} \text{ m} \quad , \quad k_f = ۰/۰۳۵ \text{ W/m.°C}$$

$$L_A = L_B = ۷/۵ \text{ cm}$$

$$h_c = \frac{۱}{Lg}\left[\frac{A_c}{A}\left(\frac{۲k_A k_B}{k_A + k_B}\right) + \frac{A_v}{A}k_s\right] = ۱۹۹۸۶ \text{ W/m}^۲\text{.°C}$$

$$\frac{۱}{h_c \cdot A} = \frac{۱}{(۱۹۹۸۶)(۵/۰۶۷ \times ۱۰^{-۴})} = ۰/۰۹۸۷ \text{ °C/W}$$

$$q = \frac{۳۰۰}{\frac{(۰/۰۷۵)(۲)}{(۱۷)(۵/۰۶۷ \times ۱۰^{-۴})} + ۰/۰۹۸۷} = ۱۷/۳۱ \text{ W}$$

(ب) مقاومت تماس نداریم.

$$q = kA\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{(۱۷)(۵/۰۶۷ \times ۱۰^{-۴})(۳۰۰)}{۰/۱۵} = ۱۷/۲۸۸ \text{ W}$$

۱۰۱- دو صفحهٔ آلومینیمی به ضخامت ۵ mm و ناصافی ۱۰۰ μm با فشار ۲۰ atm با یکدیگر در تماس هستند. اختلاف دمای کل بین دوصفحه ۸۰°C است. میزان افت دما در نقطهٔ تماس را بیابید.

حل:

$$k_A = k_B = ۲۰۴ \text{ W/m.°C} \quad , \quad A = ۱ \text{ m}^۲$$

$$R_{th} = \frac{\Delta x}{kA} = \frac{۰/۰۰۵}{۲۰۴} = ۲/۴۵ \times ۱۰^{-۵} \text{ °C/W}$$

از جدول (۲-۲) داریم:

$$R_c = \frac{۱}{h_c \cdot A} = \frac{۱}{h_c} = ۰/۸۸ \times ۱۰^{-۴} \text{ °C/W}$$

$$\Sigma R_{th} = (۲)(۲/۴۵ \times ۱۰^{-۵}) + ۸/۸ \times ۱۰^{-۵} = ۱۳/۷ \times ۱۰^{-۵} \text{ °C/W}$$

$$q = \frac{\Delta T}{\Sigma R_{th}} = \frac{۸۰}{۱۳/۷ \times ۱۰^{-۵}} = ۵/۸۴ \times ۱۰^{۵} \text{ W}$$

$$q = \frac{T_A - T_B}{R_c} \quad \text{شد} \quad \Delta T_c = \frac{R_c}{\Sigma R_{th}} \quad \text{شد} \quad \Delta T = \frac{۰/۸۸ \times ۱۰^{-۴}}{۱۳/۷ \times ۱۰^{-۵}} \times ۸۰$$

۱۰۳- پره‌ای آلومینیمی به ترانزیستوری با تولید گرما به نرخ ۳۰۰ mW وصل است. سطح کل پره ۹ cm² و در هوای محیط با دمای ۲۷°C قرار دارد. ضریب رسانش گرمایی سطح تماس $9 \times 10^{-4}\ m^2.°C/W$ و مساحت سطح تماس ۰/۵ cm² است. اگر دمای پره یکنواخت باشد، دمای ترانزیستور را به‌دست آورید.

حل:

از جدول (۱۲-۲) داریم:

$$\frac{1}{h_c} = 0.9 \times 10^{-4}\ m^2.°C/W$$

$$A_c = 0.5\ cm^2 \ , \qquad q = 300\ mW$$

پره را در دمای یکنواخت ۲۷°C فرض کنید.

$$q = 300 \times 10^{-3} = \frac{1}{0.9 \times 10^{-4}}(0.5)(10^{-4})(T_t - 27) \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_t = 27.54\ °C}$$

۱۰۴- یک دیوار تخت به ضخامت ۲۰ cm، با تولید گرمای داخلی یکنواخت ۲۰۰ kW/m³ از هر دو طرف در محیط جابه‌جایی با دمای ۵۰°C و $h = 400\ W/m^2.°C$ قرار دارد. دمای مرکز دیوار را به‌ازای $k = 20\ W/m.°C$ حساب کنید.

حل: L: نصف ضخامت

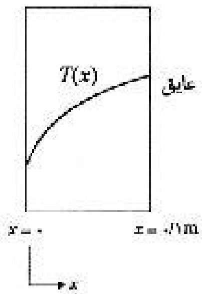
$$2h(T_w - T_\infty) = \dot{q}(2L) \ , \quad -2k(T_w - T_c)\frac{2}{L} = \dot{q}(2L)$$

$$T_c = \frac{\dot{q} \cdot L^2}{2k} + T_w \ , \quad T_w = \frac{\dot{q} \cdot L}{h} + T_\infty$$

$$T_w = \frac{200 \times 10^3 \times 0.1}{400} + 50 = 100\ °C \quad \Rightarrow \quad T_c = \frac{200 \times 10^3 \times (0.1)^2}{2 \times 20} + 100 = 150\ °C$$

۱۰۵- ضخامت دیوار مسألهٔ (۱۰۴-۲) را فقط ۱۰ cm و یک طرف آن را عایق فرض کنید. اگر بقیهٔ مقادیر همان مقادیر قبلی باشد، ماکزیمم دمای دیواره را بیابید.

حل:



$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}}{k} \qquad T = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + c_1 x + c_2$$

$$T = -5000\, x^2 + c_1 x + c_2$$

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0.1} = 0 \Rightarrow -10000(0.1) + c_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad c_1 = 1000$$

$$\dot{q}.A.L = h.A.(T_w - T_\infty) \quad \Rightarrow \quad T_w = \frac{\dot{q}L}{h} + T_\infty = 100\ °C$$

$$T_w = T_{x=0} \Rightarrow 100 = -5000(0)^2 + 1000(0) + c_2 \Rightarrow c_2 = 100$$

$$T = -5000\, x^2 + 1000\, x + 100$$

$$\frac{dT}{dx} = -10000\, x + 1000 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0.1$$

$$T_{max} = T_{x=0.1} = -5000(0.1)^2 + 1000(0.1) + 100 = 150\ °C$$

۱۰۶- پرهٔ آلومینیمی مستقیم با مقطع مثلث به دمای پایهٔ ۲۰۰°C در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۵°C و $h = ۴۵\ W/m^۲.°C$ قرار دارد. طول پره ۸ mm و ضخامت آن ۲ mm است. اتلاف گرما را به‌ازای واحد ارتفاع پره حساب کنید.

حل:

$k = ۲۰۴\ W/m.°C\ ,\ h = ۴۵\ W/m^۲.°C\ ,\ L = ۸\,mm\ ,\ t = ۲\,mm\ ,\ T_۰ = ۲۰۰\,°C\ ,\ T_\infty = ۲۵\,°C$

$L_c = L = ۸\ mm\ ,\ A_m = L.\frac{t}{۲} = ۰/۰۰۸ \times \frac{۰/۰۰۲}{۲} = ۸ \times ۱۰^{-۶}\ m^۲$

$L_c^{\frac{۳}{۲}}\left(\frac{h}{kA_m}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۱۲$

با استفاده از شکل (۱۱-۲) داریم:

$\eta_f = ۰/۹۲$

$A = (۲)\ (۰/۰۰۲^۲ + ۰/۰۰۸^۲)^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۰۱۶۵\ m^۲/$ مترعمق

$q = \eta_f\ .\ h A.\ \theta_۰ = (۰/۹۲)\ (۴۵)\ (۰/۰۱۶۵)\ (۲۰۰ - ۲۵) = ۱۱۹/۵\ W/m$

۳

هدایت حالت پایدار - چندبعدی

۱-با شروع راه حل جداسازی متغیرها برای $\lambda^2 = 0$ و $\lambda^2 < 0$ [معادله‌های (۹-۳) و (۱۰-۳)]، نشان دهید که در هیچ‌یک از این دو راه حل، چنانچه دما در $y = H$ ثابت باشد، شرایط مرزی صادق نخواهد بود. یعنی نشان دهید برای آنکه شرایط زیر صادق باشد، جواب بدیهی با از لحاظ فیزیکی، غیرمنطقی است.

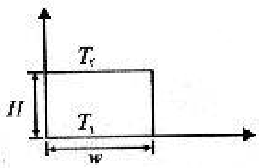
$T = T_1$ در $y = 0$

$T = T_1$ در $x = 0$

$T = T_1$ در $x = w$

$T = T_2$ در $y = H$

حل:



$\lambda^2 = 0 \Rightarrow X = c_1 + c_2 . x \quad , \quad Y = c_3 + c_4 . y$

با قرار دادن شرایط مرزی بالا داریم:

$y = 0: \quad T - T_1 = (c_1 + c_2 . x)[c_3 + c_4 x_0] = \theta = 0 \Rightarrow c_3 = 0$

$x = 0: \quad c_1 = 0 , c_2 = 0 \Rightarrow T_2 - T_1 = [0 + 0(x)][0 + c_4 H] = 0$

که یک جواب بدیهی است.

حالت $\lambda^2 < 0$ را در نظر می‌گیریم:

$\lambda^2 < 0: \quad \theta = T - T_1$

$$T - T_1 = \left[c_5 e^{-\lambda x} + c_6 e^{\lambda x}\right]\left[c_7 \cos(\lambda y) + c_8 \sin(\lambda y)\right]$$

$$y = 0 , \theta = 0 \Rightarrow 0 = \left(c_5 e^{-\lambda x} + c_6 e^{\lambda x}\right)(c_7) \Rightarrow c_7 = 0$$

$$x = 0 , \theta = 0 \Rightarrow 0 = (c_5 + c_6)\left[c_8 \sin(\lambda y)\right] \Rightarrow c_5 + c_6 = 0 \quad \text{یا} \quad c_8 = 0$$

اگر $c_8 = 0$ ، در این صورت باز جواب، بدیهی است، چون c_7 نیز صفر است.

اگر $c_5 + c_6 = 0$ داریم:

$$c_5 + c_6 = 0 \Rightarrow c_5 = -c_6$$

$$x = w , \theta = 0 \Rightarrow 0 = \left(c_5 e^{\lambda w} + c_6 e^{-\lambda w}\right)\left[c_8 \sin \lambda y\right] c_5 = 0$$

که در این صورت جواب‌ها بی‌معنی است.

۲- اولین چهار جملهٔ غیر صفر حل سری داده شده در معادلهٔ (۲۰-۳) را بنویسید. چنان‌چه در $y = H$ و $x = w/2$، فقط این چهار جملهٔ اولیه را به‌کار ببریم، درصد خطا چه‌قدر است؟

حل:

$$\frac{T-T_1}{T_2-T_1} = \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}+1}{n}\cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{w}\right)\frac{\sinh\left(\frac{n\pi y}{w}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi H}{w}\right)}$$

وقتی که n به سمت بی‌نهایت برود، داریم:

$$\frac{T-T_1}{T_2-T_1} = 1$$

چهار عبارت غیر صفر در ۷ , ۵ , ۳ , ۱ = n می‌باشد. چون در ۶ , ۴ , ۲ = n مقدار داخل سیگما صفر می‌شود.

در ۷ , ۵ , ۳ , ۱ = n داریم:

$$\frac{T-T_1}{T_2-T_1} = \frac{2}{\pi}\left[2\sin\frac{\pi}{2}+\frac{2}{3}\sin\frac{3\pi}{2}+\frac{2}{5}\sin\frac{5\pi}{2}+\frac{2}{7}\sin\frac{7\pi}{2}\right] = 0/92$$

$$\text{درصد خطا} = \frac{1-0/92}{1}\times 100 = \%8$$

۳- لوله‌ای به قطر ۶ cm و دمای سطحی ۲۱۰°C، از مرکز یک تخته سنگ بتونی به ضخامت ۴۵ cm عبور می‌کند. دمای سطح بیرونی تخته سنگ ۱۵°C است. با استفاده از منحنی شار، اتلاف گرمای لوله را در واحد طول حساب کنید. این مسأله را با استفاده از جدول (۱-۳) حل کنید.

حل:

$$q = Sk\Delta T$$

از جدول (۱-۳) برای S در این حالت داریم:

$$S = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{0/54\,w}{r}\right)}$$

که در این‌جا w ضخامت و r شعاع لوله است.

$$S = \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{0/54\times 0/45}{0/03}\right)} = 3/003 \quad \Rightarrow \quad q = 3/003\times 0/76(210-15) = 445/13\ \text{W/m}$$

۴- لولهٔ جدار ضخیمی از جنس مونل (۶۷٪ نیکل، ۳۰٪ مس، ۳٪ آلومینیم) به قطر درونی ۲/۵ cm و قطر بیرونی ۵ cm را با یک لایه پشم شیشه به ضخامت ۲/۵ cm پوشانده‌اند. دمای درونی لوله ۳۰۰°C و دمای بیرونی عایق ۴۰°C می‌باشد. اتلاف گرما به‌ازای واحد طول چه‌قدر است؟ برای مونل $k = 11$ BTU/h.ft.°F می‌باشد.

حل:

برای مونل:

$$k_1 = 11\ \text{BTU/h.°F.ft} = 19/04\ \text{W/m.°C}$$

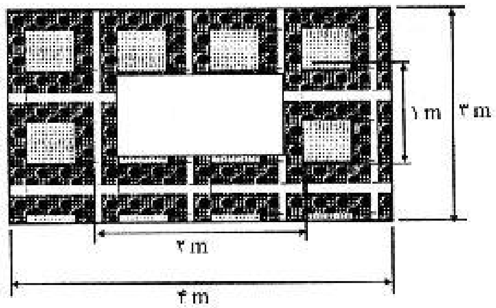
برای پشم شیشه:

$$k_2 = 0/038\ \text{W/m.°C}$$

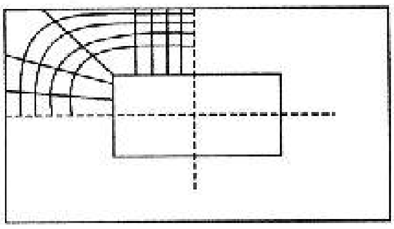
$$r_1 = 1/25\ \text{cm}\ ,\ r_2 = 2/5\ \text{cm}\ ,\ r_3 = 2/5+2/5 = 5\ \text{cm}$$

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi k_1}+\frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi k_2}} = \frac{300-40}{\frac{\ln\left(\frac{2/5}{1/25}\right)}{2\pi\times 19/04}+\frac{\ln\left(\frac{5}{2/5}\right)}{2\pi\times 0/038}} = 89/38\ \text{W/m}$$

۵- دیوار کوره‌ای متقارن دارای ابعاد نشان داده شده در شکل زیر است. با استفاده از منحنی شار، ضریب شکل دیوار را به‌دست آورید.



حل: در این مسأله باید خطوط هم‌دما و آدیابات را رسم کنیم. برای راحتی کار برای یک ربع از سطح این کار را انجام داده، به کل سطح تعمیم می‌دهیم.



N : تعداد فاصله بین سطح داخلی و خارجی (فواصل دمایی)

M : تعداد خطوط آدیابات

$M=۸$

$N=۵$ $\Rightarrow$ ضریب شکل $= \frac{M}{N} = \frac{۸}{۵} = ۱/۶$

این مقدار بالا برای یک ربع شکل است، برای کل شکل داریم:

$S=۴\times ۱/۶=۶/۴$

۶- کوره‌ای به ابعاد ۱ × ۲ × ۳ ft از ماده‌ای با ضریب هدایت گرمایی ۰/۵ BTU/h.ft.°F ساخته شده است. ضخامت دیواره ۶ in و دمای سطح درونی و بیرونی به‌ترتیب ۱۰۰۰°F و ۲۰۰°F می‌باشند. گرمای اتلافی از دیوارهٔ کوره را حساب کنید.

حل: چون مسأله سه‌بعدی است، داریم:

دیواره‌ها	کناره‌ها	گوشه‌ها
$S=\frac{A}{L}$	$S=۰/۵۴D$	$S=۰/۱۵L$

A : مساحت دیواره L : ضخامت دیواره و D : طول کناره (لبه)

دیواره‌ها	لبه‌ها	گوشه‌ها
$S_1=۶$	$S_1=۱/۶۲$	$S=۰/۰۷۵$
$S_2=۴$	$S_2=۱/۰۸$	
$S_3=۱۲$	$S_3=۰/۵۴$	

چون باید برای تمام حالات در نظر بگیریم، مقادیر D می‌تواند ۳، ۲، و ۱ باشد و به‌همین ترتیب مقادیر A برابر ۶، ۳، و ۲ است.

$$S_{\text{کل}} = \sum S_{\text{دیوارها}} + \sum S_{\text{لبه‌ها}} + \sum S_{\text{گوشه‌ها}}$$

$$S_{\text{کل}} = ۲S_{\text{دیوارها}} + ۴S_{\text{لبه‌ها}} + ۸S_{\text{گوشه‌ها}} = ۵۷/۵۶$$

$$q = S.k.\Delta T = ۲۳۰۰۰\ \text{BTU/hr}$$

۷- مکعبی به ضلع بیرونی ۳۵ cm، از آجر نسوز ساخته شده است. ضخامت دیوارهٔ آن ۵ cm و دمای سطح درونی آن ۵۰۰°C و سطح بیرونی ۸۰°C است. جریان گرما را برحسب وات بیان کنید.

حل:

$$k = ۱/۰۴\ \text{W},\ D = ۰/۳۵ - ۲\times ۰/۰۵ = ۰/۲۵\ \text{m},\ D = (۰/۲۵)^۲ = ۰/۰۶۲۵\ \text{m}^۲,\ L = ۰/۰۵\ \text{m}$$

$$S_{\text{دیوارها}} = \frac{A}{L} = ۱/۲۵,\ S_{\text{لبه‌ها}} = ۰/۵۴D = ۰/۱۳۵,\ S_{\text{گوشه‌ها}} = ۰/۱۵L = ۰/۰۰۷۵$$

$$S_{\text{کل}} = ۲S_{\text{دیوارها}} + ۴S_{\text{لبه‌ها}} + ۸S_{\text{گوشه‌ها}} = ۹/۱۸$$

$$q = S.K.\Delta T = (۹/۱۸)(۱/۰۴)(۵۰۰-۸۰) = ۴۰۰۹/۸\ \text{W}$$

۸- دو استوانهٔ بلند به قطرهای ۸ و ۳ cm با ماده‌ای با $k = ۱/۴\ \text{W/m.°C}$ کاملاً احاطه شده‌اند. فاصلهٔ بین مراکز استوانه‌ها ۱۰ cm و در دمای ۲۰۰ و ۳۵°C نگه‌داری می‌شود. آهنگ انتقال گرما به‌ازای واحد طول را حساب کنید.

حل:

$$r_۱ = ۴\ \text{cm},\ r_۲ = ۱/۵\ \text{cm},\ D = ۱۰\ \text{cm},\ k = ۱/۴\ \text{W/m.°C}$$

از جدول (۱-۳) برای این حالت داریم:

$$S = \frac{۲\pi L}{\cosh^{-۱}\left(\frac{D^۲ - r_۱^۲ - r_۲^۲}{۲r_۱r_۲}\right)} = \frac{۲\pi \times ۱}{\cosh^{-۱}\left(\frac{۰/۱^۲ - ۰/۰۴^۲ - ۰/۰۱۵^۲}{۲\times ۰/۰۴ \times ۰/۰۱۵}\right)}$$

$$S = ۲/۵۱\ \text{m} \Rightarrow q = S.K.\Delta T = (۲/۵۱)(۱/۴)(۲۰۰-۳۵) = ۵۷۹/۴\ \text{W/m}$$

۹- کره‌ای به قطر ۱ m و دمای ۳۰°C را در خاکی با $k = ۱/۷\ \text{W/m.°C}$ دفن کرده‌اند. عمق تا خط مرکزی ۲/۴ m و دمای سطح خاک صفر درجهٔ سانتی‌گراد است. اتلاف گرمای کره را حساب کنید.

حل:

$$S = \frac{۴\pi r}{۱ - \frac{r}{۲D}}$$

$$D = ۲/۴\ \text{m},\ r = ۰/۵\ \text{m} \Rightarrow S = \frac{۴\pi \times ۰/۵}{۱ - \frac{۰/۵}{۲\times ۲/۴}} = ۷/۰۱۴\ \text{m} \Rightarrow$$

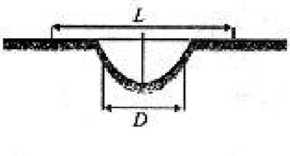
$$q = S.k.\Delta T = (۷/۰۱۴)(۱/۷)(۳۰-۰) = ۳۱۰\ \text{W}$$

۱۰- کره‌ای به قطر ۲۰ cm به‌طور کامل با پشم شیشه پوشانده شده است. در داخل کره، گرم‌کنی وجود دارد که دمای سطح بیرونی آن را در ۱۷۰°C ثابت نگه می‌دارد. اگر دمای لبهٔ بیرونی پشم شیشه ۲۰°C باشد، توان گرم‌کن را

برای تأمین شرایط تعادل حساب کنید.

حل: $q=۴\pi r = ۱/۲۵۷\,\text{m}\,,\ \ k=۰/۰۳۸\ \text{W/m.°C} \Rightarrow \quad q=S.k\,.\Delta T = (۱/۲۵۷)(۰/۰۳۸)(۱۷۰-۲۰)=۷/۱۶۵\ \text{W}$

۱۲- جسم صلبی مطابق شکل زیر دارای سطح فوقانی با برش نیم استوانه به دمای ۱۰۰°C است. اگر در عمق زیادی در این جسم دما $۳۰۰\ \text{K}$ و $k=۱\ \text{W/m.°C}$ باشد، انتقال گرمای سطح را برای $L=۳۰\ \text{cm}$ و $D=۱۰\ \text{cm}$ حساب کنید.



حل: برای این شکل در هیچ‌کدام از جداول مربوط به ضریب شکل، فرمولی یافت نمی‌شود به تنها حالتی که می‌توان آن را تبدیل کرد، استوانه‌ای است که داخل یک مکعب قرار گرفته، البته باید S نصف شود.

$$S=\frac{۲\pi}{\ln\left(\frac{۰/۵۴L}{r}\right)}=\frac{۲\pi}{\ln\left(\frac{۰/۵۴\times ۰/۳}{۰/۰۵}\right)}=۵/۳۴۴\ \text{m}$$

$$S'=\frac{۵/۳۴۴}{۲}=۲/۶۷\ \text{m}$$ برای این شکل

$$q=S'.k\,.\Delta T=(۲/۶۷)(۱)(۳۷۳-۳۰۰)=۱۹۵\ \text{W}$$

۱۳- در بعضی مناطق انتقال قدرت توسط کابل‌های زیرزمینی صورت می‌گیرد. در یک مورد، کابلی به قطر $۸\ \text{cm}$ و با مقاومت $۱/۱\times ۱۰^{-۴}\ \Omega/\text{m}$ در عمق ۱/۳ متری زمین دفن شده است. دمای سطح زمین ۲۵°C و برای خاک $k=۱/۲\ \text{W/m.°C}$ است. اگر دمای بیرون کابل بیش‌تر از ۱۱۰°C نباشد، حداکثر شدت جریان مجاز را حساب کنید.

حل:

$$D>۲r,\ L\gg r,\ \ S=\frac{۲\pi L}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)}=\frac{۲\pi\times ۱}{\ln\left(\frac{۱/۳}{۰/۰۴}\right)}=۱/۸\ \text{m}$$

$$q=S.k\,.\Delta T=۱/۸\times ۱/۲\times(۱۱۰-۲۵)=۱۸۴/۰۹\ \text{W}$$

$$q=R.I^۲ \Rightarrow \quad I=\sqrt{\frac{q}{R}}=\sqrt{\frac{۱۸۴/۰۹}{۱/۱\times ۱۰^{-۴}}}=۱۲۹۳\ \text{A}$$

۱۴- کره‌ای مسی به قطر $۴\ \text{cm}$ و دمای ثابت ۷۰°C در ناحیه‌ای خاکی با $k=۱/۳\ \text{W/m.°C}$ دفن شده است. دما در فاصلهٔ خیلی دور از این کره ۱۲°C است. اتلاف گرمای کره را حساب کنید.

حل:

$S = ۴\pi r = ۴\pi \times ۰/۰۲ = ۰/۲۵۱\ \mathrm{m}$

$q = S.k.\Delta T = (۰/۲۵۱)(۱/۳)(۷۰-۱۲) = ۱۸/۹۵\ \mathrm{W}$

۱۵- دو استوانهٔ بلند خارج از مرکز به‌ترتیب دارای قطرهای ۱۵ و ۴ cm و دماهای ۱۰۰ و ۲۰۰°C هستند و با ماده‌ای با ضریب هدایت گرمایی ۳ W/m.°C از هم جدا شده‌اند. فاصلهٔ مرکز استوانه‌ها ۴/۵ cm است. انتقال گرما بین دو استوانه را به‌ازای واحد طول بیابید.

حل:

$$S = \frac{۲\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{r_1^2+r_2^2-D^2}{۲r_1r_2}\right)} = \frac{۲\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{۰/۰۷۵^2+۰/۰۲^2-۰/۰۴۵^2}{۲\times ۰/۰۷۵\times ۰/۰۲}\right)} = ۰/۷۹۵\ \mathrm{m}$$

$q = S.k.\Delta T = (۰/۷۹۵)(۳)(۲۰۰-۱۰۰) = ۲۳۸\ \mathrm{W/m}$

۱۶- دو لولهٔ در خاک دفن شده‌اند و دمای آن‌ها ۳۰۰°C و ۱۲۵°C است. قطرها به‌ترتیب ۸ و ۱۶ cm و فاصلهٔ بین دو مرکز ۴۰ cm می‌باشد. به‌فرض ضریب هدایت گرمایی خاک در این محل ۰/۷ W/m.°C باشد، آهنگ انتقال گرما را به‌ازای واحد طول حساب کنید.

حل:

$$S = \frac{۲\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D^2-r_1^2-r_2^2}{۲r_1r_2}\right)} = \frac{۲\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{۰/۴^2-۰/۰۴^2-۰/۰۸^2}{۲\times ۰/۰۴\times ۰/۰۸}\right)} = ۳/۸۶\ \mathrm{m}$$

$q = S.k.\Delta T = (۳/۸۶)(۰/۷)(۳۰۰-۱۲۵) = ۴۷۲/۸۸\ \mathrm{W/m}$

۱۷- کره داغی به قطر ۱/۵ m و دمای ۳۰۰°C، درون ماده‌ای با $k = ۱/۲$ W/m.°C دفن شده است. دمای سطح بیرونی کره ۳۰°C و عمق خط مرکزی آن ۳/۷۵ m است. گرمای اتلافی را حساب کنید.

حل:

$$S = \frac{۲\pi r}{۱-\left(\frac{r}{۲D}\right)} = \frac{۴\times\pi\times ۰/۷۵}{۱-\left(\frac{۰/۷۵}{۲\times ۳/۷۵}\right)} = ۱۰/۴۷\ \mathrm{m}$$

$q = S.k.\Delta T = (۱۰/۴۷)(۱/۲)(۳۰۰-۳۰) = ۳۳۹۳\ \mathrm{W}$

۱۸- برای اندازه‌گیری ضریب گرمایی خاک از فرو کردن میلهٔ بلندی که به طریق الکتریکی گرم شده در زمین استفاده می‌شود. به این منظور قطر میله ۲/۵ cm و طول آن ۱ m است. برای اجتناب از تغییرات نامناسب خاک، در موقعی که دمای آن ۱۰°C است، حداکثر دمای سطحی میله ۵۵°C می‌باشد. به‌فرض ضریب هدایت خاک ۱/۷ W/m.°C باشد، توان لازم گرم‌کن را برحسب وات به‌دست آورید.

حل:

$$S = \frac{۲\pi L}{\ln\left(\frac{۲L}{r}\right)} = \frac{۲\pi\times ۱}{\ln\left(\frac{(۲)(۱)}{۰/۰۱۲۵}\right)} = ۱/۲۳۸\ \mathrm{m}$$

$q = S.k.\Delta T = (۱/۲۳۸)(۱/۷)(۵۵-۱۰) = ۹۴/۷۱\ \mathrm{W}$

۱۹- دو لوله به فاصلهٔ ۱۲ cm از هم در مادهٔ عایقی با $k = ۰/۸$ W/m.°C دفن شده‌اند. قطر یکی از آن‌ها ۱۰ cm بوده و حامل سیال گرمی به دمای ۳۰۰°C است و لولهٔ دیگر به قطر ۲/۸ cm، سیال سردی به دمای ۱۵°C را

حمل می‌کند. آهنگ انتقال گرما بین لوله‌ها را به‌ازای واحد طول به‌دست آورید.

حل:

$r_1 = ۵\,cm$, $r_2 = ۱/۴\,cm$, $D = ۱۲\,cm$

$$S = \frac{۲\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D^2 - r_1^2 - r_2^2}{۲ r_1 r_2}\right)} = \frac{۲\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{۰/۱۲^2 - ۰/۰۵^2 - ۰/۰۱۴^2}{۲\times ۰/۰۵\times ۰/۰۱۴}\right)} = ۲/۸۱۳\ m$$

$$q = S.k.\Delta T = (۲/۸۱۳)(۰/۸)(۳۰۰-۱۵) = ۶۴۱/۴\ W/m$$

۲۰- در موقعیت معینی ضریب هدایت گرمایی زمین $۱/۵\ W/m.°C$ می‌باشد. در این محل کره‌ای ایزوترمال به قطر $۲\ m$ و دمای $۵°C$ دارای عمق خط مرکزی $۵\ m$ قرار دارد. دمای زمین $۲۵°C$ است. اتلاف گرمایی کره را حساب کنید.

حل:

$$S = \frac{۴\pi r}{۱ - \frac{r}{۲D}} = \frac{۴\pi\times ۱}{۱ - \left(\frac{۱}{۲\times ۵}\right)} = ۱۳/۹۶$$

$$q = S.k.\Delta T = (۱۳/۹۶)(۱/۵)(۲۵-۵) = ۴۱۸/۹\ W$$

۲۱- گاهی اوقات بی‌دقتی می‌شود و لوله‌های بخار بدون عایق‌بندی در زمین دفن می‌شود. یک لولهٔ ۴ اینچی حامل بخار در دمای $۳۰۰°F$ را در نظر بگیرید که در عمق خط مرکزی $۹\ in$ دفن شده است. طول لوله دفن شده ۱۰۰ یارد است. به فرض ضریب هدایت گرمایی زمین $۱/۲\ W/m.°C$ و دمای سطح آن $۶۰°F$ باشد، اتلاف گرمایی لوله را حساب کنید.

حل:

$r = ۲\,in = ۰/۰۵۰۸\ m$ ، $L = ۱۰۰\ yd = ۹۱/۴۴\ m$ ، $D = ۹\,in = ۰/۲۲۸۶\ m$

$$S = \frac{۲\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D}{r}\right)} = \frac{۲\pi\,(۹۱/۴۴)}{\cosh^{-1}\left(\frac{۹}{۲}\right)} = ۲۶۲/۹۸\ m$$

$$q = S.k.\Delta T = (۲۶۲/۹۸)(۱/۲)(۳۰۰-۶۰)\left(\frac{۵}{۹}\right) = ۴۲۰۷۸\ W$$

۲۲- دو لولهٔ موازی با قطرهای ۵ و $۱۰\ cm$ به‌طور کامل با آزبست احاطه شده‌اند. فاصلهٔ بین مراکز آن‌ها $۲۰\ cm$ است. یکی از لوله‌ها بخار در دمای $۱۱۰°C$ و دیگری آب خنک در دمای $۳°C$ را حمل می‌کند. اتلاف گرمایی لولهٔ گرم را به‌ازای واحد طول حساب کنید.

حل:

$r_1 = ۵\,cm$, $r_2 = ۲/۵\ cm$, $D = ۲۰\,cm$ ، $k = ۰/۱۵\ \frac{W}{m.°C}$

$$S = \frac{۲\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D^2 - r_1^2 - r_2^2}{۲ r_1 r_2}\right)} = \frac{۲\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{۰/۲^2 - ۰/۰۵^2 - ۰/۰۲۵^2}{۲\times ۰/۰۵\times ۰/۰۲۵}\right)} = ۱/۸۵۷$$

$$q = S.k.\Delta T = (۱/۸۵۷)(۰/۱۵)(۱۱۰-۳) = ۲۹/۸۱\ W/m$$

۲۳- یک استوانهٔ بلند با دمای سطحی $۱۳۵°C$، در ماده‌ای با ضریب هدایت گرمایی $۱۵/۵\ W/m.°C$ دفن شده است. قطر استوانه $۳\ cm$ و عمق خط مرکز آن $۵\ cm$ و دمای سطح ماده $۲۶°C$ است. اتلاف گرمایی را به‌ازای واحد

طول حساب کنید.

حل:

$r_1 = ۱/۵\ \text{cm}\ ,\ D = ۵\ \text{cm}\ ,\ k = ۱۵/۵\ \text{W/m.°C}$

$$S = \frac{۲\pi L}{\cosh^{-۱}\left(\frac{D}{r}\right)} = \frac{۲\pi}{\cosh^{-۱}\left(\frac{۵}{۱/۵}\right)} = ۳/۳۵۳$$

$$q = S.k\,.\Delta T = (۳/۳۵۳)(۱۵/۵)(۱۳۵ - ۴۶) = ۴۶۲۶\ \text{W/m}$$

۲۴- کره‌ای با قطر m ۳ حاوی مخلوطی از یخ و آب صفر درجهٔ سانتی‌گراد است. در این کره یک منطقهٔ نیمه محدود با ضریب هدایت گرمایی $۰/۲\ \text{W/m.°C}$ دفن شده است. دمای سطح بالایی منطقه $۳۰°\text{C}$ و عمق خط مرکزی کره m ۸/۵ است. اتلاف گرمایی کره را حساب کنید.

حل:

$$S = \frac{۴\pi r}{۱ - \frac{r}{۲D}} = \frac{۴\pi \times ۱/۵}{۱ - \left(\frac{۱/۵}{۲ \times ۸/۵}\right)} = ۲۰/۶۷$$

$$q = S.k\,.\Delta T = (۲۰/۶۷)(۰/۲)(۳۰ - ۰) = ۱۲۴\ \text{W}$$

۲۵- یک گرم‌کن الکتریکی به شکل یک صفحه ۱۰۰×۵۰ cm روی سطح مادهٔ عایق نیمه‌محدودی با $k = ۰/۷۴\ \text{W/m.°C}$ نصب شده است. دمای صفحهٔ گرم‌کن در تمام سطح یکنواخت، ثابت و برابر $۱۲۰°\text{C}$ بوده و دمای مادهٔ عایق در فاصلهٔ زیادی از گرم‌کن $۱۵°\text{C}$ است. گرمای هدایت شده به مادهٔ عایق را بیابید.

حل:

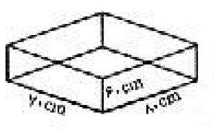
$k = ۰/۷۴\ \frac{\text{W}}{\text{m.°C}}\ ,\ D = ۰\ ,\ W = ۵۰\ \text{cm}\ ,\ L = ۱۰۰\ \text{cm}$

$$S = \frac{\pi W}{\ln\left(\frac{۴W}{L}\right)} = \frac{(۰/۵)\pi}{\ln\left(\frac{۴ \times ۰/۵}{۱}\right)} = ۲/۲۶۶$$

$$q = S.k\,.\Delta T = (۲/۲۶۶)(۰/۷۴)(۱۲۰ - ۱۵) = ۱۷۶/۱\ \text{W}$$

۲۶- ابعاد داخلی کورهٔ کوچکی، $۶۰ \times ۷۰ \times ۸۰$ cm و ضخامت دیوارهٔ آن cm ۵ است. ضریب شکل را بیابید.

حل:



$S_{\text{دیوارها}} = \frac{A}{L}\ ,\quad S_{\text{لبه‌ها}} = ۰/۵۴\,\text{D}\ ,\quad S_{\text{گوشه‌ها}} = ۰/۱۵\,\text{L}$

$$S_{\text{دیوارها}} = \left[(۲)(۰/۶)(۰/۷) + (۲)(۰/۶)(۰/۸) + (۲)(۰/۷)(۰/۸)\right] = ۵۴/۸\ \text{m}$$

$$S_{\text{لبه‌ها}} = (۴)(۰/۵۴)(۰/۶ + ۰/۷ + ۰/۸) = ۴/۵۳۶\ \text{m}$$

$$S_{\text{گوشه‌ها}} = (۸)(۰/۱۵)(۰/۰۵) = ۰/۶\ \text{m} \Rightarrow \boxed{S_{\text{کل}} = ۶۲/۹۹۶\ \text{m}}$$

۲۷- دمای لوله‌ای حاوی بخار به قطر cm ۱۵ برابر $۱۵۰°\text{C}$ است. این لوله در داخل خاک و در نزدیکی لولهٔ دیگری به قطر cm ۵ حاوی آب $۵°\text{C}$ دفن شده است. فاصلهٔ مراکز دو لوله cm ۱۵ و ضریب هدایت گرمایی $k = ۰/۷\ \text{W/m.°C}$ می‌باشد. اتلاف گرمایی لوله را بەازای واحد طول حساب کنید.

حل:

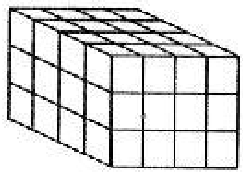
$r_1 = ۷/۵\ \text{cm}\ ,\ r_2 = ۲/۵\ \text{cm}\ ,\ D = ۱۵\ \text{cm}$

$$S = \frac{۲\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{D^۲ - r_1^۲ - r_2^۲}{۲r_1r_2}\right)} = \frac{۲\pi}{\cosh^{-1}\left(\frac{۰/۱۵^۲ - ۰/۰۷۵^۲ - ۰/۰۲۵^۲}{۲\times ۰/۰۷۵ \times ۰/۰۲۵}\right)} = ۲/۹۲۸$$

$$q = S.k.\Delta T = (۲/۹۲۸)(۰/۷)(۱۵۰ - ۵) = ۲۹۷/۲\ \text{W/m}$$

۲۸- برای یک گرهٔ داخلی، در یک مسألهٔ انتقال گرمای سه‌بعدی، معادله‌ای هم‌ارز معادلهٔ (۲۴-۳) به‌دست آورید.

حل:



$$\left.\frac{\delta T}{\delta x}\right|_{m+\frac{۱}{۲},n,p} \cong \frac{T_{m+۱,n,p} - T_{m,n,p}}{\Delta x} ,$$

$$\left.\frac{\delta T}{\delta x}\right|_{m-\frac{۱}{۲},n,p} \cong \frac{T_{m,n,p} - T_{m-۱,n,p}}{\Delta x}$$

$$\left.\frac{\delta T}{\delta y}\right|_{m,n+\frac{۱}{۲},p} \cong \frac{T_{m,n+۱,p} - T_{m,n,p}}{\Delta y} ,\quad \left.\frac{\delta T}{\delta y}\right|_{m,n-\frac{۱}{۲},p} \cong \frac{T_{m,n,p} - T_{m,n-۱,p}}{\Delta y}$$

$$\left.\frac{\delta T}{\delta z}\right|_{m,n,p+\frac{۱}{۲}} \cong \frac{T_{m,n,p+۱} - T_{m,n,p}}{\Delta z} ,\quad \left.\frac{\delta T}{\delta z}\right|_{m,n,p-\frac{۱}{۲}} \cong \frac{T_{m,n,p} - T_{m,n,p-۱}}{\Delta z}$$

$$\left.\frac{\delta^۲ T}{\delta x^۲}\right|_{m,n} \cong \frac{\left.\frac{\delta T}{\delta x}\right|_{m+\frac{۱}{۲},n,p} - \left.\frac{\delta T}{\delta x}\right|_{m-\frac{۱}{۲},n,p}}{\Delta x} \cong \frac{T_{m+۱,n,p} - T_{m,n,p} + T_{m-۱,n,p} + T_{m,n,p}}{\Delta x^۲}$$

$$\frac{\delta^۲ T}{\delta y^۲} \cong \frac{T_{m,n+۱,p} + T_{m,n-۱,p} - ۲T_{m,n,p}}{\Delta y^۲}$$

$$\frac{\delta^۲ T}{\delta z^۲} \cong \frac{T_{m,n,p-۱} + T_{m,n,p+۱} - ۲T_{m,n,p}}{\Delta z^۲}$$

با جای‌گذاری این مقادیر در معادله دیفرانسیل زیر و با فرض اینکه $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ داریم:

$$\frac{\delta^۲ T}{\delta x^۲} + \frac{\delta^۲ T}{\delta y^۲} + \frac{\delta^۲ T}{\delta z^۲} = ۰$$

$$\boxed{T_{m+۱,n,p} + T_{m-۱,n,p} + T_{m,n+۱,p} + T_{m,n-۱,p} + T_{m,n,p+۱} + T_{m,n,p-۱} - ۶T_{m,n,p} = ۰}$$

۲۹- برای یک گرهٔ داخلی، در یک مسألهٔ انتقال گرمای یک‌بعدی، معادله‌ای هم‌ارز معادلهٔ (۲۴-۳) به‌دست آورید.

حل:

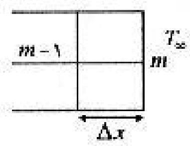
$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{m,n+\frac{۱}{۲}} \cong \frac{T_{m+۱,n} - T_{m,n}}{\Delta x} ,\quad \left.\frac{dT}{dx}\right|_{m-\frac{۱}{۲},n} \cong \frac{T_{m,n} - T_{m-۱,n}}{\Delta x}$$

در انتقال گرمای یک بعدی، $\frac{d^۲T}{dx^۲} = ۰$ و با جای‌گذاری مقدار بالا در معادله دیفرانسیل مربوطه داریم:

$$\boxed{T_{m+۱,n} + T_{m-۱,n} - ۲T_{m,n} = ۰}$$

۳۰- برای یک گرهٔ داخلی، در یک مسألهٔ انتقال گرمای یک‌بعدی همراه با شرط مرزی جابه‌جایی، معادله‌ای هم‌ارز معادلهٔ (۲۵-۳) به‌دست آورید.

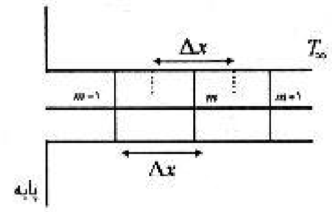
حل:



$$kA\,\frac{(T_{m-1}-T_m)}{\Delta x} - hA(T_m - T_\infty) = 0$$

$$T_m\left(\frac{h}{k}(\Delta x)+1\right) - T_\infty\left(\frac{h}{k}(\Delta x)\right) - T_{m-1} = 0$$

۳۱- با بررسی مسائل پرهٔ یک‌بعدی فصل دوم، نشان دهید که معادلهٔ گرهی برای گره‌هایی در طول پرهٔ شکل زیر را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:



$$T_m\left(\frac{hp(\Delta x)^2}{kA}+2\right) - \frac{hp(\Delta x)^2}{kA}T_\infty - (T_{m-1}+T_{m+1}) = 0$$

حل:

معادله دیفرانسیل مربوط به این حالت:

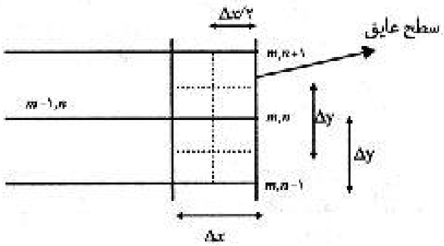
$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hp}{kA}(T - T_\infty) = 0$$

$$\left.\frac{d^2T}{dx^2}\right|_{m,n} \cong \frac{T_{m+1,n} - 2T_{m,n} + T_{m-1,n}}{(\Delta x)^2}$$

چون انتقال گرما را یک‌بعدی فرض کردیم تنها اندیس m داریم:

$$\boxed{T_m\left(\frac{hp(\Delta x)^2}{kA}+2\right) - \left(\frac{hp(\Delta x)^2}{kA}\right)T_\infty - (T_{m+1}+T_{m-1}) = 0}$$

۳۲- نشان دهید که معادلهٔ گرهی برای دیوار عایق شده مطابق شکل، به‌صورت زیر است:



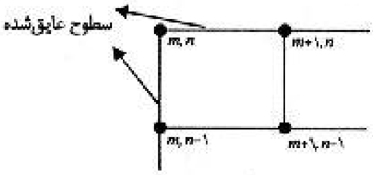
$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + 2T_{m-1,n} - 4T_{m,n} = 0$$

حل:

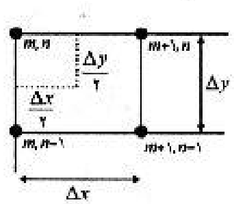
$$\frac{hA(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta x} + \frac{hA(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{2\Delta y} + \frac{hA(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{2\Delta y}$$

$$\Delta x = \Delta y \Rightarrow T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + 2T_{m-1,n} - 4T_{m,n} = 0$$

۳۳- برای مقطع گوشه‌ای عایق شده در شکل زیر، عبارتی برای معادلهٔ دمای گره (m,n) در شرایط هدایت پایدار به‌دست آورید.



حل:

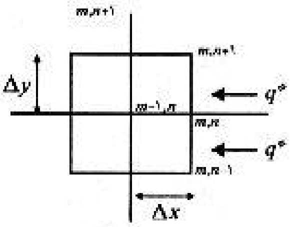


$$k\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{m,n-1}-T_{m,n}}{\Delta y}\right)+k\,\frac{\Delta y}{2}\left(\frac{T_{m+1,n}-T_{m,n}}{\Delta x}\right)=0$$

$$\Delta x=\Delta y \Rightarrow \boxed{T_{m,n-1}+T_{m+1,n}+2T_{m,n}=0}$$

۳۵- معادله‌ای برای یک گره مرزی که تحت شار گرمایی ثابت محیط است، به‌دست آورید.

حل:



$$\frac{k\Delta x}{2}\left(\frac{T_{m,n+1}-T_{m,n}}{\Delta y}\right)+k\Delta y\left(\frac{T_{m-1,n}-T_{m,n}}{\Delta x}\right)=0$$

$$\frac{k\Delta x}{2}\left(\frac{T_{m,n+1}-T_{m,n}}{\Delta y}\right)+q''\Delta y=0$$

$$\Delta x=\Delta y \Rightarrow \boxed{T_{m,n+1}+2T_{m-1,n}+T_{m,n-1}-\frac{2q''\Delta y}{k}-6T_{m,n}=0}$$

۳۶- معادلات گرهی را برای مثال (۵-۳)، اگر نیمهٔ چپ سیستم عایق بوده و نیمهٔ راست در یک محیط جابه‌جایی با $h=20\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$ و $T=20^\circ\mathrm{C}$ قرار گرفته باشد، به‌دست آورید.

حل:

$$2\frac{h\Delta x}{k}\,T_\infty+(T_3+T_8)-2\left(\frac{h\Delta x}{k}+1\right)T_4=0$$

$$2\frac{h\Delta x}{k}\,T_\infty+(T_7+T_{12})-2\left(\frac{h\Delta x}{k}+1\right)T_8=0$$

$$2\frac{h\Delta x}{k}\,T_\infty+(T_8+T_{10})-2\left(\frac{h\Delta x}{k}+1\right)T_{12}=0$$

$$T_5+500+2T_2-4T_1=0$$

$$T_1+T_1+2T_6-4T_5=0$$

$$2\frac{h\Delta x}{k}\,T_\infty+(T_{10}+T_5)-2\left(\frac{h\Delta x}{k}+1\right)T_9=0$$

$$T_4+500+T_2+T_7-4T_3=0$$

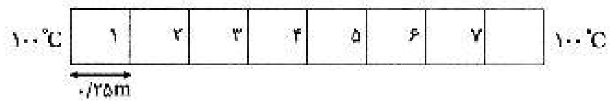
$$T_3+500+T_1+T_6-4T_2=0$$

$$T_8+T_3+T_6+T_{10}-4T_7=0$$

$$T_9+T_5+T_{10}+T_7-4T_6=0$$

۳۷- در کاری برای استفاده از انرژی خورشیدی، شار آفتابی بر لولهٔ فولادی به قطر خارجی ۵ cm [$k = ۱۶$ W/m.°C] و به طول ۲ m متمرکز شده است. شار انرژی روی سطح لوله ۲۰۰۰۰ W/m² و ضخامت دیوارهٔ لوله ۲ mm است. در داخل لوله‌ها آب جوش با ضریب جابه‌جایی ۵۰۰۰ W/m².°C و دمای ۲۵۰°C جریان دارد. دو سر لوله در نگه‌دارندهٔ مناسب که دمای آن‌ها را در ۱۰۰°C نگه می‌دارد، سوار شده است. به منظور بررسی تنش گرمایی، گرادیان دما در نزدیکی نگه‌دارنده‌ها مهم است. با فرض یک‌بعدی بودن سیستم، گرادیان دما در نزدیکی نگه‌دارنده‌ها را از طریق حل عددی به‌دست آورید.

حل:



$R_o = ۲۵ \times ۱۰^{-۳}\,\mathrm{m}$ ، $R_i = ۲۳ \times ۱۰^{-۳}\,\mathrm{m}$ ، $L = ۲\,\mathrm{m}$ ، $A = \pi(R_o^۲ - R_i^۲) = ۰/۰۰۰۳$ ، $P_o = ۲\pi R_o = ۰/۱۵۷$

$P_i = ۲\pi R_i = ۰/۱۴۴$

در قاعده کیرشهف همه q ها ورودی‌اند.

$$kA\,\frac{۱۰۰ - T_۱}{\Delta x} + kA\,\frac{T_۲ - T_۱}{\Delta x} + (P_o\,\Delta x)\,q' + h\,(P_i\,\Delta x)\,(۲۵۰ - T_۱) = ۰$$

$$۰/۰۱۹۲\,(۱۰۰ - T_۱) + ۰/۰۱۹۲\,(T_۲ - T_۱) + ۷۸۵ + ۱۸۰\,(۲۵۰ - T_۱) = ۰$$

$$۱۸۰/۰۳۸۴\,T_۱ - ۰/۰۱۹۲\,T_۲ = ۴۵۷۸۵/۱۹۲ \qquad (۱)$$

بقیه معادلات نیز به همین ترتیب نوشته می‌شود.

۳۸- میلهٔ آلومینیمی به قطر ۲/۵ cm و طول ۱۵ cm از دیواری به دمای ۳۰۰°C بیرون آمده است. دمای محیط ۳۸°C و ضریب انتقال گرما ۱۷ W/m².°C می‌باشد. با استفاده از روش عددی و نیز استفاده از نتیجهٔ مسالهٔ (۱۱-۳)، دما را در طول میله به‌دست آورید. سپس جریان گرمایی از دیوار مزبور در $x = ۰$ را به‌دست آورید.

تذکر: شرط مرزی در سر میله را می‌توان چنین بیان کرد:

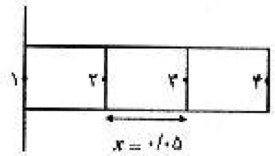
$$T_m\left[\frac{h\Delta x}{k} + \frac{hp\,(\Delta x)^۲}{۲kA} + ۱\right] - T_\infty\left[\frac{h\Delta x}{k} + \frac{hp\,(\Delta x)^۲}{۲kA} + ۱\right] - T_{m-۱} = ۰$$

که m نشان‌دهندهٔ گره در نوک پره می‌باشد. جریان گرما در پایه برابر است با:

$$q_{x=۰} = \frac{-kA}{\Delta x}\,(T_{m+۱} - T_m)$$

که T_m دمای پایه در $T_{m+۱}$ دما در اولین نمو است.

حل:



$$k\,(T_{m-۱,n}-T_{m,n})+\frac{k}{۲}\,(T_{m,n+۱}-T_{m,n})+\frac{k}{۲}\,(T_{m,n-۱}-T_{m,n})+q^{\cdot}.\Delta x=\bar{q}_{m,n}$$

$$k=۲۰۴\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}.^{\circ}\mathrm{C}}\;,\;A=\frac{\pi\,(۰/۰۲۵)^{۲}}{۴}=۴/۹۱\times ۱۰^{-۴}\,\mathrm{m}^{۲}\;,\;T_{0}=۳۰۰\,^{\circ}\mathrm{C}\;,\;T_{\infty}=۳۸\,^{\circ}\mathrm{C}\;,\;L=۱۵\,\mathrm{cm}$$

$$\Delta x=۰/۰۵\,\mathrm{m}\;,\;h=۱۷\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^{۲}.^{\circ}\mathrm{C}}\;,\;\frac{hp\,(\Delta x)^{۲}}{kA}=\frac{۱۷\,(\pi)\,(۰/۰۲۵)\,(۰/۰۵)^{۲}}{(۲۰۴)\,(۴/۱۹\times ۱۰^{-۴})}=۰/۰۳۳۳$$

$$\frac{h\Delta x}{k}=\frac{(۱۷)\,(۰/۰۵)}{۲۰۴}=۴/۱۷\times ۱۰^{-۳}\;,\;\bar{q}_{m,n}=q^{\cdot}=۰$$

$$۲/۰۳۳\,T_{۲}-۰/۰۳۳۳\,(۳۸)-(۳۰۰+T_{۳})=q_{۱}=۰$$

$$۲/۰۳۳\,T_{۳}-۰/۰۳۳۳\,(۳۸)-(T_{۲}+T_{۴})=q_{۲}=۰$$

$$T_{۴}=(۴/۱۷\times ۱۰^{-۳}+۰/۰۱۶۶۶+۱)-(۳۸)\,(۴/۱۷\times ۱۰^{-۳}+۰/۰۱۶۶)-T_{۳}=q_{۴}=۰$$

بعد از حل معادلات بالا داریم:

$$T_{۲}=۲۷۹/۷\,^{\circ}\mathrm{C}\;,\;T_{۳}=۲۶۷/۳\,^{\circ}\mathrm{C}\;,\;T_{۴}=۲۶۲/۶\,^{\circ}\mathrm{C}$$

$$q=\frac{-kA}{\Delta x}\,(T_{۲}-۳۰۰)=۴۰/۶۶\,\mathrm{W}$$

۳۹- مسألهٔ (۳-۳۸) را با استفاده از تغییرات خطی h بین دمای پایه و نوک پره تکرار کنید. فرض کنید در پایه $h=۲۸\ \mathrm{W/m^{۲}.^{\circ}C}$ و در نوک $h=۱۱\ \mathrm{W/m^{۲}.^{\circ}C}$ باشد.

حل:

$$\left.\begin{array}{l} h=۲۸\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^{۲}.^{\circ}\mathrm{C}}\;,\;x=۰ \\ h=۱۱\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^{۲}.^{\circ}\mathrm{C}}\;,\;x=۰/۱۵ \end{array}\right\}\Rightarrow\;\frac{y-۱۱}{x-۰/۱۵}=\frac{۲۸-۱۱}{۰-۰/۱۵}$$

$$-۰/۱۵\,y+۱/۶۵=۱۷\,x-۲/۵۵\;\Rightarrow\;y=-۱۱۳/۳۳x+۲۸\;\Rightarrow\;h=-۱۱۳/۳۳x+۲۸$$

$$T_{m}\left[\frac{(-۱۱۳/۳\,x+۲۸)p}{kA}\,\Delta x^{۲}+۲\right]-\frac{(-۱۱۳/۳\,x+۲۸)p}{kA}\,\Delta x^{۲}.T_{\infty}-(T_{m+۱}+T_{m})=۰$$

با جای‌گذاری مقادیر معلوم از مسأله قبل داریم:

$$۲/۰۱۱۱\,T_{۲}-T_{۳}=۳۰۰/۴۲۲$$

بقیه معادلات نیز به همین ترتیب نوشته می‌شوند.

۴۰- در مسألهٔ (۳-۵) برای دیواره از ماده‌ای با $k=۱/۴\ \mathrm{W/m.^{\circ}C}$ استفاده شده است. دمای درونی و بیرونی دیواره به‌ترتیب $۶۵۰^{\circ}\mathrm{C}$ و $۱۵۰^{\circ}\mathrm{C}$ است. با استفاده از روش عددی جریان گرمایی از دیواره را حساب کنید.

حل:

$$4T_1 - 2T_2 = 800$$
$$-T_1 + 4T_2 - T_3 = 800$$
$$-T_2 + 4T_3 - T_4 = 800$$
$$-T_3 + 4T_4 - T_5 = 800$$
$$-T_4 + 4T_5 - T_6 = 800$$
$$-2T_5 + 4T_6 = 800$$

۳	۴	۵	۶
۲			
۱			

$$q_{\text{داخل}} = 6788.2\ \frac{W}{m\ \text{عمق}}$$

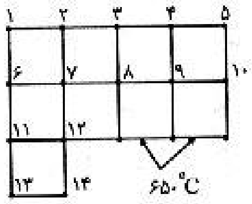
$$q_{\text{خارج}} = 6187.2\ \frac{W}{m}$$

$$q_{\text{متوسط}} = 6484.2\ \frac{W}{m}$$

گره	دما °C
۱	۳۷۹/۲۶۶
۲	۳۵۲/۵۲۳
۳	۳۵۴/۸۶۴
۴	۳۶۰/۹۲۵
۵	۳۸۸/۸۳۶
۶	۳۹۲/۴۱۸

۴۱- مسألهٔ (۴۰-۳) را با این فرض تکرار کنید که دیوار بیرونی در محیطی با دمای ۳۸°C قرار گرفته و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی ۱۷ W/m².°C باشد. فرض کنید که دمای سطح درونی در ۶۵۰°C حفظ شود.

حل:



$$\Delta x = \Delta y = 0.5\ \text{m}$$

$$k = 1.4\ \text{W/m.°C}$$

$$h = 17\ \text{W/m}^2\text{.°C}$$

$$T_\infty = 38\ \text{°C}$$

هدایت: $\frac{1}{R} = \frac{kA}{\Delta y} = 2.9$ ، جابه‌جایی: $\frac{1}{R} = hA = 8.5$

گره	$\Sigma\left(\frac{1}{R_{ij}}\right)$
۱	۹/۹
۲،۳،۴،۵،۶،۱۱،۱۳	۱۱/۳

$$T_1 = \frac{0.7(T_2 + T_6) + 8.5\times 38}{9.899} \quad , \quad T_2 = \frac{0.7(T_1 + T_3) + 8.5\times 38 + 1.4\,T_7}{11.3}$$

$$T_3 = \frac{0.7(T_2 + T_4) + 1.4\,T_8 + 8.5\times 38}{11.3} \quad , \quad T_4 = \frac{0.7(T_3 + T_5) + 1.4\,T_9 + 8.5\times 38}{11.3}$$

$$T_5 = \frac{1.4\,T_4 + 1.4\,T_{10} + 8.5\times 38}{11.3} \quad , \quad T_6 = \frac{0.7(T_1 + T_{11}) + 1.4\,T_7 + 8.5\times 38}{11.3}$$

$$T_7 = \frac{T_2 + T_6 + T_8 + T_{12}}{4} \quad , \quad T_8 = \frac{T_3 + T_7 + T_9 + 650}{4}$$

$$T_9 = \frac{T_4 + T_8 + T_{10} + 650}{4} \quad , \quad T_{10} = \frac{2T_9 + T_5 + 650}{4}$$

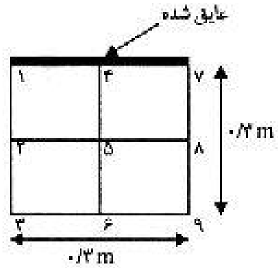
$$T_{11} = \frac{0.7\,T_6 + T_{13} + 1.4\,T_{12} + 8.5\times 38}{11.3} \quad , \quad T_{12} = \frac{T_7 + T_{11} + T_{14} + 650}{4}$$

$$T_{13} = \frac{1.4\,T_{11} + 1.4\,T_{14} + 8.5\times 38}{11.3} \quad , \quad T_{14} = \frac{2T_{12} + T_{13} + 650}{4}$$

گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
دما °C:	۴۰/۹	۵۹	۷۶/۵	۸۲	۸۳/۲	۵۸/۹	۱۸۶/۸	۳۱۶/۳	۳۵۱/۹	۳۵۹/۲	۷۵/۹	۳۱۲/۹	۷۹/۹	۳۳۸/۹

۴۳- در مقطع نشان داده شده در زیر، سطح ۷-۴-۱ عایق شده و ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی در سطح ۳-۲-۱ برابر $W/m^2.°C$ ۲۸ است. ضریب هدایت جسم جامد $W/m.°C$ ۵/۲ می‌باشد. با استفاده از روش عددی، دمای نقاط ۱، ۲، ۴ و ۵ را حساب کنید.

حل:



$T_\infty = ۰\ °C$

$h = ۲۸\ W/m^2.°C$

$T_{۷} = T_{۸} = T_{۹} = ۳۸°C$

$T_{۳} = T_{۶} = ۱۰°C$

$$\frac{۱}{R_{۱۲}} = \frac{۱}{R_{۱۴}} = \frac{kA}{\Delta x} = ۲/۶$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{۱}{R_{۱-\infty}} = ۲/۱ \\ \frac{۱}{R_{۲-\infty}} = ۴/۲ \\ \frac{۱}{R_{۲-۵}} = ۵/۲ \\ \frac{۱}{R_{۲۴}} = \frac{۱}{R_{۱۲}} \end{array}\right\}$$

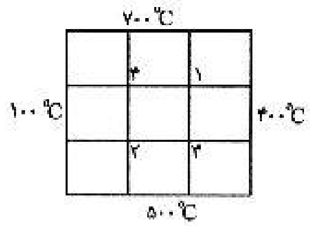
گره	$\Sigma\left(\frac{۱}{Rij}\right)$
۱	۷/۳
۲	۱۴/۶
۴	۱۰/۴

$$T_{۱} = \frac{۲/۶\, T_{۲} + ۲/۶\, T_{۴}}{۷/۳} \qquad T_{۲} = \frac{۲/۶\, T_{۱} + ۲/۶ \times ۱۰ + ۵/۲ \times T_{۵}}{۱۴/۶}$$

$$T_{۴} = \frac{۲/۶\, T_{۱} + ۲/۶ \times ۳۸ + ۵/۲ \times T_{۵}}{۱۰/۴} \qquad T_{۵} = \frac{۱۰ + ۳۸ + T_{۲} + T_{۴}}{۴}$$

$T_{۱} = ۱۲/۱۱°C$, $T_{۲} = ۱۱/۲۴°C$, $T_{۴} = ۲۲/۷۸°C$, $T_{۵} = ۲۰/۵۱°C$

۴۵- دما در نقاط ۱، ۲، ۳ و ۴ را با استفاده از روش عددی حساب کنید.



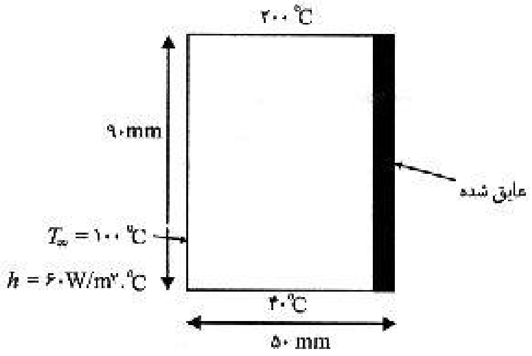
حل:

$$T_{۱} = \frac{۱۱۰۰ + T_{۲} + T_{۴}}{۴} \qquad T_{۲} = \frac{۶۰۰ + T_{۳} + T_{۴}}{۴}$$

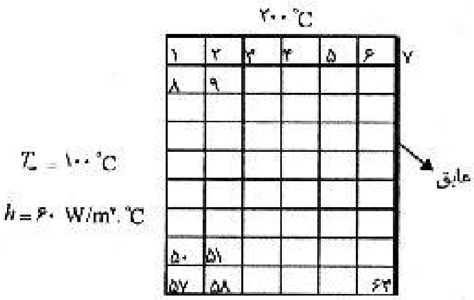
$$T_{۳} = \frac{۹۰۰ + T_{۱} + T_{۲}}{۴} \qquad T_{۴} = \frac{۸۰۰ + T_{۱} + T_{۲}}{۴}$$

$T_{۱} = ۴۸۷/۵°C$, $T_{۲} = ۳۶۲/۵°C$, $T_{۳} = ۴۳۷/۵°C$, $T_{۴} = ۴۱۲/۵°C$

۴۶- برای بلوک نشان داده شده در زیر، دما در حالت پایدار را در گره‌های مناسب، با استفاده از روش عددی حساب کنید. در صورت امکان از کامپیوتر رقمی و برنامه‌های کتابخانه‌ای قابل دسترس در مرکز کامپیوتر استفاده کنید.
در این مسأله k برابر ۳/۴۶ W/m.°C است.



حل: با توجه به شکل، ۶۳ گره داریم و حل آن با ماشین‌های محاسب معمولی امکان‌پذیر نیست. با استفاده از معادلات مربوطه برای چند گره داریم:



$\Delta x = \Delta y = ۱۰$ mm

$$\frac{h\,\Delta x}{k} = ۰/۱۷۳$$

حول گره (۱):
$$T_\infty + \frac{۱}{۲}(۲T_۲ + ۲۰۰ + T_۸) - (۰/۱۷۳ + ۲)T_۱ = ۰$$

حول گره (۲):
$$۴T_۲ - T_۱ - ۲۰۰ - T_۳ - T_۹ = ۰$$

حول گره (۷):
$$۴T_۷ - ۲۰۰ - T_{۱۴} - ۲T_۶ = ۰$$

حول گره (۵۷):
$$۰/۳۴۶\,T_\infty + (T_{۵۸} + T_{۵۰}) - ۲(۰/۳۴۶ + ۱)T_{۵۷} = ۰$$

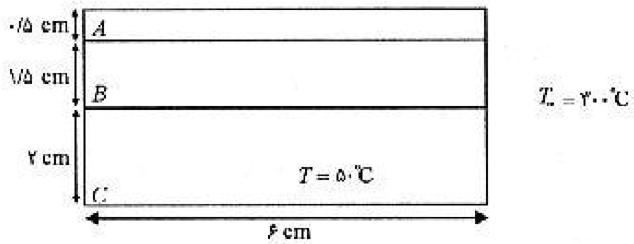
حول گره (۶۳):
$$۲T_{۵۶} + ۲T_{۶۲} - ۴/۳۴۶\,T_{۶۳} + ۳۴/۶ = ۰$$

بقیهٔ معادلات نیز به همین صورت به‌دست می‌آیند. در معادلات بالا سعی شده است از تمام نقاط نماینده‌ای داشته باشیم.

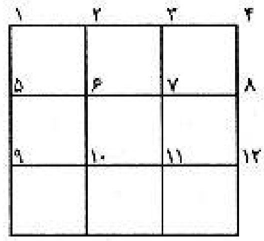
۴۷- مثال (۳-۲۳) را با استفاده از روش گوس-سایدل حل کنید.

حل: در حل مسألهٔ (۲۳-۳) از همین روش استفاده شده است.

۴۸- نوار مرکب شکل زیر در محیط جابه‌جایی با دمای ۳۰۰°C و $h = ۴۰\ \mathrm{W/m^2.°C}$ قرار گرفته است. خواص جسم عبارتند از: $k_A = ۲۰\ \mathrm{W/m.°C}$، $k_B = ۱/۲\ \mathrm{W/m.°C}$ و $k_C = ۰/۵\ \mathrm{W/m.°C}$. نوار مزبور بر روی صفحه‌ای با دمای ثابت ۵۰°C نصب شده است. انتقال گرما از این نوار به صفحه را در واحد طول نوار حساب کنید. جریان گرما را دو بعدی فرض کنید.



حل:



$$\frac{۱}{R_{۱۲}} = ۲/۵\ ,\ \frac{۱}{R_{۲۶}} = ۸۰\ ,\ \frac{۱}{R_{۱\infty}} = ۰/۵\ ,\ \frac{۱}{R_{۲\infty}} = ۰/۸$$

$$R_{۱۵} = ۴۰\ ,\ \frac{۱}{R_{۹\infty}} = ۰/۷\ ,\ \frac{۱}{R_{۵\infty}} = ۰/۴\ ,\ \frac{۱}{R_{۵۶}} = ۲/۹۵$$

$$\frac{۱}{R_{۹-۱۰}} = ۰/۷\ ,\ \frac{۱}{R_{۶-۱۰}} = ۱/۶\ ,\ \frac{۱}{R_{۵-۹}} = ۰/۸\ ,\ R_{۱۰-۵۰} = ۰/۵$$

$$R_{۹-۵۰} = ۰/۲۵$$

$$T_۱ = \frac{۵\times۳۰۰ + ۲/۵T_۲ + ۴۰T_۵}{۴۳} \qquad T_۲ = \frac{۰/۸\times۳۰۰ + ۲/۵T_۱ + ۲/۵T_۳ + ۸۰T_۶}{۸۵/۸}$$

$$T_۳ = \frac{۰/۸\times۳۰۰ + ۲/۵T_۲ + ۲/۵T_۴ + ۸۰T_۷}{۸۵/۸} \qquad T_۴ = \frac{۰/۵\times۳۰۰ + ۲/۵T_۳ + ۴۰T_۸}{۴۳}$$

$$T_۵ = \frac{۴۰T_۱ + ۲/۹۵T_۶ + ۰/۸T_۹ + ۰/۴\times۳۰۰}{۴۴/۱۵} \qquad T_۶ = \frac{۸۰T_۲ + ۲/۹۵T_۵ + ۲/۹۵T_۷ + ۱/۶T_{۱۰}}{۸۷/۵}$$

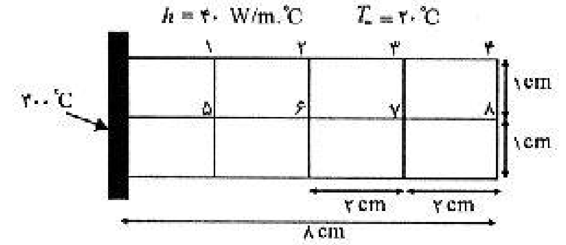
$$T_۷ = \frac{۸۰T_۳ + ۲/۹۵T_۶ + ۲/۹۵T_۸ + ۱/۶T_{۱۱}}{۸۷/۵} \qquad T_۸ = \frac{۴۰T_۴ + ۲/۹۵T_۷ + ۰/۸T_{۱۲} + ۰/۴\times۳۰۰}{۴۴/۱۵}$$

$$T_۹ = \frac{۰/۲۵\times۵۰ + ۰/۸T_۵ + ۰/۷T_{۱۰} + ۰/۷\times۳۰۰}{۲/۴۵} \qquad T_{۱۰} = \frac{۰/۵\times۵۰ + ۱/۶T_۶ + ۰/۷T_۹ + ۰/۷T_{۱۱}}{۳/۵}$$

$$T_{۱۱} = \frac{۰/۵\times۵۰ + ۱/۶T_۷ + ۰/۷T_{۱۰} + ۰/۷T_{۱۲}}{۳/۵} \qquad T_{۱۲} = \frac{۰/۲۵\times۵۰ + ۰/۷T_{۱۱} + ۰/۸T_۸ + ۰/۷\times۳۰۰}{۲/۴۵}$$

T (°C):	۲۵۴/۹	۲۵۰/۷	۲۵۰/۷	۲۵۴/۹	۲۵۴/۶	۲۵۰/۱	۲۵۰/۱	۲۵۴/۶	۲۳۴/۱	۲۱۰/۳	۲۱۰/۳	۲۳۴/۱
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

۴۹- دمای پایهٔ پرهٔ نشان داده شده در زیر $300°C$ بوده، در معرض محیط جابه‌جایی مطابق شکل قرار می‌گیرد. دمای حالت پایدار گره‌های نشان داده شده و اتلاف گرما را اگر $k = 1\ W/m.°C$ باشد، حساب کنید.



حل:

$$\frac{1}{R_{1-6}} = 0/25 \,, \frac{1}{R_{1-5}} = 2 \,, \quad \frac{1}{R_{8-\infty}} = 0/4 \,, \quad \frac{1}{R_{1-\infty}} = 0/8 \,, \quad \frac{1}{R_{4-\infty}} = 0/2 \,, \quad \sum \frac{1}{R_{ij}} = 3/3$$

$$T_1 = \frac{75 + 2T_5 + 0/25T_2 + 16}{3/3} \qquad T_2 = \frac{0/25T_1 + 0/25T_3 + 2T_6 + 16}{3/3}$$

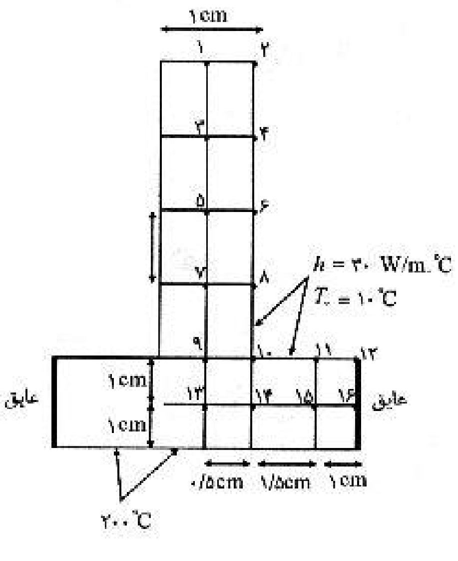
$$T_3 = \frac{0/25T_2 + 0/25T_4 + 2T_7 + 16}{3/3} \qquad T_4 = \frac{0/25T_3 + T_8 + 8 + 4}{1/85}$$

$$T_5 = \frac{4T_1 + 0/5T_6 + 150}{5} \qquad T_6 = \frac{4T_2 + 0/5T_7 + 0/5T_5}{5}$$

$$T_7 = \frac{4T_3 + 0/5T_6 + 0/5T_8}{5} \qquad T_8 = \frac{2T_4 + 0/5T_7 + 5}{2/9}$$

$T(°C)$:	۱۰۱/۵۵	۴۵/۶۶	۲۸/۰۳	۲۲/۲۹	۱۱۶/۳۵	۵۱/۱۴	۲۹/۷۶	۲۲/۲۲
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸

۵۰- دمای حالت پایدار برای گره‌های ۱ تا ۱۶ شکل زیر را حساب کنید.



حل:

$$\frac{۱}{R_{۱-۲}}=۱۰\ ,\quad \frac{۱}{R_{۱-\infty}}=۰/۱۵\ ,\quad \frac{۱}{R_{۱-۴}}=۱۰\ ,\quad \sum\frac{۱}{R_{ij}}=۱۰+۱۰+۵+۰/۱۵=۲۵/۱۵$$

$$T_{۱}=\frac{۲۰T_{۲}+۵T_{۴}+۱/۵}{۲۵/۱۵}\qquad T_{۲}=\frac{۱۰T_{۱}+۲/۵T_{۴}+۰/۷۵+۱/۵}{۱۲/۷۲۵}$$

$$T_{۳}=\frac{۴۰T_{۲}+۵T_{۱}+۵T_{۵}}{۵۰}\qquad T_{۴}=\frac{۲۰T_{۲}+۲/۵T_{۲}+۲/۵T_{۶}+۳}{۲۵/۳}$$

$$T_{۵}=\frac{۵T_{۳}+۵T_{۷}+۴۰T_{۶}}{۵۰}\qquad T_{۶}=\frac{۲۰T_{۵}+۲/۵T_{۴}+۲/۵T_{۸}+۳}{۲۵/۳}$$

$$T_{۷}=\frac{۵T_{۵}+۵T_{۹}+۴۰T_{۸}}{۵۰}\qquad T_{۸}=\frac{۲۰T_{۷}+۲/۵T_{۶}+۲/۵T_{۱۰}+۳}{۲۵/۳}$$

$$T_{۹}=\frac{۴۰T_{۱۰}+۵T_{۷}+۵T_{۱۳}}{۵۰}\qquad T_{۱۰}=\frac{۲۰T_{۹}+\frac{۱۰}{۳}T_{۱۱}+۱۰T_{۱۴}+۲/۷۵}{۳۳/۷۰۸۳}$$

$$T_{۱۱}=\frac{\frac{۱۰}{۳}T_{۱۰}+۲/۷۵+۵T_{۱۲}+۱۲/۵T_{۶}}{۲۱/۲۰۸۳}\qquad T_{۱۲}=\frac{۵T_{۱۱}+۵T_{۱۶}+۱/۵}{۱۰/۱۵}$$

$$T_{۱۳}=\frac{۵T_{۹}+۱۰۰۰+۴۰T_{۱۴}}{۵۰}\qquad T_{۱۴}=\frac{۲۰T_{۱۳}+\frac{۱۰}{۱/۵}T_{۱۵}+۱۰T_{۱۰}+۲۰۰۰}{۴۶/۶۶۷}$$

$$T_{۱۵}=\frac{T_{۱۴}+۱۲/۵T_{۱۱}+۱۰T_{۱۶}+۲۵۰۰}{۴۶/۶۶۷}\qquad T_{۱۶}=\frac{۱۰T_{۱۵}+۱۰۰۰+۵T_{۱۲}}{۲۰}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

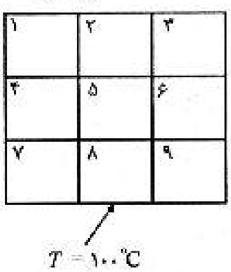
$T\,(^\circ C)$:	۱۱۴/۰۵۶۵	۱۱۳/۲۷۹۱	۱۲۰/۲۸۸	۱۱۹/۴۶۴۵	۱۳۳/۱۰۷۴	۱۳۲/۱۹۷۸	۱۵۳/۲۰۳۸	۱۵۲/۳۱۷۹
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸

$T\,(^\circ C)$:	۱۸۰/۳۸۷۳	۱۸۲/۴۲۹۳	۱۸۶/۸۸۰۴	۱۸۷/۴۹۶۵	۱۹۱/۲۳۴۷	۱۹۱/۴۹۵	۱۹۳/۱۲۶۸	۱۹۳/۴۳۷۵
گره:	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶

۵۱- دمای حالت پایدار برای گره‌های ۱ تا ۹ شکل زیر را حساب کنید.

$h=۲۵\,W/m^2.^\circ C$

$T_\infty=۵^\circ C$



$T=۱۰۰^\circ C$

$\Delta x=\Delta y=۲۵\ cm$

$k=۲۵\,W/m.^\circ C$

حل:

$$\frac{۱}{R_{۱۴}} = \frac{۱}{R_{۱۲}} = \frac{۲/۳ \times ۰/۱۲۵}{۰/۲۵} = ۱/۱۵ , \quad \frac{۱}{R_{۱-\infty}} = ۲۵ \times ۰/۱۲۵ = ۳/۱۲۵ \quad , \quad \sum \frac{۱}{R_{ij}} = ۵/۴۲۵$$

$$T_{۱} = \frac{۵ \times ۳/۱۲۵ + ۱/۱۵ T_{۲} + ۱/۱۵ T_{۴}}{۵/۴۲۵} \qquad T_{۲} = \frac{۱/۱۵ T_{۱} + ۱/۱۵ T_{۳} + ۶/۲۵ \times ۵ + ۲/۳ T_{۵}}{۱۰/۸۵}$$

$$T_{۳} = \frac{۱/۱۵ T_{۲} + ۱۱۵ + ۶/۲۵ \times ۵ + ۲/۳ T_{۶}}{۱۰/۸۵} \qquad T_{۴} = \frac{۱/۱۵ T_{۱} + ۲/۳ T_{۵} + ۱/۱۵ T_{۷}}{۴/۶}$$

$$T_{۵} = \frac{T_{۲} + T_{۴} + T_{۶} - T_{۸}}{۴} \qquad T_{۶} = \frac{T_{۳} + T_{۵} + T_{۹} + ۱۰۰}{۴}$$

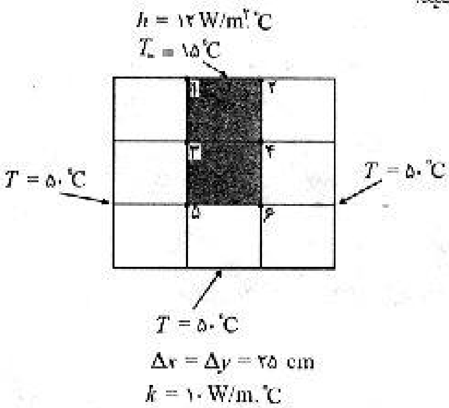
$$T_{۷} = \frac{۱/۱۵ T_{۴} + ۱۱۵ + ۲/۳ T_{۸}}{۴/۶} \qquad T_{۸} = \frac{T_{۵} + T_{۷} + T_{۹} + ۱۰۰}{۴}$$

$$T_{۹} = \frac{T_{۶} + T_{۸} + ۲۰۰}{۳}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$T\,(^\circ C)$:	۱۷/۸۶	۱۹/۵۱	۲۹/۹۳	۵۱/۱۸	۵۴/۵۹	۶۷/۸۶	۷۷/۶۹	۷۹/۸۰	۸۶/۹۱
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹

۵۲- دمای حالت پایدار گره‌های ۱ تا ۶ شکل زیر را حساب کنید.



حل:

$$\frac{۱}{R_{۱-\infty}} = ۱۲ \times ۰/۲۵ = ۳ , \quad \frac{۱}{R_{۱-۲}} = \frac{۱/۵ \times ۰/۱۲۵}{۰/۲۵} = ۰/۷۵$$

$$T_{۱} = \frac{۰/۷۵ T_{۲} + ۳۷/۵ + ۴۵ + ۱/۵ T_{۳}}{۶} \qquad T_{۲} = \frac{۰/۷۵ T_{۱} + ۱/۵ T_{۴} + ۳۷/۵ + ۴۵}{۶}$$

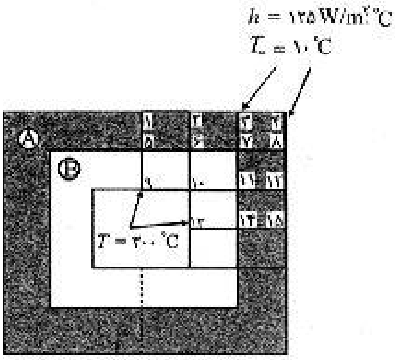
$$T_{۳} = \frac{T_{۱} + T_{۴} + T_{۵} + ۵۰}{۴} \qquad T_{۴} = \frac{T_{۲} + T_{۳} + T_{۶} + ۵۰}{۴}$$

$$T_{۵} = \frac{T_{۳} + T_{۶} + ۱۰۰}{۴} \qquad T_{۶} = \frac{T_{۴} + T_{۵} + ۱۰۰}{۳}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$T\,(^\circ C)$:	۲۷/۶	۲۷/۶	۴۱/۶	۴۱/۶	۴۷/۲	۴۷/۲
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶

۵۳- دمای گره‌های نشان داده شده در شکل زیر را حساب کنید. تمام سطح بیرونی در محیط جابه‌جایی و تمام سطح داخلی در دمای ثابت $۳۰۰°C$ قرار دارد. خواص جسم A و B در شکل نشان داده شده است.



$k_A = ۱۰ W/m.°C$

$k_B = ۴۰ W/m.°C$

$\Delta x = \Delta y = ۱cm$

حل:

$$\frac{۱}{R_{۱-۲}} = \frac{۱۰ \times ۰/۰۰۵}{۰/۰۱} = ۵ \ , \ \frac{۱}{R_{۱-\infty}} = ۰/۶۲۵ \ , \ \frac{۱}{R_{۱-۵}} = ۱۰ \ , \ \sum \frac{۱}{R_{ij}} = ۲۱/۲۵$$

$$\frac{۱}{R_{۵-۹}} = ۴۰ \ , \ \frac{۱}{R_{۵-۶}} = ۲۵$$

$$T_۱ = \frac{۱۰T_۲ + ۱۲/۵ - ۱۰T_۵}{۲۱/۲۵} \qquad T_۲ = \frac{۵T_۱ + ۵T_۳ + ۱۲/۵ - ۱۰T_۶}{۲۱/۲۵}$$

$$T_۳ = \frac{۵T_۲ - ۵T_۴ + ۱۰T_۷ + ۱۲/۵}{۲۱/۲۵} \qquad T_۴ = \frac{۵T_۳ + ۱۲/۵ + ۵T_۸}{۱۱/۲۵}$$

$$T_۵ = \frac{۱۰T_۱ + ۱۲۰۰۰ + ۵۰T_۶}{۱۰۰} \qquad T_۶ = \frac{۲۵T_۵ + ۱۲۰۰۰ - ۱۰T_۲ + ۲۵T_۷}{۱۰۰}$$

$$T_۷ = \frac{۲۵T_۶ + ۱۰T_۳ + ۲۵T_{۱۱} + ۱۰T_۸}{۷۰} \qquad T_۸ = \frac{۱۰T_۷ + ۵T_۴ + ۵T_{۱۲} + ۱۲/۵}{۲۱/۲۵}$$

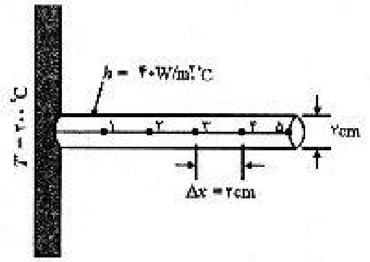
$$T_{۱۱} = \frac{۱۲۰۰۰ + ۲۵T_۷ + ۱۰T_{۱۲} + ۲۵T_{۱۴}}{۱۰۰} \qquad T_{۱۲} = \frac{۱۰T_{۱۱} + ۱۲/۵ + ۵T_۸ + ۵T_{۱۵}}{۲۱/۲۵}$$

$$T_{۱۴} = \frac{۵T_{۱۱} + ۱۰T_{۱۵} + ۱۲۰۰۰}{۱۰۰} \qquad T_{۱۵} = \frac{۱۰T_{۱۴} + ۱۰T_{۱۲} + ۱۲/۵}{۲۱/۲۵}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$T(°C)$:	۲۵۲/۵	۲۴۹/۸	۲۳۶/۶	۲۱۱/۴	۲۸۷/۶	۲۸۴/۶	۲۷۰/۹	۲۳۶/۶	۲۸۴/۶	۲۴۹/۸	۲۸۷/۶	۲۵۲/۵
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۱۱	۱۲	۱۴	۱۵

۵۴- دمای یک طرف میله‌ای به قطر ۲ cm و طول ۱۰ cm برابر ۲۰۰°C بوده و در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۵°C و $h =$ ۴۰ W/m²·°C قرار دارد. در داخل میله گرما با آهنگ ۵۰ MW/m³ تولید می‌شود و ضریب هدایت گرمایی ۳۵ W/m·°C است. دمای گره‌های مشخص شده در شکل را با فرض یک‌بعدی بودن جریان گرما حساب کنید.



حل:

$$\frac{۱}{R_{۱-۲}} = \frac{۱}{R_{۱-۰}} = \frac{hA}{\Delta x} = ۰/۵۴۹۸ ,\quad \frac{۱}{R_{۱-\infty}} = ۰/۰۵۰۲۷ ,$$

$$q = (۵۰ \times ۱۰^{۶})\,\pi(۰/۰۱)^{۲}\,(۰/۰۲) = ۳/۱۴۲ ,\quad \sum \frac{۱}{R_{ij}} = ۲(۰/۵۴۹۸ + ۰/۰۵۰۲۷) = ۱/۱۴۹۹$$

$$T_{۱} = \frac{۱۰۹/۹۶ + ۰/۵۴۹۸T_{۲} + ۱/۲۶ + ۳/۱۴۲}{۱/۱۴۹۹} \qquad T_{۲} = \frac{۰/۵۴۹۸(T_{۱} + T_{۳}) + ۱/۲۶ + ۳/۱۴۲}{۱/۱۴۹۹}$$

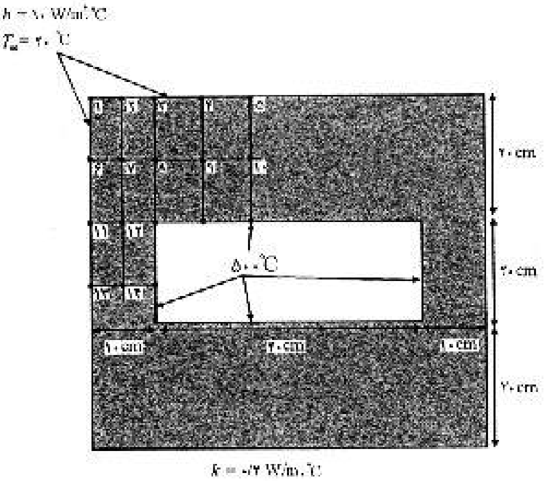
$$T_{۳} = \frac{۰/۵۴۹۸(T_{۲} + T_{۴}) + ۱/۲۶ + ۳/۱۴۲}{۱/۱۴۹۹} \qquad T_{۴} = \frac{۰/۵۴۹۸(T_{۳} + T_{۵}) + ۱/۲۶ + ۳/۱۴۲}{۱/۱۴۹۹}$$

$$T_{۵} = \frac{۰/۵۴۹۸\,T_{۴} + ۰/۶۳ + ۱/۵۷۱ + ۰/۳۱۴}{۰/۵۸۷۵}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

T (°C):	۱۷۲/۹۶	۱۵۳/۷۴	۱۴۰/۵۸	۱۳۲/۲۸	۱۲۸/۰۷
گره:	۱	۲	۳	۴	۵

۵۵- دمای حالت پایدار گره‌های شکل زیر را حساب کنید. تمام سطح بیرونی در محیط جابه‌جایی با دمای ۲۰°C و تمام سطح داخلی در دمای ۵۰۰°C است. فرض کنید $k =$ ۰/۲ W/m·°C است.



حل:

$$\frac{1}{R_{1-2}} = 0/2 \quad , \quad \frac{1}{R_{1-6}} = 0/05 \quad , \quad \frac{1}{R_{1-\infty}} = 0/25 \quad , \quad \frac{1}{R_{6-\infty}} = 0/5 \quad , \quad \sum \frac{1}{R_{ij}} = 1$$

$$T_1 = \frac{10 + 5 + 0/2\,T_2 + 0/05\,T_6}{1} \qquad T_2 = \frac{0/2\,T_1 + 0/2\,T_3 + 0/1\,T_7 + 10}{1}$$

$$T_3 = \frac{0/2\,T_2 + 0/1\,T_8 + 0/15\,T_4 + 15}{1/5} \qquad T_4 = \frac{0/1\,T_3 + 0/1\,T_5 + 0/2\,T_9 + 20}{1/4}$$

$$T_5 = \frac{0/2\,T_4 + 0/2\,T_{10} + 20}{1/4} \qquad T_6 = \frac{0/05\,T_1 + 0/05\,T_{11} + 0/4\,T_7 + 20}{1/5}$$

$$T_7 = \frac{0/4\,T_6 + 0/4\,T_8 + 0/1\,T_2 + 0/1\,T_{12}}{1} \qquad T_8 = \frac{0/4\,T_7 + 0/15\,T_3 + 75 + 0/2\,T_9}{0/9}$$

$$T_9 = \frac{0/2\,T_8 + 0/2\,T_{10} + 100 + 0/2\,T_4}{0/8} \qquad T_{10} = \frac{0/4\,T_9 + 0/2\,T_5 + 100}{0/8}$$

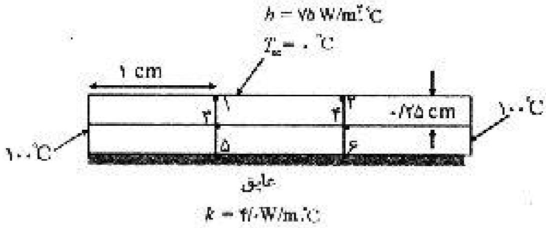
$$T_{11} = \frac{0/4\,T_{12} + 0/05\,T_6 + 0/05\,T_{13} + 20}{1/5} \qquad T_{12} = \frac{0/8\,T_{11} + 0/1\,T_7 + 0/1\,T_{14} + 200}{1}$$

$$T_{13} = \frac{0/8\,T_{11} + 0/4\,T_{14} + 20}{1/5} \qquad T_{14} = \frac{0/4\,T_{13} + 0/2\,T_{12} + 20}{1}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

T (°C):	۲۵/۰۱	۲۶/۶۲	۳۹/۶۲	۵۸/۵۱	۶۱/۲۰	۵۴/۸۷	۱۳۶/۹۲	۲۰۸/۳۹
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
T (°C):	۲۵۹/۲۰	۲۶۹/۹۰	۹۵/۷۱	۲۸۳/۵۹	۱۴۸/۶۹	۳۱۶/۱۹		
گره:	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴		

۵۶- دمای حالت پایدار گره‌های نشان داده شده در شکل زیر را حساب کنید.



حل:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{4 \times 0.00125}{0.01} = 0.5 , \quad \frac{1}{R_{1-\infty}} = 75 \times 0.01 = 0.75 , \quad \frac{1}{R_{13}} = \frac{4 \times 0.01}{0.025} = 16 , \quad \sum \frac{1}{R_{ij}} = 17.75$$

$$T_1 = \frac{0.5T_2 + 50 + 16T_3 + 0}{17.75} \qquad T_2 = \frac{0.5T_1 + 16T_4 + 50}{17.75}$$

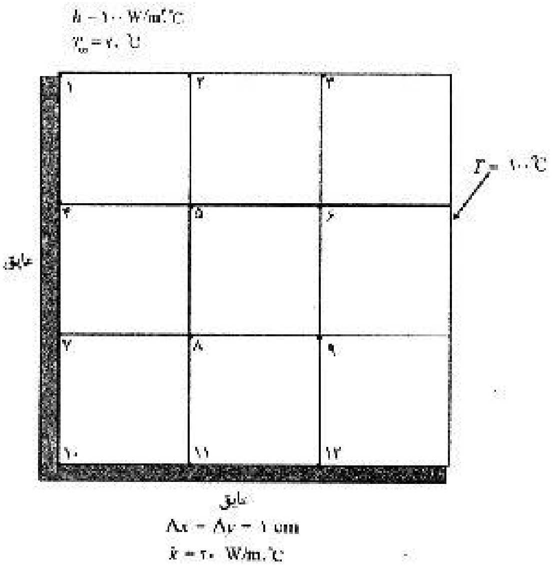
$$T_3 = \frac{11T_4 + 100 + 16T_5 + 16T_1}{34} \qquad T_4 = \frac{11T_3 + 100 + 16T_6 + 16T_2}{34}$$

$$T_5 = \frac{0.5T_6 + 50 + 16T_3}{17} \qquad T_6 = \frac{0.5T_5 + 50 + 16T_4}{17}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

T (°C):	۶۷/۳۵	۶۹/۵۵	۶۹/۴۲	۷۱/۹۳	۷۰/۴۱	۷۲/۷۱
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶

۵۷- در داخل جسم صلب دو بعدی زیر، گرما با آهنگ ۹۰ MW/m³ تولید می‌شود. با استفاده از روش عددی، دمای حالت پایدار گره‌ها را بهازای $k = 20$ W/m.°C حساب کنید.



حل:

$$\frac{۱}{R_{۱۲}}=\frac{۱}{R_{۱۴}}=\frac{۲۰\times ۰/۰۰۵}{۰/۰۱}=۱۰\ ,\quad q_{۱}=۹۰\times ۱۰^{۶}\times ۰/۰۰۵\times ۰/۰۰۵=۲۲۵۰\ \mathrm{W}$$

$$\frac{۱}{R_{۱-\infty}}=۱۰۰\times ۰/۰۰۵=۰/۵\ ,\quad \sum\frac{۱}{R_{ij}}=۲۰/۵$$

$$T_{۱}=\frac{۱۰T_{۲}+۱۰T_{۴}+۱۰+۲۲۵۰}{۲۰/۵}\qquad T_{۲}=\frac{۱۰T_{۱}+۲۰T_{۵}+۱۰T_{۳}+۴۵۰۰+۲۰}{۴۱}$$

$$T_{۳}=\frac{۱۰T_{۲}+۱۰۰۰+۲۰T_{۶}+۲۰+۴۵۰۰}{۴۱}\qquad T_{۴}=\frac{۲۰T_{۵}+۱۰T_{۱}+۱۰T_{۷}+۴۵۰۰}{۴۰}$$

$$T_{۵}=\frac{T_{۲}+T_{۴}+T_{۶}+T_{۸}+۴۵۰}{۴}\qquad T_{۶}=\frac{T_{۳}+T_{۵}+T_{۹}+۱۰۰+۴۵۰}{۴}$$

$$T_{۷}=\frac{۲۰T_{۸}+۱۰T_{۴}+۱۰T_{۱۰}+۴۵۰۰}{۴۰}\qquad T_{۸}=\frac{T_{۵}+T_{۷}+T_{۹}+T_{۱۱}+۴۵۰}{۴}$$

$$T_{۹}=\frac{T_{۶}+T_{۸}+T_{۱۲}+۱۰۰+۴۵۰}{۴}\qquad T_{۱۰}=\frac{۱۰T_{۱۱}+۱۰T_{۷}+۲۲۵۰}{۲۰}$$

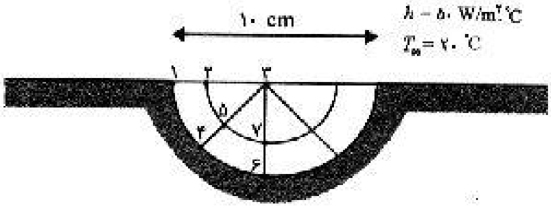
$$T_{۱۱}=\frac{۱۰T_{۱۰}+۱۰T_{۱۲}+۴۵۰۰}{۲۰}\qquad T_{۱۲}=\frac{۱۰T_{۱۱}+۱۰۰۰+۴۵۰۰}{۲۰}$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$T\,(^{\circ}C)$:	۱۹۲۸/۲۳	۱۷۳۶/۷۰	۱۱۲۷/۷۳	۲۰۱۰/۸۹	۱۸۰۱/۲۰	۱۱۶۷/۴۹	۲۰۵۲/۸۰	۱۸۳۹/۷۴	۱۱۹۱/۰۴
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹

$T\,(^{\circ}C)$:	۲۰۷۰/۸۵	۱۸۶۴/۹۰	۱۲۰۶/۹۵
گره:	۱۰	۱۱	۱۲

۵۸- نیم‌استوانه‌ای با ضریب هدایت گرمایی $k=۲۰\ \mathrm{W/m.^{\circ}C}$ در محیط جابه‌جایی با دمای $۲۰^{\circ}C$ قرار دارد. دمای سطح پایینی $۳۰۰^{\circ}C$ است. دمای گره‌های نشان داده شده و اتلاف گرمای حالت پایدار را حساب کنید.



حل:

برای گره (۲) داریم:

$$\frac{۱}{R_{m+}}=\frac{k\pi(۰/۰۱۲۵)}{۱۶(۰/۰۲۵)}=۳/۹۲۷ \qquad \frac{۱}{R_{m-}}=\frac{۲k\pi}{۱۶\ln ۲}=۱۱/۲۳$$

$$\frac{۱}{R_{n+}}=\frac{k(۰/۰۲۵)}{\frac{۲\pi(۰/۰۲۵)}{۸}}=۲۵/۴۶ \qquad \frac{۱}{R_{n-}}=h(۰/۰۲۵)=۱/۲۵$$

برای گره (۳) داریم:

$$\frac{۱}{R_{m۲}}=۳/۹۲۷ \qquad \frac{۱}{R_{m۵}}=k\frac{۲\pi\times ۰/۰۱۲۵}{۸\times ۰/۰۲۵}=۷/۸۵۴$$

$$\frac{۱}{R_{m۳}}=\frac{۱}{R_{m۵}}=۷/۸۵۴ \qquad \frac{۱}{R_{-}}=h(۰/۰۲۵)=۱/۲۵$$

برای گره (۵) داریم:

$$\frac{۱}{R_{m+}}=\frac{۱}{R_{m۵}}=۷/۸۵۴\,,\quad \frac{۱}{R_{m-}}=\frac{۱}{R_{m+۴}}=۲۲/۶۶\,,\quad \frac{۱}{R_{m+}}=\frac{۱}{R_{n-}}=\frac{k(۰/۰۲۵)}{\frac{۲\pi(۰/۰۲۵)}{۸}}=۲۵/۴۶$$

برای گره (۷) داریم:

$$\frac{۱}{R_{m-}}=\frac{۱}{R_{m+۴}}=۲۲/۶۶\,,\quad \frac{۱}{R_{m+}}=\frac{۱}{R_{m۷}}=۷/۸۵۴\,,\quad \frac{۱}{R_{n+}}=\frac{۱}{R_{n-}}\ \frac{۱}{R_{n+۵}}=۲۵/۴۶$$

$$\sum\frac{۱}{R_{ij}}:\quad ۴۱/۹۶۷ \qquad ۳۲/۶۶۶ \qquad ۸۱/۴۳۴ \qquad ۸۱/۴۳۴$$

گره: ۲ ۳ ۵ ۷

$$-۴۱/۹۶۷\,T_۲+۳/۹۲۷\,T_۳+۲۵/۴۶\,T_۵=۳۳۲/۴$$
$$۷/۸۵۴\,T_۲-۳۲/۶۶۶\,T_۳+۱۵/۷۰۸\,T_۵+۷/۸۵۴\,T_۷=-۲۵$$
$$۲۵/۴۶\,T_۲+۷/۸۵۴\,T_۳-۸۱/۴۳۴\,T_۵+۲۵/۴۶\,T_۷=-۶۷۹/۸$$
$$۷/۸۵۴\,T_۳+۵۰/۹۲\,T_۵-۸۱/۴۳۴\,T_۷=-۶۷۹/۸$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

$$T_۲=۲۸/۶۱۱^\circ C\,,\quad T_۳=۲۸/۷۹۵^\circ C\,,\quad T_۵=۲۹/۲۷^\circ C\,,\quad T_۷=۲۹/۴۲۸^\circ C$$

$$q_{\text{روی سطح بیرونی}}=۵۰\left[(۳۰۰-۲۰)\frac{(۰/۰۲۵)}{۲}(۲)+(۲۸-۶۱۱-۲۰)(۰/۰۷۵)(۲)+(۲۸-۷۹۵-۲۰)(۰/۰۲۵)\right]=۳۸۲/۵\ \text{W/m}$$

۶۴- مسألهٔ (۳-۵۳) را در حالتی حل کنید که سطح داخلی به‌جای این که سطح در دمای ثابت ۳۰۰°C باشد، شار گرمایی ثابت ۳۰۰ $W/m^۲$ را جذب کند.

$$T_1 = \frac{20T_2 + 5T_3 + 1.5}{25}$$

$$T_2 = \frac{10T_1 + 2.5T_4 + 2.25}{12.5}$$

$$T_3 = \frac{40T_4 + 5T_1 + 5T_5}{50}$$

$$T_4 = \frac{20T_3 + 2.5T_2 + 2.5T_6 + 3}{25}$$

$$T_5 = \frac{5T_3 + 5T_7 + 40T_6}{50}$$

$$T_6 = \frac{20T_4 + 2.5T_5 + 2.5T_8 + 3}{25}$$

$$T_7 = \frac{5T_5 + 5T_9 + 40T_8}{50}$$

$$T_8 = \frac{20T_7 + 2.5T_6 + 2.5T_{10} + 3}{25}$$

$$T_9 = \frac{40T_{10} + 5T_7 + 5T_{13}}{50}$$

$$T_{10} = \frac{(20T_9 + \frac{10}{3}T_{11} + 10T_{14} + 3.75) \times 3}{100}$$

$$T_{11} = \frac{\frac{10}{3}T_{10} + 5T_{12} + 12.5T_{15} + 3.75}{20.8333}$$

$$T_{12} = \frac{5T_{11} + 2.5T_{16} + 1.5}{7.5}$$

$$T_{13} = \frac{5T_9 + 1000 + 40T_{14}}{50}$$

$$T_{14} = \frac{20T_{13} + 10T_{10} + 2000 + \frac{10}{1.5}T_{15}}{46.667}$$

$$T_{15} = \frac{\frac{10}{1.5}T_{14} + 12.5T_{11} + 2500 + 10T_{16}}{41.667}$$

$$T_{16} = \frac{10T_{15} + 2.5T_{12} + 500}{15}$$

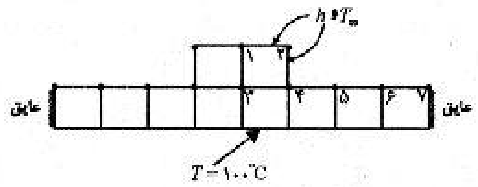
پس از حل معادلات بالا داریم:

گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
$T\,(^\circ C)$:	۲۰۷/۲۸۲۵	۲۰۷/۲۵۸۵	۲۰۶/۶۸۲۶	۲۰۶/۷۵۸۵	۲۰۵/۴۸۴۲	۲۰۵/۵۵۸۵	۲۰۳/۶۹۱۵	۲۰۳/۷۵۲	۲۰۱/۴۱۴۸

گره:	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
$T\,(^\circ C)$:	۲۰۱/۲۲۹۸	۲۰۰/۸۹۲۸	۲۰۰/۹۵۴۴	۲۰۰/۶۱۹	۲۰۰/۵۹۶۹	۲۰۰/۴۷۷۸	۲۰۰/۴۷۷۶

۶۵- معادلات گرهی را برای گره‌های (۱) تا (۷) در جامد متقارن شکل زیر بنویسید. $\Delta x = \Delta x = 1$ cm.

حل:



$$Bi = \frac{h.\Delta x}{k}$$

$$T_1 = \frac{T_2 + T_3}{2 + Bi}$$

$$T_2 = \frac{\frac{1}{2}(T_1 + T_4) + Bi.T_\infty}{1 + Bi}$$

$$T_3 = \frac{2T_4 + T_1 + 100}{4}$$

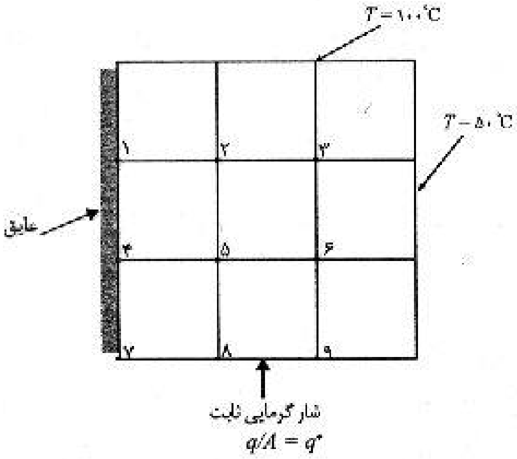
$$T_4 = \frac{Bi.T_\infty + T_3 + \frac{1}{2}(T_2 + T_5)}{3 + Bi}$$

$$T_5 = \frac{100 + Bi.T_\infty + \frac{1}{2}(T_4 + T_6)}{2 + Bi}$$

$$T_6 = \frac{100 + Bi.T_\infty + \frac{1}{2}(T_5 + T_7)}{2 + Bi}$$

$$T_7 = \frac{2T_6 + 200 - 2Bi.T_\infty}{4 + 2Bi}$$

۶۶- دمای گره‌های ۱ تا ۶ را برای شکل زیر، به‌دست آورید.



حل:

$$T_۱ = \frac{۱}{۴}(۱۰۰ + ۴۰ + T_۴ + T_۲) \qquad T_۳ = \frac{۱}{۴}(۴۰ + ۰ + T_۲ + T_۶)$$

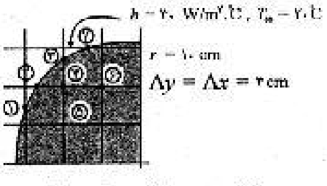
$$T_۲ = \frac{۱}{۴}(۱۰۰ + T_۱ + T_۳ + T_۵) \qquad T_۴ = \frac{۱}{۴}(۰ + T_۲ + T_۶ + T_۶)$$

$$T_۵ = \frac{۱}{۴}(۱۰۰ + ۱۰۰ + T_۲ + T_۶) \qquad T_۶ = \frac{۱}{۴}(۱۰۰ + ۰ + T_۲ + T_۵)$$

پس از حل معادلات بالا داریم:

T (°C):	۶۲/۳۸	۳۸/۱۷	۷۱/۴۷	۴۱/۴۳	۸۱/۷۹	۵۵/۷۸
گره:	۱	۲	۳	۴	۵	۶

۶۹- گاهی یک شبکهٔ مربعی به‌صورت یک سیستم دایره‌ای در نظر گرفته می‌شود. ربع دایره‌ای با شعاع ۱۰ cm را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. $\Delta x = \Delta y = ۳$ cm و $k = ۱۰$ W/m.°C می‌باشد. معادلات گرهی حالت پایدار را برای گره‌های ۳ و ۴ بنویسید. می‌توانید از جداول (۲-۳) و (۲-۴) استفاده کنید.



حل:

$a = ۰/۱۵۵$, $b = ۰/۱۶۱$, $c = ۰/۱۴۴$

برای گره‌های داخلی:

$$۰ = \frac{۲}{b(b+۱)} T_۲ + \frac{۲}{a+۱} T_{m+1,n} + \frac{۲}{b+۱} T_{m,n-1} + \frac{۲}{a(a+۱)} T_۱ - ۲\left(\frac{۱}{a} + \frac{۱}{b}\right) T_{m,n}$$

برای گره‌هایی که در محیط جابه‌جایی قرار دارند: فرمول (g) از جدول (۲-۳).

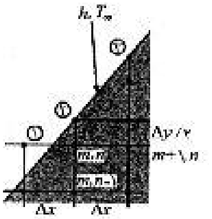
برای گره (۴) داریم:

$$۲/۰۲\,T_۳ + ۱/۲۹\,T_۶ + ۱/۲۴\,T_2 + ۲/۳۳\,T_\infty - ۶/۹۱\,T_۴ = ۰$$

برای گره (۳) داریم:

$$۰/۸۴۲\,T_۱ + ۰/۵۵۸\,T_۲ + ۲/۵۴\,T_۴ + ۳/۲۴ - ۴/۰۱\,T_۳ = ۰$$

۷۰- با در نظر گرفتن شکل زیر، به عنوان مورد خاصی از حالت (f) جدول (۲-۳)، معادلات گرهی را برای گره (m,n) و گره (۲) بنویسید. در این حالت $\Delta x = \Delta y$ است.



حل:

$a = ۰/۵ \quad , b = ۰/۵ \quad , c = ۱/۱$

برای گره m, n داریم:

$$۲/۶۶\,T_۲ + ۱/۳۳\,T_{m+۱,n} + ۱/۳۳\,T_{m,n-۱} + ۲/۶۶\,T_۱ - ۴T_{m,n} = ۰$$

برای گره (۲) داریم:

$$۰/۸۰۷T_۱ + ۰/۴۴۷\,T_۳ + ۲T_{m,n} + \frac{h.\Delta x}{k} \times ۱/۸۲\,T_\infty - (۴/۱۵ + ۱/۸۲\,\frac{h.\Delta x}{k})\,T_۲ = ۰$$

۷۴- مکعبی به ضلع ۲۰ cm و دمای ۸۰°C در منطقهٔ وسیعی به دمای ۱۰°C و ضریب هدایت گرمایی ۲/۳ W/m.°C دفن شده است. اتلاف گرمایی مکعب را حساب کنید. اتلاف گرمایی یک کره به قطر ۲۰ cm را با حالت بالا مقایسه کنید. این مقایسه را در واحد حجم انجام دهید.

حل:

(الف)

$$S = ۸/۲۴\,L = ۸/۲۴ \times ۰/۲ = ۱/۶۴۸\ \text{m}$$

$$q_c = S.k.\Delta T = (۱/۶۴۸)\ (۲/۳)\ (۸۰ - ۱۰) = ۲۶۵/۳۳\ \text{W}$$

(ب)

$$S = 4\pi r = (4\pi)(۰/۱) = ۱/۲۵۶$$

$$q_S = S.k.\Delta T = ۲۰۲/۲۱۶\ \text{W} \Rightarrow q_c > q_S$$

(ج) اگر طول مشخصه را برای مکعب a و برای کره r در نظر بگیریم (ضلع مکعب $= a$ و شعاع کره $= r$) خواهیم داشت:

$$V_c = V_S \Rightarrow a^۳ = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \Rightarrow \frac{a}{r} = ۱/۶۱۲$$

$$\frac{q_c}{q_S} = \frac{S_۱}{S_۲} = \frac{۸/۲۴\,a}{۴\pi r} = \frac{۸/۲۴ \times ۱/۶۱۲}{4\pi} = ۱/۰۵۷ \Rightarrow q_c = ۱/۰۵۷\,q_S$$

در این حالت نیز اتلاف گرمایی مکعب بیش‌تر از کره است.

۷۵- یک استوانهٔ افقی بلند به قطر ۱۰ cm و دمای ۱۰۰°C در تیغه‌ای با ضخامت ۳۰ cm از ماده‌ای با ضریب هدایت گرمایی k نگه‌داری می‌شود. دمای خارجی تیغه ۲۰°C است. اتلاف گرمایی استوانه را به‌ازای واحد طول حساب کنید.

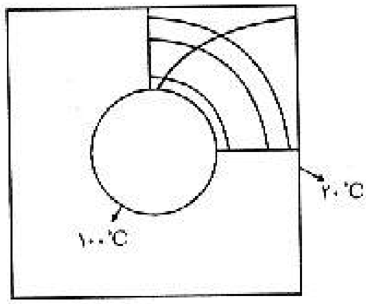
حل:

$$S = \frac{۲\pi L}{\ln(\frac{۰/۵۴ w}{r})} = \frac{۲\pi}{\ln(\frac{۰/۵۴ \times ۰/۳}{۰/۰۵})} = ۵/۳۴۴ \text{ m} \Rightarrow q = S.k.\Delta T = ۴۲۷k \text{ W/m}$$

در این مسأله مقدار k معلوم نیست؛ لذا q بر حسب k می‌باشد.

۷۶- مسألهٔ (۷۵-۳) را با استفاده از رسم شار حل کنید.

حل:



$M = ۵$

$N = ۳/۵$

برای یک چهارم سطح: $\frac{M}{N} = \frac{۵}{۳/۵} = ۱/۴۲۸$

برای کل سطح: $S = ۴\frac{M}{N} = ۵/۷۱$

۷۷- یک صفحهٔ افقی با ابعاد ۱۰ × ۱۰۰ cm در یک منطقهٔ وسیعی در عمق ۲ متری مدفون و در دمای ۵۰°C نگه‌داری می‌شود. دمای غشاء ۱۰°C و ضریب هدایت گرمایی آن $k = ۱/۵$ W/m.°C است. اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$w = ۱ \text{ m}, \; D = ۲ \text{ m}, \; L = ۰/۱ \text{ m}$

$$S = \frac{۲\pi w}{\ln(\frac{۲\pi D}{L})} = \frac{۲\pi}{\ln(\frac{۲\pi \times ۲}{۰/۱})} = ۱/۳ \Rightarrow q = S.k.\Delta T = (۱/۳)(۱/۵)(۵۰ - ۱۰) = ۸۰ \text{ W}$$

۷۸- صفحهٔ گرد و نازکی به قطر ۵ cm در دمای ۵۰°C نگه‌داری می‌شود. این صفحه روی سطح یک غشاء بزرگ با دمای ۱۵°C و ضریب هدایت گرمایی $k = ۳$ W/m.°C نصب شده است. گرمای هدایت شده به غشاء را حساب کنید.

حل:

$$S = ۴r = ۴ \times ۰/۰۲۵ = ۰/۱ \Rightarrow q = S.k.\Delta T = (۰/۱)(۳)(۵۰ - ۱۵) = ۱۰/۵ \text{ W}$$

۸۰- لوله‌ای حاوی بخار داغ به قطر ۱۰ cm در دمای ۲۰۰°C نگه‌داری می‌شود. این لوله در داخل یک عایق فیبر معدنی به شکل مربع به ضلع ۲۰ cm قرار دارد. دمای سطح خارجی عایق ۳۵°C است. اگر ضریب هدایت گرمایی عایق ۵۰ mW/m.°C باشد، اتلاف گرمایی لوله‌ای به طول ۲۰ m را حساب کنید.

حل:

$$w = ۰/۲\ \text{m}\ ;\ r = ۰/۰۵\ \text{m}\ ,\ L = ۲۰\ \text{m} \Rightarrow S = \frac{۲\pi L}{\ln\left(\frac{۰/۵۴\, w}{r}\right)} = \frac{۲\pi \times ۲۰}{\ln\left(\frac{۰/۵۴ \times ۰/۲}{۰/۰۵}\right)} = ۱۶۳/۱۷\ \text{m}$$

$$q = S.k.\Delta T = (۱۶۳/۱۷)(۰/۰۵)(۲۰۰ - ۳۵) = ۱۳۴۶/۲۰\ \text{W}$$

۸۱- لوله‌ای به قطر ۱۳ cm از داخل یک تیغهٔ بتونی به ضخامت ۴۰ cm عبور می‌کند. دمای سطح لوله توسط بخار در حال چگالش، در ۱۰۰°C نگه‌داری می‌شود. اگر دمای سطح خارجی بتون ۲۴°C باشد، اتلاف گرمایی لوله را به‌ازای واحد طول حساب کنید.

حل:

$$k = ۰/۷۶\ \text{W/m.°C}\ \ (\text{از جدول } A-۳) \Rightarrow S = \frac{۲\pi L}{\ln\left(\frac{۰/۵۴\, w}{r}\right)} = \frac{۲\pi \times ۲۰}{\ln\left(\frac{۰/۵۴ \times ۰/۴}{۰/۰۶۵}\right)} = ۵/۲۳۲\ \ \text{m}$$

$$q = S.k.\Delta T = (۵/۲۳۲)(۰/۷۶)(۱۰۰ - ۲۴) = ۳۰۲/۲\ \ \text{W/m}$$

۸۶- مکعبی به ضلع ۳ m در غشای نامحدودی با ضریب هدایت گرمایی ۱/۸ W/m.°C دفن شده است. دمای سطح مکعب ۳۰°C می‌باشد در حالی که دمای غشاء ۱۵°C است. گرمای تلف شده توسط مکعب را حساب کنید.

حل:

$$S = ۸/۲۴\, L = ۸/۲۴ \times ۳ = ۲۴/۷۲ \Rightarrow q = S.k.\Delta T = (۲۴/۷۲)(۱/۸)(۳۰ - ۱۵) = ۶۶۷/۴۴\ \text{W}$$

۵

اصول جابه‌جایی

۱- به منظور منبسط کردن هوا از شرایط سکون ۱/۳۸ MPa و ۲۰۰°C به ۸۳۸، MPa شیپوره‌ای با آهنگ جرمی جریان ۴/۵ kg/s طراحی شده است. فرض کنید که شیپوره در ترکیب با یک وسیلهٔ تونل باد بـلودون بـه‌کـار می‌رود، به‌طوری که شیپوره ناگهان در داخل یک مخزن کاملاً خلاً تخلیه می‌شود. دمای هوای مخزن وقتی که فشار آن برابر ۰/۱۳۸ MPa باشد، چه‌قدر خواهد شد؟ فرض کنید که مخزن کاملاً عایق شده، هوا مانند یک گاز کامل رفتار می‌کند و انبساط در شیپوره ایزونتروپیک است.

حل: معادله انرژی در یک سیستم جریان پایدار، برای یک حجم کنترل:

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= ۱/۴ \\ V_۱ &= ۰ \\ P_۱ &= ۱/۳۸\ \text{MPa} \\ T_۱ &= ۲۰۰\,°\text{C} \\ P_۲ &= ۰/۱۳۸\ \text{MPa} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad i_۱ + \frac{۱}{۲g_c}V_۱^۲ + Q = i_۲ + \frac{۱}{۲g_c}V_۲^۲ + W_k$$

رابطه ایزونتروپیک:

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \left(\frac{T_۲}{T_۱}\right)^{\gamma/\gamma-۱} \Rightarrow \frac{۱۳۸}{۱/۳۸} = \left(\frac{T_۲}{۴۷۳}\right)^{\frac{۱/۴}{۰/۴}} \Rightarrow \boxed{T_۲ = ۲۴۴°\text{C}}$$

۲- با استفاده از نیم‌رخ سرعت خطی $\frac{u}{u_\infty} = \frac{y}{\delta}$، برای جریان روی صفحهٔ تخت، رابطه‌ای برای ضخامت لایهٔ مرزی، به‌صورت تابعی از x به‌دست آورید.

حل:

$$\rho\frac{d}{dx}\int_۰^\delta (u_\infty - u)u\,dy = \mu\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=۰} \Rightarrow \rho\frac{d}{dx}\int_۰^\delta \left(u_\infty - u_\infty\frac{y}{\delta}\right)u_\infty\frac{y}{\delta}\,dy = \mu\left.\frac{u_\infty}{\delta}\right|_{y=۰}$$

$$\frac{d}{dx}\cdot\frac{۱}{۶}\cdot\rho\cdot u_\infty^۲\cdot\delta = \mu\frac{u_\infty}{\delta} \Rightarrow \delta\,d\delta = \frac{۶\nu\,dx}{u_\infty} \Rightarrow \delta^۲ = \frac{۱۲\nu\,dx}{u_\infty} \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{۳/۴۷\,x}{\sqrt{R_{ex}}}}$$

۳- با استفاده از رابطهٔ پیوستگی، $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=۰$ و توزیع سرعت؛ $\frac{u}{u_\infty} = \frac{۳}{۲}\frac{y}{\delta} - \frac{۱}{۲}\left(\frac{y}{\delta}\right)^۳$ و رابطهٔ ضخامت لایهٔ مرزی؛ $\frac{\delta}{x} = \frac{۴/۶۴}{\sqrt{R_{ex}}}$، رابطه‌ای برای مؤلفهٔ v سرعت به‌صورت تابعی از x و y به‌دست آورید. مقدار v را در لبهٔ بیرونی لایهٔ مرزی، در فواصل ۱۵۰ و ۳۰۰ میلی‌متری از ابتدای صفحه برای شرایط مسألهٔ (۳-۵) تعیین کنید.

حل:

$$\delta = \frac{۴/۶۴\,x}{\sqrt{R_{ex}}} = ۴/۶۴\,x^{\frac{۱}{۲}} \left(\frac{\mu}{\rho u_\infty}\right)^{\frac{۱}{۲}}, \quad u = \frac{۳}{۲} u_\infty \frac{y}{\delta} - \frac{u_\infty}{۲}\left(\frac{y}{\delta}\right)^۳$$

$$u = \frac{۳ u_\infty y\, x^{-\frac{۱}{۲}}}{۲\left[۴/۶۴\left(\frac{\mu}{\rho u_\infty}\right)^{\frac{۱}{۲}}\right]} - \frac{u_\infty y^۳ x^{-\frac{۱}{۲}}}{۲\left[۴/۶۴\left(\frac{\mu}{\rho u_\infty}\right)^{\frac{۱}{۲}}\right]^۳}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = ۰ \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{۳ u_\infty y\, x^{-۱}}{۴\delta} + \frac{۳ u_\infty y^۳ x^{-۱}}{۴\delta^۳}$$

$$V = \int\left[-\frac{۳u_\infty \times ۴/۶۴}{۴\sqrt{R_{ex}}}\left(\frac{y}{\delta^۲}\right) + \frac{۳u_\infty \times ۴/۶۴}{۴\delta\sqrt{R_{ex}}}\left(\frac{y^۳}{\delta}\right)\right] dy$$

$$V = \frac{۲/۳۲ u_\infty}{\sqrt{R_{ex}}}\left[\frac{۳}{۴}\left(\frac{y}{\delta}\right)^۲ - \frac{۳}{۸}\left(\frac{y}{\delta}\right)^۴\right], \quad V = \frac{۲/۳۲ u_\infty \left(\frac{۳}{۸}\right)}{\sqrt{R_{ex}}}$$

$$x = ۶\,\text{in} = ۱۵/۲۴\,\text{cm} \Rightarrow R_e = \frac{۰/۹۹ \times ۳۰ \times ۰/۱۵۲۴}{۲/۱۳ \times ۱۰^{-۵}} = ۲۱۳۰۰۰, \quad x = ۱۲\,\text{in} = ۳۰/۴۸\,\text{cm} \Rightarrow R_e = ۴۲۶۰۰۰$$

$$V = \frac{۲/۳۲ \times ۳۰ \times \left(\frac{۳}{۸}\right)}{(۲۱۳۰۰۰)^{\frac{۱}{۲}}} = ۰/۰۵۶۶\,\text{m/s}, \quad V = \frac{۲/۳۲ \times ۳۰ \times \left(\frac{۳}{۸}\right)}{(۴۲۶۰۰۰)^{\frac{۱}{۲}}} = ۰/۰۴\,\text{m/s}$$

۴- مسألهٔ ۳-۵ را برای نیم‌رخ سرعت خطی مسألهٔ ۲-۵ تکرار کنید.

حل:

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{y}{\delta}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = ۰, \quad \delta = \frac{۳/۴۷\,x}{\sqrt{R_{ex}}}$$

$$u = u_\infty \frac{y}{۳/۴۷}\sqrt{\frac{\rho u_\infty}{\mu}}\, x^{-\frac{۱}{۲}}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -u_\infty \frac{y}{۲ \times ۳/۴۷}\sqrt{R_{ex}}\, x^{-۲}$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = u_\infty \frac{y}{۲ \times ۳/۴۷}\sqrt{R_{ex}}\, x^{-۲}, \quad V = u_\infty \frac{y^۲}{۴ \times ۳/۴۷}\sqrt{R_{ex}}\, x^{-۲}$$

$$x = ۶\,\text{in} \Rightarrow V = \frac{۳/۴۷ \times ۳۰}{۴ \times (۲۱۳۰۰۰)^{\frac{۱}{۲}}} = ۰/۰۵۶۴\,\text{m/s}$$

$$x = ۱۲\,\text{in} \Rightarrow V = \frac{۳/۴۷ \times ۳۰}{۴ \times (۴۲۶۰۰۰)^{\frac{۱}{۲}}} = ۰/۰۴\,\text{m/s}$$

۵- با استفاده از نیم‌رخ سرعت خطی در مسألهٔ ۲-۵، توزیع دما به‌صورت سهمی درجهٔ سوم [معادلهٔ (۳-۵)]، رابطه‌ای برای ضریب انتقال گرما برای یک لایهٔ مرزی آرام روی صفحه‌ای تخت، به‌صورت تابعی از عدد رینولدز به‌دست آورید.

حل:

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{y}{\delta}, \quad \frac{\theta}{\theta_\infty} = \frac{T - T_w}{T_\infty - T_w} = \frac{۳}{۲}\frac{y}{\delta t} - \frac{۱}{۲}\left(\frac{y}{\delta t}\right)^۳$$

$$\frac{d}{d\psi}\int_۰^H (T_\infty - T)\, u\, dy = \alpha\left(\frac{dT}{dy}\right)_w$$

$$\frac{d}{d\psi}\int_0^H(\theta_\infty-\theta)\,u\,dy=\alpha\left(\frac{dT}{dy}\right)_w \Rightarrow \frac{d}{d\psi}\int_0^H\left[\theta_\infty-\theta_\infty\frac{3}{2}\frac{y}{\delta t}+\frac{\theta_\infty}{2}\left(\frac{y}{\delta t}\right)^3\right]u\,dy=\alpha\left(\frac{dT}{dy}\right)_w$$

$$\frac{\theta_\infty u_\infty}{10}\frac{d}{d\psi}\left(\frac{\delta t^3}{\delta}\right)=\alpha\left(\frac{dT}{dy}\right)_w$$

$$\frac{\delta t}{\delta}=L \Rightarrow \frac{\theta_\infty u_\infty}{10}\frac{d}{d\psi}(\delta L^3)=\alpha\left(\frac{dT}{dy}\right)_w$$

$$\alpha\left(\frac{dT}{dy}\right)_w=\alpha\theta_0\left[\frac{3}{2\delta t}-\frac{3y^2}{2\delta t^3}\right]_0=\frac{3\alpha\theta_\infty}{2\delta t} \Rightarrow \frac{\theta_\infty u_\infty}{10}\frac{d}{d\psi}(\delta L^3)=\frac{3\alpha\theta_\infty}{2\delta t}$$

$$\frac{1}{15}u_\infty\frac{d}{d\psi}(\delta L^3)=\frac{\alpha}{L\delta} \Rightarrow \frac{1}{15}u_\infty\left(3\delta^2L^2\frac{dL}{d\psi}+\delta L^3\frac{d\delta}{d\psi}\right)=\alpha$$

$$\rho\frac{d}{d\psi}\int_0^\delta(u_\infty-u)\,u\,dy=\mu\left(\frac{du}{dy}\right)\Big|_{y=0} \Rightarrow \rho\frac{d}{d\psi}\left(u_\infty^2\frac{\delta}{2}\right)=\mu\frac{d}{dy}\left(\frac{u_\infty y}{\delta}\right)\Big|_{y=0}$$

$$\delta\,d\delta=\frac{6u}{\rho u_\infty}d\psi \Rightarrow \delta^2=\frac{12\mu}{\rho u_\infty}\psi$$

$$\frac{1}{15}u_\infty\left(\frac{24\mu}{\rho u_\infty}\psi L^2\frac{dL}{d\psi}+\frac{6uL^3}{\rho u_\infty}\right)=X$$

$$4\psi L^2\frac{dL}{d\psi}+L^3=\frac{15\alpha\rho L^2}{6\mu}\frac{dL}{d\psi}=\frac{1}{3}\frac{d}{d\psi}(L^3) \Rightarrow \frac{d}{d\psi}(L^3)+\frac{3}{4X}(L^3)=\frac{15\alpha\rho}{6\mu}\frac{3}{4\psi}$$

$$\psi^{\frac{3}{4}}L^3=\frac{45}{24}\frac{\alpha}{\nu}\int\psi^{-\frac{1}{4}}d\psi+c \Rightarrow L^3=\frac{15}{6}\frac{\alpha}{\nu}+cX^{-\frac{3}{4}}$$

$$y=0\ ,\ \psi=\psi_0\ ,\ c=-\frac{15}{6}\frac{\alpha}{\nu}\psi_0^{\frac{3}{4}}$$

$$L=\frac{\delta_t}{\delta}=\left\{\frac{15}{6}\frac{\alpha}{\nu}\left[1-\left(\frac{X_0}{X}\right)^{\frac{3}{4}}\right]\right\}^{\frac{1}{3}}$$

$$\delta=\left(\frac{12\mu}{\rho u_\infty}\psi\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{3.47\psi}{\sqrt{R_{ex}}}$$

$$h=\frac{3}{2}\frac{k}{\delta L}=\frac{3}{2}\frac{k\sqrt{R_{ex}}}{3.47X}\frac{Pr^{\frac{1}{3}}}{\left\{\frac{15}{6}\left[1-\left(\frac{X_0}{X}\right)^{\frac{3}{4}}\right]\right\}^{\frac{1}{3}}}$$

$$h\psi=0.319\frac{k}{\psi}\sqrt{R_{ex}}\,Pr^{\frac{1}{3}}\left[1-\left(\frac{X_0}{X}\right)^{\frac{3}{4}}\right]\Big\}^{-\frac{1}{3}}$$

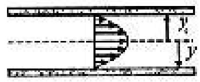
۶- هوای با فشار ۲۰ kPa و دمای ۵°C با سرعت ۱/۵ m/s وارد لوله‌ای به قطر ۲۵ mm می‌شود، با استفاده از تحلیل صفحهٔ تخت، فاصله‌ای از مدخل را که در آن جریان کاملاً توسعه یافته است، به‌دست آورید.

حل:

$$\left.\begin{aligned}
\delta &= 1.25\ \text{cm}=0.0125\ \text{m}\\
u &= 1.5\ \text{m/s}\\
p &= 2\times10^4\ \text{N/m}^2\\
T &= 278\ \text{K}\\
\rho &= \frac{2\times10^4}{287\times278}=0.251\ \text{kg/m}^3\\
\mu &= 1.864\times10^{-5}\ \text{kg/m.s}
\end{aligned}\right\} \Rightarrow \psi=\frac{\rho u_\infty}{\mu}\left(\frac{\delta}{3.64}\right)^2=\frac{0.25\times1.5}{1.864\times10^{-5}}\left(\frac{0.0125}{3.64}\right)^2=0.147\ \text{m}$$

۷- سیالی بین دو صفحهٔ موازی بزرگ جریان دارد. عبارتی برای توزیع سرعت به‌صورت تابعی از فاصله از خط مرکزی بین دو صفحه، در شرایطی که جریان کاملاً توسعه یافته باشد، به‌دست آورید.

حل:



$$-2y\,dp = -2\tau\,d\psi = -2\mu \frac{du}{dy}\,d\psi \Rightarrow u = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{d\psi}y^2 + c$$

$$y = y_0 \ ,\ u = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{d\psi}\,(y_0^2)$$

$$u_0 = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{d\psi}\,(y^2 - y_0^2) \quad , \quad y = y_0 \ ,\ u = u_0 \Rightarrow \frac{u}{u_0} = 1 - \left(\frac{y}{y_0}\right)^2$$

۱۰- نشان دهید که برای لایهٔ مرزی آرام غیر قابل تراکم روی یک صفحهٔ تخت با گرادیان فشار صفر در $y = 0$ داریم: $\frac{\partial^3 u}{\partial y^3} = 0$.

حل:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\nu}\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + V\frac{\partial u}{\partial y}\right) \Rightarrow \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} = \frac{1}{\nu}\left(u\frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$= \frac{1}{\nu}\left[u\frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right) + V\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right]$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \ ,\quad u = V = 0 \text{ در } y = 0 \Rightarrow \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} = 0$$

۱۲- نسبت ضخامت لایهٔ مرزی گرمایی به لایهٔ مرزی هیدرودینامیکی را برای سیالات زیر محاسبه کنید: هوا در ۱۰۰ kPa و ۲۰°C، آب در ۲۰°C، هلیم در ۱۰۰ kPa و ۲۰°C، آمونیاک در ۲۰°C، گلیسیرین در ۲۰°C.

حل:

$$\frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1.026\,Pr^{\frac{1}{3}}}$$

	Pr	$\frac{\delta_t}{\delta}$
هوا	۰/۷۰۹	۱/۰۹۳
آب	۷	۰/۵۰۹۵
هلیم	۰/۷۰۵	۱/۰۹۵
آمونیاک	۲/۰۲	۰/۷۷۱
گلیسیرین	۱۲/۵	۰/۴۲

۱۳- برای آبی و با دمای ۱۵°C که با سرعت ۳ m/s بر روی صفحهٔ تختی جریان دارد، جریان جرمی از لایهٔ مرزی را در فاصلهٔ ۵ cm از لبهٔ صفحه به‌دست آورید.

حل:

$$\left.\begin{array}{l} T_\infty = 15\,^\circ C \\ u_\infty = 3 \text{ m/s} \\ x = 5 \text{ cm} \\ \mu = 1.13 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s} \\ \rho = 999 \text{ kg/m}^3 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} Re = \frac{999.8 \times 3 \times 0.05}{1.13 \times 10^{-3}} = 1.33 \times 10^5 \\ \delta = \frac{4.64 \times 0.05}{(1.33 \times 10^5)^{\frac{1}{2}}} = 6.37 \times 10^{-4} \text{ m} \\ \text{دبی جرمی} = \int_0^\delta \rho u\,dy = \frac{5}{8}\rho u_\infty \delta = 1.19 \text{ kg/sec} \quad \text{برای عمق یک متر} \end{array}$$

۱۴- هوا با دمای ۹۰°C، فشار ۱۰۰ kPa و سرعت ۳۰ m/s بر روی صفحهٔ تختی جریان دارد، ضخامت لایهٔ مرزی در فاصلهٔ ۲/۵ سانتی‌متری از لبهٔ صفحه چه‌قدر است؟

حل:

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{۱/۰۳۲ \times ۱۰^{۵}}{۲۸۷ \times ۳۶۳} = ۰/۹۹\ \mathrm{kg/m^{۳}}$$

$$T_{\infty} = ۳۶۳\ \mathrm{K}$$

$$\mu = ۲/۱۳ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{kg/m.s}$$

$$\Rightarrow \quad R_e = \frac{۰/۹۹ \times ۳۰ \times ۰/۰۲۵}{۲/۱۳ \times ۱۰^{-۵}} = ۳۴۸۶۰$$

$$\delta = \frac{۴/۶۴ \times x}{\sqrt{R_{ex}}} = \frac{۴/۶۴ \times ۰/۰۲۵}{(۳۴۸۶۰)^{\frac{۱}{۲}}} = ۶/۲۱ \times ۱۰^{-۴}\ \mathrm{m}$$

۱۵- هوا روی صفحهٔ تختی با سرعت ثابت ۲۰ m/s و شرایط محیطی ۲۰ kPa و ۲۰°C جریان می‌یابد. صفحه تا دمای ثابت ۷۵°C، در فاصلهٔ ۷/۵ سانتی‌متری از لبه گرم می‌شود. کل انتقال گرما از لبهٔ صفحه تا نقطه‌ای در فاصلهٔ ۳۵ سانتی‌متری چه‌قدر است؟

حل:

$$T_f = \frac{۷۵ + ۲۰}{۲} = ۴۷/۵\ ^{\circ}\mathrm{C} = ۳۲۰/۵\ \mathrm{K},\ \mu = ۱/۹۴ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{kg/m.s}$$

$$\rho = \frac{۲ \times ۱۰^{۴}}{۲۸۷ \times ۳۲۰/۵} = ۰/۲۱۷\ \mathrm{kg/m^{۳}},\ k = ۰/۰۲۸\ \mathrm{W/m.^{\circ}C},\ Pr = ۰/۷$$

$$R_{ex} = \frac{۰/۲۱۷ \times ۲۰ \times x}{۱/۹۴ \times ۱۰^{-۵}} = ۲/۲۴ \times ۱۰^{۵}\, x$$

$$h_x = ۰/۳۳۲\, k\, (Pr)^{\frac{۱}{۳}} \left(\frac{u_{\infty}}{\nu x}\right)^{\frac{۱}{۲}} \left[۱ - \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\frac{۳}{۴}}\right]^{\frac{۱}{۳}}$$

$$h_x = ۰/۳۳۲ \times ۰/۰۲۸ \times ۰/۷^{\frac{۱}{۳}} \times (۲/۲۴ \times ۱۰^{۵})^{\frac{۱}{۲}}\, x^{-\frac{۱}{۲}} \left[۱ - \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\frac{۳}{۴}}\right]^{-\frac{۱}{۳}}$$

$$h_x = \frac{۳/۹۰۴}{x^{\frac{۱}{۲}} \left[۱ - \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\frac{۳}{۴}}\right]^{\frac{۱}{۳}}} \quad \Rightarrow$$

x	$h_x\ (\mathrm{W/m.^{\circ}C})$
۰/۰۸	۳۸/۱۸
۰/۱۹	۱۱/۲۷
۰/۳	۸/۲۴

$$q = \int_{x_0}^{x} h_x\, dx\, (T_w - T_{\infty})$$

$$\int_{x_0}^{x} h_x\, dx = ۳/۷۹ \quad \Rightarrow \quad q = ۳/۷۹\, (۷۵ - ۲۰) = ۲۰۸/۶\ \mathrm{W}$$

۱۶- آب با دمای ۱۵°C و سرعت ۱/۵ m/s بین دو صفحهٔ موازی و بزرگ، به فاصلهٔ ۱/۵ سانتی‌متری از یکدیگر جریان دارد. فاصله‌ای از لبهٔ صفحه را که در آن جریان کاملاً توسعه می‌یابد، به‌دست آورید.

حل:

$$\delta = ۷/۵\ \mathrm{mm} = ۰/۰۰۷۵\ \mathrm{m},\ \rho = ۱۰۰۰\ \mathrm{kg.m^{۳}},\ \mu = ۱/۵ \times ۱۰^{-۳}\ \mathrm{kg/m.s}$$

$$\psi = \frac{\rho u_{\infty}}{\mu} \left(\frac{\delta}{۴/۶۴}\right)^{۲} = \frac{۱۰۰۰ \times ۱/۵}{۱/۵ \times ۱۰^{-۳}} \left(\frac{۰/۰۰۷۵}{۴/۶۴}\right)^{۲} = ۲/۶۱\ \mathrm{m}$$

۱۷- هوا تحت فشار ۱۰۰ kPa و ۳۰°C روی صفحهٔ تختی با سرعت ۲۰ m/s جریان می‌یابد. اگر صفحه مربعی به ضلع ۶۰ cm بوده و در دمای ۹۰°C نگه‌داری شود، انتقال گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۹۰ + ۳۰}{۲} = ۶۰\ ^{\circ}\mathrm{C} = ۳۳۳\ \mathrm{K},\ \nu = ۱۹/۰۹ \times ۱۰^{-۶}\ \mathrm{m^{۲}/s},\ k = ۰/۰۲۸۸\ \mathrm{W/m.^{\circ}C}$$

$$Pr = ۰/۷,\ R_e = \frac{۲۰ \times ۰/۶}{۱۹/۰۹ \times ۱۰^{-۶}} = ۶/۲ \times ۱۰^{۵}$$

$$\overline{h} = \frac{۰/۰۲۸۸}{۰/۶} (۰/۷)^{\frac{۱}{۳}} \left[۰/۰۳۷ \times (۶/۲۹ \times ۱۰^{۵})^{۰/۸} - ۸۵۰\right] = ۳۲/۴\ \mathrm{W/m^{۲}.^{\circ}C}$$

$$q = ۳۲/۴ \times ۰/۶^{۲}\, (۹۰ - ۳۰) = ۶۹۹/۹۱\ \mathrm{W}$$

۱۸- هوا با فشار ۷ kPa و ۳۵°C روی صفحهٔ تختی با سرعت ۷/۵ m/s می‌گذرد. اگر صفحه مربعی به ضلع ۳۰ cm باشد و در ۶۵°C حفظ شود، اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$p = ۷\ \mathrm{kN/m^۲}\ ,\ T_\infty = ۳۵\ ^\circ\mathrm{C}\ ,\ L = ۰/۳\ \mathrm{m}\ ,\ u_\infty = ۷/۵\ \mathrm{m/s}\ ,\ T_w = ۶۵\ ^\circ\mathrm{C}$$

$$T_f = \frac{۶۵ + ۳۵}{۲} = ۵۰\ ^\circ\mathrm{C} = ۳۲۳\ \mathrm{K}$$

$$\rho = \frac{۷۰۰۰}{۲۸۷ \times ۳۲۳} = ۰/۰۷۵۵\ \mathrm{kg/m^۳}\ ,\ \mu = ۲/۰۲۵ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{kg/m.s}$$

$$k = ۰/۰۲۷۹۸\ \mathrm{W/m.^\circ C}\ ,\ Pr = ۰/۷۱\ ,\ R_e = \frac{۰/۰۷۵۵ \times ۷/۵ \times ۰/۳}{۲/۰۲۵ \times ۱۰^{-۵}} = ۸۳۹۰$$

$$\overline{h} = \frac{۰/۰۲۷۹۸}{۰/۳} (۰/۷۱)^{\frac{۱}{۳}} (۸۳۹۰)^{\frac{۱}{۲}} (۰/۶۶۴) = ۵/۰۴\ \mathrm{W/m^۲.^\circ C}$$

$$q = ۵/۰۴ \times (۰/۳)^۲\ (۶۵ - ۳۵) = ۱۳/۶\ \mathrm{W}$$

۱۹- هوا در دمای ۹۰°C و فشار جو بر روی یک صفحهٔ تخت افقی با سرعت ۶۰ m/s جریان دارد. اگر صفحه مربعی به ضلع ۶۰ cm بوده و در دمای یکنواخت ۱۰°C نگه‌داری شود، کل انتقال گرما چه‌قدر است؟

حل:

$$T_\infty = ۹۰\ ^\circ\mathrm{C}\ ,\ u_\infty = ۶۰\ \mathrm{m/s}\ ,\ L = ۰/۶\ \mathrm{m}\ ,\ T_w = ۱۰\ ^\circ\mathrm{C}\ ,\ T_f = \frac{۹۰ + ۱۰}{۲} = ۵۰\ ^\circ\mathrm{C} = ۳۲۳\ \mathrm{K}$$

$$\rho = \frac{۱/۰۱۳۲ \times ۱۰^۵}{۲۸۷ \times ۳۲۳} = ۱/۰۹۳\ \mathrm{kg/m^۳}\ ,\ \mu = ۱/۷۱۶ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{kg/m.s}\ ,\ k = ۰/۰۲۴۱\ \mathrm{W/m.^\circ C}\ ,\ Pr = ۰/۷۱$$

$$R_e = \frac{۱/۰۹۳ \times ۶۰ \times ۰/۶}{۱/۷۱۶ \times ۱۰^{-۵}} = ۲/۲۹۲ \times ۱۰^۶$$

$$\overline{h} = \frac{۰/۰۲۴۱}{۰/۶} (۰/۷۱)^{\frac{۱}{۳}} \left[(۰/۰۳۷)(۲/۲۹ \times ۱۰^۶)^{۰/۸} - ۸۵۰ \right] = ۱۳۲\ \mathrm{W/m^۲.^\circ C}\ ,\ q = ۱۳۲ \times (۰/۶)^۲\ (۱۰ - ۹۰) = -۳۸۰۲\ \mathrm{W}$$

۲۱- انتقال گرما از صفحهٔ مربعی به ضلع ۳۰ cm را که هوا با دمای ۳۵°C و فشار ۴ kPa بر روی آن جریان دارد، به‌دست آورید. دمای صفحه ۲۵۰°C و سرعت جریان آزاد ۶ m/s است.

حل:

$$p = ۱۴۰۰۰\ \mathrm{N/m^۲}\ ,\ T_\infty = ۳۵\ ^\circ\mathrm{C}\ ,\ L = ۰/۳\ \mathrm{m}\ ,\ u_\infty = ۶\ \mathrm{m/s}\ ,\ T_w = ۲۵۰\ ^\circ\mathrm{C}$$

$$T_f = \frac{۲۵۰ + ۳۵}{۲} = ۱۴۲/۵\ ^\circ\mathrm{C} = ۴۱۶\ \mathrm{K}\ ,\ \rho = \frac{۱۴۰۰۰}{۲۸۷ \times ۴۱۶} = ۰/۱۱۷\ \mathrm{kg.m^۳}\ ,\ \mu = ۲/۳۴۹ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{kg/m.s}$$

$$k = ۰/۰۳۴۷۴\ \mathrm{W/m.^\circ C}\ ,\ Pr = ۰/۶۸۵\ ,\ R_e = \frac{۰/۱۱۷ \times ۶ \times ۰/۳}{۲/۳۴۹ \times ۱۰^{-۵}} = ۸۹۶۶$$

$$\overline{h} = \frac{۰/۰۳۴۷۴}{۰/۳} (۰/۶۸۵)^{\frac{۱}{۳}} (۸۹۶۶)^{\frac{۱}{۲}} (۰/۶۶۴) = ۶/۴۲\ \mathrm{W/m^۲.^\circ C}\ ,\ q = ۶/۴۲ \times (۰/۳)^۲\ (۲۵۰ - ۳۵) = ۱۲۴\ \mathrm{W}$$

۲۲- هوا با فشار ۲۰ kPa و دمای ۲۰°C روی صفحهٔ تختی به طول ۰/۶ m جریان دارد. سرعت جریان آزاد ۳۰ m/s بوده، صفحه در کل طولش تا دمای ۵۵°C گرم می‌شود. برای $x =$ ۳۰ cm آن مقدار از y را که به‌ازای آن سرعت ۲۲/۵ m/s می‌شود، به‌دست آورید.

حل:

$$p = ۲۰۰۰۰\ \mathrm{N/m^۲}\ ,\ T_\infty = ۲۰\ ^\circ\mathrm{C}\ ,\ x = ۰/۳\ \mathrm{m}\ ,\ u_\infty = ۳۰\ \mathrm{m/s}\ ,\ T_w = ۵۵\ ^\circ\mathrm{C}\ ,\ u = ۲۲/۵\ \mathrm{m/s}$$

$$T_f = \frac{۲۰ + ۵۵}{۲} = ۳۷/۵\ ^\circ\mathrm{C} = ۳۱۰\ \mathrm{K}\ ,\ \rho = \frac{۲۰۰۰۰}{۲۸۷ \times ۳۱۰} = ۰/۲۲۵\ \mathrm{kg/m^۳}\ ,\ \mu = ۲/۰۰۱ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{kg/m.s}$$

$$R_e = \frac{۰/۲۲۵ \times ۳۰ \times ۰/۳}{۲/۰۰۱ \times ۱۰^{-۵}} = ۱/۰۱ \times ۱۰^۵ \qquad \delta = \frac{۰/۳ \times ۴/۶۴}{(۱/۰۱ \times ۱۰^۵)^{\frac{۱}{۲}}} = ۴/۳۸ \times ۱۰^{-۳}\ \mathrm{m}$$

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{۲۲/۵}{۳۰} = \frac{۳}{۲}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{۱}{۲}\left(\frac{y}{\delta}\right)^۳ = ۰/۵۶ \Rightarrow \boxed{y = ۲/۴۵ \times ۱۰^{-۳}\ \mathrm{m}}$$

۲۳- برای سیستم جریان در مسألهٔ (۲۲-۵) ضریب اصطکاک را در فاصلهٔ ۱۵ cm از لبهٔ صفحه حساب کنید.

حل:

$$\frac{C_{fx}}{۲} = ۰/۳۳۲\ R_{ex}^{-\frac{۱}{۲}} \xrightarrow{\text{در}} x = ۰/۱۵\,\text{m},\ R_{ex} = ۵۰۰۵۰ \Rightarrow \boxed{C_{fx} = ۲/۹۶۸ \times ۱۰^{-۳}}$$

۲۴- هوا در شرایط ۵°C و ۷۰ kPa بر روی صفحهٔ تختی با سرعت ۶ m/s جریان دارد. نوار گرم‌کنی به طول ۲/۵ cm بر روی این صفحه و در فاصلهٔ ۱۵ سانتی‌متری از لبهٔ صفحه نصب شده است. اگر دمای سطح گرم‌کن ۶۵°C باشد، اتلاف گرمایی نوار را به‌ازای واحد عمق صفحه حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۵ + ۶۵}{۲} = ۳۵\ ^\circ\text{C} = ۳۰۸\ \text{K}\ ,\ \rho = \frac{۷۰۰۰۰}{۲۸۷ \times ۳۰۸} = ۰/۷۹۲\ \ \text{kg/m}^۳\ ,\ \mu = ۲ \times ۱۰^{-۵}\ \text{kg/m.s}$$

$$k = ۰/۰۲۶۸\text{W/m.}^\circ\text{C}\ ,\ Pr = ۰/۷\ ,\ R_e\big|_{x=۰} = \frac{۰/۷۹۲ \times ۶ \times ۰/۱۵}{۲ \times ۱۰^{-۵}} = ۳۵۶۴۰$$

با استفاده از فرمول (۲۳-۵) و انتگرال‌گیری داریم:

$$R_e\big|_{x=۱۶/۲۵} = \frac{۱۶/۲۵ \times ۳۵۶۴۰}{۲ \times ۱۰^{-۵}} = ۳۸۶۱۰$$

$$h_{۱۶/۲۵} = \frac{۰/۰۲۶۸ \times ۰/۳۳۲ \times (۳۸۶۱۰)^{\frac{۱}{۲}}(۰/۷)^{\frac{۱}{۳}}}{۰/۱۶۲۵}\left[۱ - \left(\frac{۱۵}{۱۶/۲۵}\right)^{\frac{۳}{۴}}\right]^{-\frac{۱}{۳}} = ۲۴/۶۴\ \ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$$

$$h_{۱۷/۵} = ۱۹/۹۸\left(\frac{۱۶/۲۵}{۱۷/۵}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۱۹/۲۵\ \ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}\quad ,\quad h_x = (۰/۳۳۲)\ k\,Pr^{\frac{۱}{۳}}\left(\frac{۴۰۰}{۲}\right)^{\frac{۱}{۲}} \frac{۱}{x^{\frac{۱}{۲}}}\ \frac{۱}{\left[۱ - \left(\frac{x_۰}{x}\right)^{\frac{۳}{۴}}\right]^{\frac{۱}{۳}}}$$

$$h_{۱۵/۵} = ۳۳/۷۶\ \ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}\ ,\ h_{۱۵/۲۵} = ۴۲/۶۸\ \ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$$

$$\overline{h} = \frac{\int h_x\,dx}{\Delta x} = ۲۷/۸۵\ \ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}\ ,\ q = ۲۷/۸۵ \times ۰/۰۲۵ \times (۶۵ - ۵) = ۴۱/۸\ \ \text{W}$$

۲۵- هوا در شرایط ۱۰۰ kPa و ۲۷°C روی سطح بزرگ ستونی به عرض ۱۵ m، با سرعت ۴/۵ m/s جریان دارد. دمای صفحه در ۵۵°C ثابت است. اتلاف گرمای جابه‌جایی از این سطح را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۵۵ + ۲۷}{۲} = ۴۱\ ^\circ\text{C} = ۳۱۴\ \text{K}\ ,\ \nu = ۱۷/۹۴ \times ۱۰^{-۶}\ \text{m}^۲/\text{s}\ ,\ k = ۰/۰۲۷۳\text{W/m.}^\circ\text{C}$$

$$Pr = ۰/۷\ ,\ R_{eL} = \frac{۴/۵ \times ۱۵}{۱۷/۹۴ \times ۱۰^{-۶}} = ۳/۷۶ \times ۱۰^{۶}$$

$$\overline{h} = \frac{۰/۰۲۷۳}{۱۵}(۰/۷)^{\frac{۱}{۳}}\left[۰/۰۳۷ \times (۳/۷۶ \times ۱۰^{۶})^{۰/۸} - ۸۵۰\right] = ۹/۵۲\ ,\ q = ۹/۵۲ \times ۱۵ \times (۵۵ - ۲۷) = ۳۹۹۷\ \text{W/m}$$

۲۶- هوا در دمای ۳۰۰ K و فشار ۷۵ kPa بر روی صفحه مربعی به ضلع ۱ m، با سرعت ۴۵ m/s جریان دارد. دمای ثابت صفحه ۴۰۰ K است. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۳۰۰ + ۴۰۰}{۲} = ۳۵۰\ \text{K}\ ,\ \rho = \frac{۷۵۰۰۰}{۲۸۷ \times ۳۵۰} = ۰/۷۴۷\ \text{kg/m}^۳\ ,\ \mu = ۲/۰۷۵ \times ۱۰^{-۵}\ \text{kg/m.s}$$

$$k = ۰/۰۳۰۰۳\ \text{W/m.}^\circ\text{C}\ ,\ Pr = ۰/۶۹۷\ ,\ R_e = \frac{۰/۷۴۷ \times ۴۵ \times ۱}{۲/۰۷۵ \times ۱۰^{-۵}} = ۱/۶۲ \times ۱۰^{۶}$$

$$\overline{h} = \frac{۰/۰۳۰۰۳}{۱}(۰/۶۹۷)^{\frac{۱}{۳}}\left[۰/۰۳۷ \times (۱/۶۲ \times ۱۰^{۶})^{۰/۸} - ۸۵۰\right] = ۶۸/۷۷\ \ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$$

$$q = \overline{h}\,A.(T_w - T_\infty) = ۶۸/۷۷ \times ۱^۲ \times (۴۰۰ - ۳۰۰) = ۶۸۷۷\ \text{W}$$

۲۷- یک صفحهٔ تخت افقی به ابعاد ۰/۵ m × ۰/۵ در دمای ۵۰°C نگه‌داری می‌شود. هوا با فشار ۵۰ kPa و دمای ۱۰°C با سرعت ۲۰ m/s روی صفحه جریان دارد. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{50+10}{2} = 30^\circ C = 303\ K ,\ \rho = \frac{50000}{287 \times 303} = 0/575\ kg/m^3 ,\ \mu = 1/85 \times 10^{-5}\ kg/m.s$$

$$k = 0/0263\ W/m.^\circ C ,\quad Pr = 0/7 ,\ R_e = \frac{0/575 \times 0/5 \times 20}{1/85 \times 10^{-5}} = 3/11 \times 10^5$$

$$\overline{h} = \frac{0/0263}{0/5} (0/7)^{\frac{1}{3}} (3/11 \times 10^5)^{\frac{1}{2}} = 17/3\ W/m^2.^\circ C$$

$$q = \overline{h}.A.(T_w - T_\infty) = 17/3 \times (0/5)^2 \times (50 - 10) = 172/9\ W$$

۲۸- هوا با سرعت ۵ m/s روی صفحهٔ مربعی به ضلع ۲۰ cm جریان دارد. شرایط جریان آزاد عبارتند از: ۱۰°C و ۲۰ kPa. گرم‌کنی در سطح صفحه شرط شار گرمایی ثابت را در دیوار به‌وجود می‌آورد، به‌طوری که دمای متوسط دیواره ۱۰۰°C است. شار گرمایی سطح و مقدار h را در فاصلهٔ ۱۰ cm حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{100+10}{2} = 55^\circ C = 328\ K ,\ \rho = \frac{1/01 \times 10^5}{2 \times 287 \times 328} = 0/538\ kg/m^3 ,\ \mu = 1/974 \times 10^{-5}\ kg/m.s$$

$$k = 0/0284\ W/m.^\circ C ,\quad Pr = 0/7 ,\ R_{eL} = \frac{0/538 \times 5 \times 0/2}{1/974 \times 10^{-5}} = 27254$$

$$R_e \Big|_{x=10} = \frac{R_{eL}}{2} = 13627$$

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{q_w.L}{0/6795\, k\, R_{eL}^{\frac{1}{2}}\, Pr^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow q_w = \frac{100 \times 0/6795 \times (27254) \times (0/7)^{\frac{1}{3}} \times (0/0284)}{0/2} = 1414\ W/m^2$$

$$Nu = \frac{h.x}{k} = 0/453\, R_{eL}^{\frac{1}{2}}\, Pr^{\frac{1}{3}}$$

$$x = 10\ cm \Rightarrow h = \frac{0/0284}{0/1} (0/453) (0/7)^{\frac{1}{3}} (13627)^{\frac{1}{2}} = 13/33\ W/m^2.^\circ C$$

۲۹- سرعت جریان لازم برای هر یک از سیالات زیر، روی صفحهٔ مربعی به ضلع ۱ m چه‌قدر باشد تا عدد رینولدز ۱۰۷ به‌وجود آید: (الف) آب در ۲۰°C، (ب) هوا در ۱۰۰ kPa، (پ) فریون در ۲۰°C، (ت) آمونیاک در ۲۰°C، و (ث) هلیم در ۲۰°C.

حل:

سیال	$\nu\ (m^2/s)$	$u\ (m/s) = \frac{10^7 \times \nu}{L}$
آب	$9/8 \times 10^{-7}$	9/8
هوا	$1/83 \times 10^{-5}$	183
فریون-۱۲	$0/198 \times 10^{-6}$	1/98
آمونیاک	$0/359 \times 10^{-6}$	3/59
هلیم	$122/2 \times 10^{-6}$	1222

۳۰- متوسط ضریب انتقال گرما را برای هر یک از حالات مسألهٔ (۲۹-۵) با فرض آن‌که خواص فیزیکی در ۲۰°C ارزیابی شده باشند، حساب کنید.

حل: فرمول برای جریان آشفته:

$$\overline{Nu_L} = \frac{\overline{h}.L}{k} = (pr)^{\frac{1}{3}} (0.037\ Re_L^{0.8} - 871)$$

$$\overline{h} = \frac{k}{L} (pr)^{\frac{1}{3}} (0.037\ Re_L^{0.8} - 871)$$

آب: $\overline{h} = \frac{0.604}{1} (6.78)^{\frac{1}{3}} \left[0.037\ (10^7)^{0.8} - 871\right] = 15842\ W/m^2\ {}^\circ C$

هوا: $\overline{h} = \frac{0.026}{1} (0.708)^{\frac{1}{3}} \left[0.037\ (10^7)^{0.8} - 871\right] = 321.19\ W/m^2\ {}^\circ C$

فریون-۱۲: $\overline{h} = \frac{0.073}{1} (3.5)^{\frac{1}{3}} \left[0.037\ (10^7)^{0.8} - 871\right] = 1535\ W/m^2\ {}^\circ C$

آمونیاک: $\overline{h} = \frac{0.521}{1} (2.02)^{\frac{1}{3}} \left[0.037\ (10^7)^{0.8} - 871\right] = 9125\ W/m^2\ {}^\circ C$

هلیم: $\overline{h} = \frac{0.145}{1} (0.705)^{\frac{1}{3}} \left[0.037\ (10^7)^{0.8} - 871\right] = 1788\ W/m^2\ {}^\circ C$

۳۱- ضخامت لایهٔ مرزی در انتهای صفحه را برای هر یک از حالات مسألهٔ (۲۹-۵) به‌دست آورید.

حل:

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.381}{\sqrt[5]{Re_x}} \qquad \delta = \frac{0.381 \times 1}{(10^7)^{\frac{1}{5}}} = 0.01516\ m$$

$$\frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{1.026} (pr)^{-\frac{1}{3}}$$

آب: $\delta_t = \frac{0.01516}{1.026} (6.78)^{-\frac{1}{3}} = 7.81 \times 10^{-3}\ m$

هوا: $\delta_t = \frac{0.01516}{1.026} (0.708)^{\frac{1}{3}} = 1.65 \times 10^{-2}\ m$

فریون-۱۲: $\delta_t = \frac{0.01516}{1.026} (3.5)^{-\frac{1}{3}} = 9.73 \times 10^{-3}\ m$

آمونیاک: $\delta_t = \frac{0.01516}{1.026} (2.02)^{-\frac{1}{3}} = 1.16 \times 10^{-2}\ m$

هلیم: $\delta_t = \frac{0.01516}{1.026} (0.705)^{-\frac{1}{3}} = 1.66 \times 10^{-2}\ m$

۳۲- یک صفحهٔ سیاه در معرض آفتاب قرار داده می‌شود، به‌طوری که شار گرمایی ثابت $800\ W/m^2$ را جذب می‌کند. پشت صفحهٔ سیاه عایق شده است به‌طوری که انرژی جذب‌شده به جریان هوایی جریان داده می‌شود که روی صفحه با شرایط $25°C$ و $100\ kPa$ و سرعت $3\ m/s$ می‌وزد، دمای متوسط صفحه را حساب کنید. دمای صفحه در لبهٔ بالاروند چه‌قدر است؟ صفحه را مربعی به ضلع ۲۵ cm در نظر بگیرید.

حل: خواص را در دمای ۳۵۰ K به‌دست می‌آوریم:

$$\nu = 20.76 \times 10^{-6}\ m^2/s\ ,\ \ k = 0.03003\ \ W/m.{}^\circ C\ \ ,\ Pr = 0.697$$

$$Re_L = \frac{3 \times 0.25}{20.76 \times 10^{-6}} = 36127\ m/s$$

$$\overline{T_w - T_\infty} = \frac{q_w(L)}{0.6795\ k\ Re^{\frac{1}{2}} . Pr^{\frac{1}{3}}} = \frac{800 \times 0.25}{0.6795 \times 0.03003 \times (36127)^{\frac{1}{2}} \times (0.697)^{\frac{1}{3}}}$$

$$\overline{T_w - T_\infty} = 58.16\ {}^\circ C \qquad T_w = 58.16 + 25 = 83.16\ {}^\circ C$$

$$Nux = \frac{h.x}{k} = ۰/۴۵۳\ Re^{\frac{۱}{۲}}.Pr^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow h_{x=۰/۲۵m} = \frac{۰/۰۳۰۰۳}{۰/۲۵} \times ۰/۴۵۳\,(۲۶۱۲۷)^{\frac{۱}{۲}}\,(۰/۶۹۷)^{\frac{۱}{۳}}$$

$$h = ۹/۱۷\ W/m^۲.^{\circ}C\ ,\ Nux = ۷۶/۳۴ \Rightarrow T_w - T_\infty = \frac{q_w.x}{k\,Nux} = \frac{۸۰۰ \times ۰/۲۵}{۰/۰۳۰۰۳ \times ۷۶/۳۴} = ۸۷/۲۴\ ^{\circ}C$$

$$T_w = ۸۷/۲۴ + ۲۵ = ۱۱۲/۲۴\ ^{\circ}C$$

۳۳- هوا در kPa ۱۰۰ و K ۳۰۰ روی صفحهٔ تخت مربعی به ضلع cm ۵۰ با چنان سرعتی می‌وزد که عدد رینولدز در لبهٔ پایین دست جریان صفحه $۱/۱ \times ۱۰^۵$ است. گرمایش تا نیمهٔ صفحه شروع نشده و سپس دمای سطح K ۴۰۰ است. انتقال گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = ۳۵۰\ K\ ,\ \nu = ۲۰/۷۶ \times ۱۰^{-۶}\ m^۲/s\ ,\ k = ۰/۰۳۰۰۳\ W/m.^{\circ}C\ ,\ Pr = ۰/۶۹۷$$

$$Re = \frac{u_\infty.L}{\nu}\ ,\quad u_\infty = \frac{۱/۱ \times ۱۰^۵\nu}{L} = ۴/۵۷\ m/s$$

$$x_۰ = ۰/۲۵\ m\quad h_x = \frac{k}{x}(۰/۳۳۲)\,Re^{\frac{۱}{۲}}.Pr^{\frac{۱}{۳}}\left[۱ - \left(\frac{x_۰}{x}\right)^{\frac{۳}{۴}}\right]^{-\frac{۱}{۳}}$$

x (cm)	h_x (W/m².°C)
۲۶	۳۶/۷
۳۵	۱۳/۸۱
۴۴	۹/۵۰
۵۰	۷/۹۲

$$\int_{x_۰}^{L} h_x\,dx = ۳/۸۴۴$$

$$\bar{h} = \frac{۳/۸۴۴}{۰/۲۵} = ۱۵/۳۸\ W/m^۲.^{\circ}C$$

$$q = \bar{h}\,(L - x_۰)\,(L)\,(T_w - T_\infty) = ۱۵/۳۸ \times (۰/۵ - ۰/۲۵) \times (۰/۵) \times (۴۰۰ - ۳۰۰) = ۱۹۲/۴\ W$$

۳۴- هوا در دمای ۲۰°C و فشار kPa ۱۴ با سرعت m/s ۱۵۰ از روی صفحهٔ تختی به طول m ۱ و دمای ثابت ۱۵۰°C جریان دارد. متوسط آهنگ انتقال گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$\mu = ۲/۱۱ \times ۱۰^{-۵}\ kg/m.s,\quad T_f = \frac{۱۵۰ + ۲۰}{۲} = ۸۵^{\circ}C = ۳۵۸\ K\ ,\ \rho = \frac{p}{RT} = \frac{۱۴۰۰۰}{۲۸۷ \times ۳۵۸} = ۰/۱۳۶\ kg/m^۳$$

$$k = ۰/۰۳۰۶۰\ W/m.^{\circ}C\ ,\ Pr = ۰/۶۹۵\ ,\ Re = \frac{۰/۱۳۶ \times ۱۵۰ \times ۱}{۲/۱۱ \times ۱۰^{-۵}} = ۹/۶۷ \times ۱۰^۵$$

$$\bar{h} = \frac{۰/۰۳۰۶۰}{۱}(۰/۶۹۵)^{\frac{۱}{۳}}\left[(۰/۰۳۷)\,(۹/۶۷ \times ۱۰^۵)^{۰/۸} - ۸۵۰\right] = ۳۸/۵۶\ W/m^۲.^{\circ}C$$

$$q/A = (۳۸/۵۶)\,(۱۵۰ - ۲۰) = ۵۰۱۳\ W/m^۲$$

۳۶- با فرض آنکه بتوان ضریب انتقال گرمای موضعی جریان روی صفحهٔ تخت را با معادلهٔ (۸۱-۵) نشان داد و لایهٔ مرزی در لبهٔ بالاروند صفحه شروع شود، عبارتی برای تعیین ضریب انتقال گرمای متوسط به‌دست آورید.

حل:

$$h_x = C.x^{-\frac{۱}{۵}}\ ,\ \bar{h} = \frac{۱}{L}\int_۰^L C.x^{-\frac{۱}{۵}}\,dx = ۱/۲۵\ C\,L^{-\frac{۱}{۵}},\ \ St.Pr^{\frac{۲}{۳}} = ۱/۲۵ \times ۰/۰۲۹۶\ (Re_L^{-\frac{۱}{۵}}) = ۰/۰۳۷\,Re^{-\frac{۱}{۵}}$$

۳۷- بر روی صفحهٔ مربعی به ضلع cm ۱۰، گرم‌کن برقی نصب شده است که شار گرمایی ثابتی تولید می‌کند. آب با

دمای $10°C$ روی صفحه با سرعت $3\ m/s$ جریان می‌یابد. کل گرمای انتشار یافته را در صورتی که دمای صفحه از $80°C$ تجاوز نکند، به‌دست آورید.

حل:

$$T_f = \frac{80+10}{2} = 45°C\ ,\ \rho = 990\ kg/m^3\ ,\ \mu = 6\times10^{-4}\ kg/m.s\ ,\ k = 0/64\ W/m.°C$$

$$Pr = 4/81\ ,\ Re_L = \frac{990\times3\times0/1}{6\times10^{-4}} = 4/95\times10^5$$

$$Nu_x = 0/453\ Re_x^{\frac{1}{2}}.Pr^{\frac{1}{3}} \Rightarrow Nu_{x=L} = 0/453\times(4/95\times10^5)^{\frac{1}{2}}\ 4/81^{\frac{1}{3}} = 538$$

$$q_w = \frac{Nu_x.k}{x}(T_w - T_\infty) = \frac{538\times0/64}{0/1}(80-10) = 2/41\times10^5\ W/m^2$$

$$q = q_w.A = 2/41\times10^5\times(0/1)^2 = 2410\ W$$

۳۸- مسألهٔ (۳۷-۵) را برای هوا در فشار $100\ kPa$ و دمای $300\ K$ تکرار کنید.

حل: خواص هوا در دمای $350\ K$ عبارتند از:

$$\nu = 20/76\times10^{-6}\ m^2/s\ ,\ k = 0/03003\ W/m.°C\ ,\ Pr = 0/697\ ,\ Re_L = \frac{3\times0/1}{20/76\times10^{-6}} = 14451$$

$$Nu_x = 0/453\times(14451)^{\frac{1}{2}}.0/697^{\frac{1}{3}} = 48/28$$

$$q_w = \frac{Nu_x.k}{x}(T_w - T_\infty) = \frac{48/28\times0/03003}{0/1}(80-10) = 1015\ W/m^2$$

$$q = q_w.A = 1015\times(0/1)^2 = 10/15\ W$$

۳۹- برای سرد کردن صفحهٔ مربعی به ضلع $1\ m$ و دمای $500\ K$ از هلیم با فشار $100\ kPa$ و دمای $300\ K$ استفاده می‌شود. سرعت جریان $50\ m/s$ است. اتلاف گرمای کل از صفحه را حساب کنید. ضخامت لایهٔ مرزی را وقتی که جریان از صفحه خارج می‌شود، به‌دست آورید.

حل:

$$T_f = \frac{300+500}{2} = 400\ K\ ,\ \nu = 202/9\times10^{-6}\ m^2/s\ ,\ k = 0/178\ W/m.°C$$

$$Pr = 0/72\ ,\ Re = \frac{50\times1}{202/9\times10^{-6}} = 2/46\times10^5$$

$$h = \left(\frac{k}{L}\right)(0/664)\ Re^{\frac{1}{2}}.Pr^{\frac{1}{3}} = \frac{0/178}{1}\times(0/664)(2/46\times10^5)^{\frac{1}{2}}\ 0/72^{\frac{1}{3}} = 52/59\ W/m^2.°C$$

$$q = h.A(T_w - T_\infty) = (52/59)(1)^2(500-300) = 10/52\ kW$$

$$\frac{\delta}{L} = \frac{4/64}{\sqrt{Re_L}} \Rightarrow \delta = \frac{1\times4/64}{(2/46\times10^5)^{\frac{1}{2}}} = 0/0094\ m$$

۴۰- برای سیستم جریان در مسألهٔ (۳۹-۵) موقعیت y در لایهٔ مرزی را در لبهٔ بالارونده، جایی که $u = 25\ m/s$ است، محاسبه نمایید.

حل:

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{25}{50} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \Rightarrow \frac{y}{\delta} = 0/334 \Rightarrow y = 0/334\times9/45\times10^{-3} = 3/16\times10^{-3}\ m$$

۴۱- در فصل تابستان، نسیم ملایمی با سرعت $10\ mi/h$ در عرض ساختمانی فلزی می‌وزد. ارتفاع دیوار این ساختمان $12\ ft$ و عرض آن $20\ ft$ است. یک شار انرژی خالص خورشیدی به مقدار $110\ BTU/h.ft^2$ در دیوار

جذب شده و سپس به طریق جابه‌جایی در هوا پخش می‌شود. با فرض آن‌که دمای هوا ۸۰°F و فشار آن ۱ atm باشد و در عرض دیوار مثل روی یک صفحهٔ تخت بوزد، درجهٔ حرارت متوسط را که دیوار در شرایط تعادل به آن می‌رسد، حساب کنید.

حل:

$u_\infty = ۱۰ \text{ mi/h} = ۴/۴۷ \text{ m/s},\ T = ۸۰\,°\text{F} = ۲۶/۶۷\,°\text{C} = ۲۹۹/۶۷ \text{ K},\ L = ۲۰ \text{ ft} = ۶/۰۹۶ \text{ m}$

$q/A = ۱۱۰ \text{ BTU/h.ft}^۲ = ۳۴۶ \text{ W/m}^۲,\ \rho = ۱/۷۷ \text{ kg/m}^۳ \cdot Re = \dfrac{۱/۷۷ \times ۴/۴۷ \times ۶/۰۹۶}{۱/۹۸۳ \times ۱۰^{-۵}} = ۱/۶۱۷ \times ۱۰^۶$

$\overline{h} = \dfrac{۰/۰۲۶۲}{۶/۰۹۶}(۰/۷۱)^{\frac{۱}{۳}}\left[(۰/۰۳۷)\ (۱/۶۱۷ \times ۱۰^۶)^{۰/۸} - ۸۷۱\right] = ۹/۸۱ \text{ W/m}^۲.°\text{C}$

$T_w - T_\infty = \dfrac{۳۴۶/۹}{۹/۸۱} = ۳۵/۳۵\,°\text{C} \Rightarrow \boxed{T_w = ۶۲/۰۵\,°\text{C}}$

۴۲- کف ظرف سرخ‌کن دانهٔ ذرات به طول ۱۰ ft و عرض ۳ ft و دمای آن در ۴۲۰°F است. روغن پخت در عرض این سطح با سرعت ۱ ft/s جریان دارد و دمای جریان آزاد آن ۴۰۰°F است. انتقال گرما به روغن را حساب کنید و ضخامت لایهٔ مرزی ماکزیمم را به‌دست آورید. خواص روغن عبارتند از:

$Pr = ۴۰,\ k = ۰/۱۲ \text{ W/m.°C},\ \nu = ۲ \times ۱۰^{-۶} \text{ m}^۲\text{/s}$

حل:

$T_\infty = ۴۰۰\,°\text{C},\ T_w = ۴۲۰\,°\text{F},\ u_\infty = ۱ \text{ ft/s} = ۰/۳۰۴۸ \text{ m/s},\ L = ۱۰ \text{ ft} = ۳/۰۴۸ \text{ m}$

$Re = \dfrac{۰/۳۰۴۸ \times ۳/۰۴۸}{۲ \times ۱۰^{-۶}} = ۴/۶۴۵ \times ۱۰^۵ \cdot h = \dfrac{۰/۱۲}{۳/۰۴۸}(۰/۶۶۴)\ (۴/۶۴۵ \times ۱۰^۵)^{\frac{۱}{۲}}\ (۴۰)^{\frac{۱}{۳}} = ۶۰/۹۳ \text{ W/m}^۲.°\text{C}$

$q = ۶۰/۹۳ \times ۳/۰۴۸ \times ۳ \times ۰/۳۰۴۸ \times (۴۲۰ - ۴۰۰)\ \dfrac{۵}{۹} = ۱۸۸۷ \text{ W}$

$\delta = \dfrac{۴/۶۴\ x}{(Re)^{\frac{۱}{۲}}} = \dfrac{۳/۰۴۸ \times ۴/۶۴}{(۴/۶۴۵ \times ۱۰^۵)^{\frac{۱}{۲}}} = ۰/۰۲۰۸ \text{ m}$

۴۳- هوا با دمای ۲۷°C و فشار ۱۰۰ kPa بر روی صفحهٔ تخت مربعی به ضلع ۴ m با سرعت ۴۰ m/s می‌وزد. دمای صفحه ۷۷°C است. انتقال گرمای کل را حساب کنید.

حل:

$T_f = \dfrac{۲۷ + ۷۷}{۲} = ۵۲\,°\text{C} = ۳۲۵ \text{ K},\ \nu = ۱۸/۲۳ \times ۱۰^{-۶} \text{ m}^۲\text{/s},\ k = ۰/۰۲۸۱ \text{ W/m.°C}$

$Pr = ۰/۷,\ Re_L = \dfrac{۴۰ \times ۴}{۱۸/۲۳ \times ۱۰^{-۶}} = ۸/۷۸ \times ۱۰^۶$

$Nu_L = Pr^{\frac{۱}{۳}}\left[۰/۰۳۷\ Re_L^{۰/۸} - ۸۷۱\right] \Rightarrow \bar{h} = \dfrac{۰/۰۲۸۱}{۴}\ (۰/۷)^{\frac{۱}{۳}}\left[۰/۰۳۷ \times (۸/۷۸ \times ۱۰^۶)^{۰/۸} - ۸۷۱\right] = ۷۷/۳ \text{ W/m}^۲.°\text{C}$

$q = h A (T_w - T_\infty) = ۷۷/۵\ (۴)^۲\ (۷۷ - ۲۷) = ۶/۲ \times ۱۰^۴ \text{ W}$

۴۴- ابعاد پشت بام ساختمانی ۳۰ m در ۶۰ m است و به علت گرمای ناشی از آفتاب دمای آن به ۳۰۰ K می‌رسد، در حالی که دمای هوای محیط صفر درجهٔ سانتی‌گراد است. اتلاف گرمای پشت بام مذکور را وقتی نسیم ملایمی با سرعت ۵ mi/h در عرض آن بوزد، $(L = ۳۰ \text{ m})$ به‌دست آورید.

حل:

$$T_f = \frac{۳۰۰ + ۲۷۳}{۲} = ۲۸۷\ \mathrm{K},\ \nu = ۱۴/۵۱ \times ۱۰^{-۶}\ \mathrm{m^2/s},\ k = ۰/۰۲۵۲\ \mathrm{W/m.^\circ C}$$

$$Pr = ۰/۷۱,\ u_\infty = ۵\ \mathrm{mi/h} = ۷/۳۳\ \mathrm{ft/s} = ۲/۲۳۵\ \mathrm{m/s},\ Re_L = \frac{۲/۲۳۵ \times ۳۰}{۱۴/۵۱ \times ۱۰^{-۶}} = ۴/۶۲ \times ۱۰^{۶}$$

$$Nu_L = Pr^{\frac{۱}{۳}} \left[۰/۰۳۷\ Re_L^{۰/۸} - ۸۷۱ \right] \Rightarrow \bar{h} = \frac{۰/۰۲۵۲}{۳۰} (۰/۷۱)^{\frac{۱}{۳}} \left[۰/۰۳۷ \times ۴/۶۲ \times ۱۰^{۶})^{۰/۸} - ۸۷۱ \right] = ۵/۲۹\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = ۵/۲۹ (۳۰)(۶۰)(۴۰۰ - ۲۷۳) = ۲/۵۷ \times ۱۰^{۶}\ \mathrm{W}$$

۴۵- هوا با فشار ۱ atm و دمای ۳۰°C بر روی صفحهٔ مربعی به ضلع ۱۵ cm با سرعت ۱۰ m/s می‌وزد. ضخامت لایهٔ مرزی ماکزیمم را حساب کنید.

حل: خواص هوا در دمای ۳۰۰ K عبارتند از:

$$\nu = ۱۵/۶۹ \times ۱۰^{-۶}\ \mathrm{m^2/s},\ Re_L = \frac{۱۰ \times ۰/۱۵}{۱۵/۶۹ \times ۱۰^{-۶}} = ۹/۵۶ \times ۱۰^{۴}$$

$$\frac{\delta}{L} = \frac{۴/۶۴}{(Re_L)^{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow \delta = ۰/۱۵ \times (۹/۵۶ \times ۱۰^{۴})^{-\frac{۱}{۲}} (۴/۶۴) = ۰/۰۰۲۲\ \mathrm{m}$$ جریان آرام

۴۶- هوا با فشار ۰/۲ MPa و دمای ۲۵°C بر روی صفحهٔ تختی با سرعت ۶۰ m/s می‌وزد. صفحهٔ مربعی به ضلع ۰/۵ m و دمای ثابت ۱۶۶°C است. اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۲۵ + ۱۵۰}{۲} = ۸۷/۵\ ^\circ\mathrm{C} = ۳۶۰/۵\ \mathrm{K},\ \mu = ۲/۱۱۹ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{kg/m.s},\ k = ۰/۰۳۰۸\ \mathrm{W/m.^\circ C}$$

$$Pr = ۰/۶۹۳,\ \rho = \frac{۰/۲ \times ۱۰^{۶}}{۲۸۷ \times ۳۶۰/۵} = ۱/۹۳۳\ \mathrm{kg/m^3},\ Re_L = \frac{۱/۹۳۳ \times ۶۰ \times ۰/۵}{۲/۹۱۱ \times ۱۰^{-۵}} = ۲/۷۴ \times ۱۰^{۶}$$

$$Nu = Pr^{\frac{۱}{۳}} \left[۰/۰۳۷\ Re_L^{۰/۸} - ۸۷۱ \right] \Rightarrow \bar{h} = \frac{۰/۰۳۰۸}{۰/۵} (۰/۶۹۳)^{\frac{۱}{۳}} \left[۰/۰۳۷ \times ۲/۷۴ \times ۱۰^{۶})^{۰/۸} - ۸۷۱ \right] = ۲۴۰/۴\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = ۲۴۰/۴\ (۰/۵)^۲\ (۱۵۰ - ۲۵) = ۷۵۱۱\ \mathrm{W}$$

۴۷- هلیم با فشار ۱۵۰ kPa، دمای ۲۰°C و سرعت ۵۰ m/s روی صفحهٔ مربعی به ضلع ۱ m می‌وزد. دمای ثابت صفحه ۱۰۰°C است. اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۲۰ + ۱۰۰}{۲} = ۶۰\ ^\circ\mathrm{C} = ۳۳۳\ \mathrm{K},\ \mu = ۲۳۰ \times ۱۰^{-۷}\ \mathrm{kg/m.s},\ k = ۰/۱۶۹\ \mathrm{W/m.^\circ C}$$

$$Pr = ۰/۷۱,\ \rho = \frac{۱۵۰ \times ۱۰^{۶}}{۲۰۸۷ \times ۳۳۳} = ۰/۲۱۶\ \mathrm{kg/m^3},\ Re_L = \frac{۵۰ \times ۱ \times ۰/۲۱۶}{۲۳۰/۵ \times ۱۰^{-۷}} = ۴/۶۹ \times ۱۰^{۵}$$

$$\bar{h} = \frac{۰/۱۶۹۱}{۱} (۰/۷۱)^{\frac{۱}{۳}} (۰/۶۶۴) (۴/۶۹ \times ۱۰^{۵})^{\frac{۱}{۲}} = ۶۵/۶\ \mathrm{W/m^2}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = ۶۸/۶\ (۱)^۲ (۱۰۰ - ۲۰) = ۵۴۹۴\ \mathrm{W}$$

۴۸- هوا در شرایط ۵۰ kPa و ۲۵۰ K روی صفحهٔ مربعی به ضلع ۲ m با سرعت ۲۰ m/s می‌وزد. دمای ثابت صفحه ۳۵۰ K است. اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{250 + 350}{2} = 300\ \text{K},\quad \mu = 1.8462 \times 10^{-5}\ \text{kg/m.s},\quad k = 0.02624\ \text{W/m.°C}$$

$$Pr = 0.71,\quad \rho = \frac{50000}{287 \times 300} = 0.581\ \text{kg/m}^3,\quad Re_L = \frac{0.581 \times 20 \times 2}{1.8462 \times 10^{-5}} = 1.26 \times 10^{6}$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L} Pr^{\frac{1}{3}} \left[0.037\, Re_L^{0.8} - 871 \right] = \frac{0.02624}{2} (0.71)^{\frac{1}{3}} \left[0.037\, (1.26 \times 10^{6})^{0.8} - 871 \right] = 22.9\ \text{W/m}^2\text{.°C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 22.9\, (2)^2 (350 - 250) = 917\ \text{W}$$

۴۹- بر روی صفحهٔ تختی ازت با فشار ۵۰ kPa و دمای ۳۰۰ K با سرعت ۱۰۰ m/s جریان دارد. طول صفحه ۱/۲ m و دمای ثابت آن ۴۰۰ K است. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{300 + 400}{2} = 350\ \text{K},\quad \mu = 19.91 \times 10^{-6}\ \text{kg/m.s},\quad k = 0.0298\ \text{W/m.°C}$$

$$Pr = 0.7,\quad \rho = \frac{50000}{287 \times 350} = 0.481\ \text{kg/m}^3,\quad Re_L = \frac{0.481 \times 1.2 \times 100}{19.91 \times 10^{-6}} = 2.9 \times 10^{6}$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L} Pr^{\frac{1}{3}} \left[0.037\, Re_L^{0.8} - 871 \right] = \frac{0.0298}{1.2} (0.7)^{\frac{1}{3}} \left[0.037\, (2.9 \times 10^{6})^{0.8} - 871 \right] = 101.4\ \text{W/m}^2\text{.°C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 101.4\, (1.2)^2 (400 - 300) = 1.22 \times 10^{4}\ \text{W/m}$$

۵۰- در عرض صفحه‌ای تخت و مربعی به ضلع ۱ m، هیدروژن با فشار ۲ atm، دمای ۱۵°C و سرعت ۶ m/s جریان دارد. دمای ثابت صفحه ۱۳۹°C است. اتلاف گرما از صفحه را به‌دست آورید.

حل:

$$T_f = \frac{15 + 139}{2} = 77\ \text{°C} = 350\ \text{K},\quad \mu = 9.954 \times 10^{-6}\ \text{kg/m.s},\quad k = 0.206\ \text{W/m.°C}$$

$$Pr = 0.6997,\quad \rho = \frac{2 \times 1.01 \times 10^{5}}{287 \times 350} = 0.139\ \text{kg/m}^3,\quad Re_L = \frac{0.139 \times 6 \times 1}{9.954 \times 10^{-6}} = 83952$$

$$\bar{h} = \left(\frac{k}{L}\right) (0.664)\, Re^{\frac{1}{2}}\, Pr^{\frac{1}{3}},\quad \bar{h} = \frac{0.206}{1} (0.664)\, (83592)^{\frac{1}{2}} (0.697)^{\frac{1}{3}} = 35.14\ \text{W/m}^2\text{.°C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 35.14 \times 1^2 \times (139 - 15) = 4357\ \text{W}$$

۵۱- آمونیاک مایع به دمای ۱۰°C را با فشار روی صفحهٔ مربعی به ضلع ۴۵ cm با سرعت ۵ m/s می‌رانند. دمای صفحه ۵۰°C است. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{50 + 10}{2} = 30\ \text{°C} = 303\ \text{K},\quad \nu = 0.349 \times 10^{-6}\ \text{m}^2\text{/s},\quad k = 0.507\ \text{W/m.°C}$$

$$Pr = 2.01,\quad Re_L = \frac{5 \times 0.45}{0.349 \times 10^{-6}} = 6.45 \times 10^{6}$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L} Pr^{\frac{1}{3}} \left[0.037\, Re_L^{0.8} - 871 \right] = \frac{0.507}{0.45} (2.01)^{\frac{1}{3}} \left[0.037\, (6.45 \times 10^{6})^{0.8} - 871 \right] = 13386\ \text{W/m}^2\text{.°C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 13386 \times (0.45)^2 \times (50 - 10) = 85670.77\ \text{W}$$

۵۲- روی صفحه مربعی به ضلع ۱ m هلیوم با سرعت ۵۰ m/s جریان دارد. فشار هلیم ۴۵ kPa و دمای آن ۵۰°C است. دمای ثابت صفحه ۱۳۶°C می‌باشد. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{50 + 136}{2} = 93\,^\circ\mathrm{C} = 366\ \mathrm{K},\quad \mu = 230.5 \times 10^{-7}\ \mathrm{kg/m.s},\quad k = 0.1691\ \mathrm{W/m.^\circ C}$$

$$\rho = \frac{4.5 \times 10^{5}}{2078 \times 366} = 0.0592\ \mathrm{kg/m^3},\ Pr = 0.71,\quad Re_L = \frac{0.0592 \times 1 \times 50}{230.5 \times 10^{-7}} = 1.28 \times 10^{5}$$

$$\bar{h} = \left(\frac{k}{L}\right)(0.664)\,Re^{\frac{1}{2}}.\,Pr^{\frac{1}{3}} = \frac{0.1691}{1} \times (0.664)(1.28 \times 10^{5})^{\frac{1}{2}}\,0.71^{\frac{1}{3}} = 35.88\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 35.88 \times (1)^2 \times (136 - 50) = 3086\ \mathrm{W}$$

۵۳- هوا با فشار ۰/۱ atm و سرعت ۳۰۰ m/s روی صفحهٔ تختی جریان دارد. دمای ثابت صفحه ۱۰۰°C و دمای جریان آزاد هوا ۱۰°C است. انتقال گرما برای صفحهٔ مربعی به ضلع ۸۰ cm را بیابید.

حل:

$$T_f = \frac{100 + 10}{2} = 55\,^\circ\mathrm{C} = 328\ \mathrm{K},\quad \nu = 18.53 \times 10^{-6} \times 10 = 18.53 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s},\quad k = 0.0284\ \mathrm{W/m.^\circ C}$$

$$Pr = 0.7,\quad Re_L = \frac{300 \times 0.8}{18.53 \times 10^{-5}} = 1.295 \times 10^{6}$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L} Pr^{\frac{1}{3}}\left[0.037\,Re_L^{0.8} - 871\right] = \frac{0.0284}{0.8}(0.7)^{\frac{1}{3}}\left[0.037\,(1.295 \times 10^{6})^{0.8} - 871\right] = 63.7\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 63.7 \times (0.8)^2 \times (100 - 10) = 3670\ \mathrm{W}$$

۵۴- آب با دمای ۷۰°F و سرعت ۲۰ ft/s روی عرض صفحهٔ تخت مربعی با ضلع ۱ ft جاری است. دمای ثابت صفحه ۱۳۰°F می‌باشد. اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{70 + 130}{2} = 100\,^\circ\mathrm{F},\quad \rho = 993\ \mathrm{kg/m^3},\ \mu = 6.82 \times 10^{-4}\ \mathrm{kg/m.s},\quad k = 0.63\ \mathrm{W/m.^\circ C}$$

$$Pr = 4.53,\quad Re_L = \frac{993 \times 20 \times (0.3048)^2(1)}{6.82 \times 10^{-5}} = 2.705 \times 10^{6}$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L} Pr^{\frac{1}{3}}\left[0.037\,Re_L^{0.8} - 871\right] = \frac{0.63}{1 \times 0.3048}(4.53)^{\frac{1}{3}}\left[0.037\,(2.705 \times 10^{6})^{0.8} - 871\right] = 14794\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

$$q = \bar{h} A (T_w - T_\infty) = 14794 \times (1)^2 \times (0.3048)^2\,(130 - 70)\left(\frac{5}{9}\right) = 45812\ \mathrm{W}$$

۵۶- هوا با سرعت ۳۰ m/s، فشار ۱ atm و دمای ۳۵۰ K بر روی صفحهٔ تختی می‌وزد. جریان جرمی از لایهٔ مرزی را در مکان‌هایی از x که $R_{ex} = 10^{6}$ و 10^{7} است حساب کنید.

حل:

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}},\quad \dot{m} = \int_0^\delta \rho u\,dy = \int_0^\delta \rho u_\infty \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}} dy = \frac{\rho u_\infty}{\delta^{\frac{1}{7}}}\ \frac{y^{\frac{8}{7}}}{\frac{8}{7}}\Bigg|_0^\delta \Rightarrow \dot{m} = \frac{7}{8}\rho u_\infty \delta$$

$$T = 350\ \mathrm{K},\ \nu = 20.76 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s},\ \rho = 0.998\ \mathrm{kg/m^3}$$

(الف)

$$Rex = 10^{6} = \frac{\rho u_\infty x}{\mu} \Rightarrow x = \frac{10^{6} \times (20.76 \times 10^{-6})}{30} = 0.693\ \mathrm{m}$$

$$\delta = x\left[(0.381)\ Rex^{\frac{1}{5}} - 10256\ Rex^{-1}\right] = 9.54 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

$$\dot{m} = \frac{7}{8} \times 0.998 \times 6 \times 9.54 \times 10^{-3} = 4.998 \times 10^{-2}\ \mathrm{kg/s}$$

(ب)

$$Rex = 10^{7} \Rightarrow x = 6.92\ \mathrm{m},\ \delta = 0.0979\ \mathrm{m}$$

$$\dot{m} = \frac{7}{8} \times 0.998 \times 6 \times 0.0979 = 0.513\ \mathrm{kg/s}$$

۵۷- هوا با سرعت m/s ۶ در عرض صفحهٔ مربعی به ضلع cm ۲۰ در فشار kPa ۵۰ و دمای K ۳۰۰ می‌وزد. یک گرم‌کن برقی در صفحه نصب شده است، به‌طوری که شار گرمایی ثابتی تولید می‌کند. کل گرمایی را که تلف می‌شود، در صورتی که دمای صفحه از K ۶۰۰ تجاوز نکند، به‌دست آورید.

حل:

$$T_f = \frac{300+600}{2} = 450\ \text{K}\ ,\quad \rho = \frac{50000}{287 \times 450} = 0.387\ \text{kg/m}^3\ ,\ \mu = 2.484 \times 10^{-5}\ \text{kg/m.s}\ ,$$

$$k = 0.03707\ \text{W/m}^\circ\text{C}\ ,\quad Pr = 0.683,\ \ Rex = \frac{0.387 \times 6 \times 0.2}{2.484 \times 10^{-5}} = 18702$$

$$Nux = 0.453\ Rex^{\frac{1}{2}} . Pr^{\frac{1}{3}} = 0.453 \times (18702)^{\frac{1}{2}}\ (0.683)^{\frac{1}{3}} = 54.56$$

$$q_w = \frac{k}{x}\ Nux\ (T_w - T_\infty) = \frac{0.03707}{0.2}\ (54.56)\ (600 - 300) = 3034\ \text{W/m}^2$$

$$q = q_w A = 3034\ (0.2)^2 = 121.3\ \text{W}$$

۵۸- جریان "اسلاگ" (*slug*) در لوله را می‌توان به‌صورت جریانی که در آن سرعت در کل سطح جریان لوله ثابت است، توصیف کرد. عبارتی برای ضریب انتقال گرما در این قسم جریان، در حالی که در دیواره شرط شار گرمایی ثابت برقرار باشد، به‌دست آورید. نتایج حاصله را با آنچه در بخش (۱۰-۵) به‌دست آمده است،مقایسه کنید. دلیل تفاوت در جواب‌ها را از نظر فیزیکی توضیح دهید.

حل:

$$\frac{1}{ur}\ \frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{1}{\alpha}\ \frac{\partial T}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{u_0}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial x}\frac{r}{2} + \frac{c_1}{r}$$

$$T = \frac{u_0}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial x}\frac{r^2}{4} + c_1 \ln r + c_2\ ,\quad \frac{c_1}{r} = f(x) = c\ ,\ \ c_1 = 0$$

$$r = 0\ ,\ T = T_c \Rightarrow T_c = c_2$$

با جای‌گذاری مقادیر ثابت داریم:

$$T = \frac{u_0 r^2}{4\alpha}\frac{\partial T}{\partial x} + T_c$$

$$T_b = \frac{\int_0^{r_0}\rho\ (2\pi r\ dr)\ u.c_p.T}{\int_0^{r_0}\rho\ (2\pi r\ dr)\ u.c_p} = \frac{u_0 r^2}{8\alpha}\frac{\partial T}{\partial x} + T_c$$

$$r = r_0\ ,\ T = T_w \Rightarrow T_w = \frac{u_0 r_0^2}{4\alpha}\frac{\partial T}{\partial x} + T_c$$

$$h = \frac{-k\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=r_0}}{T_w - T_b}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=r_0} = \frac{u_0}{\alpha}\ \frac{2r}{4}\ \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{r=r_0} = \frac{u_0 r_0}{2\alpha}\ \frac{\partial T}{\partial x}$$

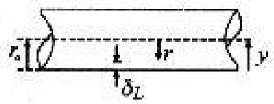
$$h = \frac{-k\ \frac{u_0 r_0}{2\alpha}\ \frac{\partial T}{\partial x}}{\frac{u_0 r_0^2}{4\alpha}\frac{\partial T}{\partial x} + T_c - \left[\frac{u_0 r^2}{8\alpha}\frac{\partial T}{\partial x} + T_c\right]} = \frac{-k\ \frac{u_0 r_0}{2x}}{\frac{u_0 r^2}{8\alpha}\ \frac{\partial T}{\partial x}} = \frac{-4k}{r_0} \Rightarrow h = \frac{8k}{d_0}\ ,\ Nu_d = 8$$

۵۹- فرض کنید که توزیع سرعت سراسر ناآرام برای جریان لوله‌ای به‌صورت زیر بیان شود:

$$\frac{u}{u_۰} = \left(۱ - \frac{r}{r_۰}\right)^{\frac{۱}{۷}}$$

که $u_۰$ سرعت در مرکز لوله و $r_۰$ شعاع لوله است. می‌توان فرض کرد که سرعت در زیرلایهٔ آرام نسبت به شعاع به‌صورت خطی تغییر کند. با استفاده از ضریب اصطکاک داده شده در معادلهٔ (۱۱۵-۵)، عبارتی برای ضخامت زیرلایهٔ آرام به‌دست آورید. در این مسأله سرعت جریان متوسط را می‌توان فقط با استفاده از توزیع سرعت ناآرام حساب کرد.

حل:



$$\frac{u}{u_۰} = \left(۱ - \frac{r}{r_۰}\right)^{\frac{۱}{۷}} \quad , f = \frac{۰/۳۱۶}{Re_r^{\frac{۱}{۴}}}$$

$$u_m = \frac{۴۹}{۶۰} u_۰ = ۰/۸۱۶ \; u_۰$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{f.\rho.u_m^۲}{۲\,d} \quad , \pi r_۰^۲ \, dp = \tau_w (۲\pi r_۰ dx) \; , \quad \frac{dp}{dx} = \frac{۲\tau_w}{r_۰} \; , \quad \tau_w = \mu \left.\frac{du}{dy}\right|_{r=r_۰} , \tau = \mu\, b = \frac{\mu\, u_۰}{\delta_L^{\frac{۶}{۷}} r_۰^{\frac{۱}{۷}}}$$

برای زیرلایه آرام پروفیل سرعت را خطی فرض می‌کنیم:

$$u = a + br \; , r = r_۰ \; , u = ۰ \Rightarrow a = -br$$

$$u_۰ = \left(۱ - \frac{r_۰ - \delta_L}{r_۰}\right)^{\frac{۱}{۷}} = -b\,\delta_L \; , b = -\frac{u_۰}{\delta_L^{\frac{۶}{۷}} r_۰^{\frac{۱}{۷}}}$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{۰/۳۱۶}{\left[\rho(۰/۸۱۶)\;(u_۰)\;(۲r_۰)\right]^{\frac{۱}{۴}}} \cdot \left(\frac{۱}{۲r_۰}\right)\rho \cdot \frac{(۰/۸۱۶)^۲ u_۰}{۲}$$

$$\delta_L^{\frac{۶}{۷}} = \frac{۲\mu\, u_۰}{r_۰^{\frac{۷}{۸}} \times ۰/۳۱۶} \left[\frac{\rho(۰/۸۱۶)\,(u_۰)\,(۲r_۰)}{\mu}\right]^{\frac{۱}{۴}} \frac{۲r_۰\;(۲)}{(۰/۸۱۶)^۲\;\rho\,(u_۰)^۲}$$

$$\delta_L = \left[۴۳ \left(\frac{\mu}{u_۰\rho}\right)^{\frac{۳}{۴}} r_۰^{\frac{۳}{۲۸}} \right]^{\frac{۷}{۶}} = ۸۱ \left(\frac{\mu}{u_۰\rho}\right)^{\frac{۷}{۸}} r_۰^{\frac{۱}{۸}} \Rightarrow \frac{\delta_L}{r_۰} = ۱۲۴\, Re_d^{-\frac{۷}{۸}}$$

۶۰- با استفاده از نیمرخ سرعت در مسألهٔ (۵۹-۵) عبارتی برای ضریب پخشیدگی گردابی اندازهٔ حرکت به صورت تابعی از شعاع به‌دست آورید.

حل:

$$(\Delta p)(\pi r^۲) = (\tau)(۲\pi r)(\Delta x) \; , \quad \tau = \frac{\Delta p}{\Delta x} \cdot \frac{r}{۲} = \rho(\nu + \varepsilon_m)\frac{du}{dy}$$

$$\frac{u}{u_۰} = \left(۱ - \frac{r}{r_۰}\right)^{\frac{۱}{۷}} \; , \quad \frac{du}{dy} = (-u_۰)\left(\frac{۱}{۷}\right)\left(۱ - \frac{r}{r_۰}\right)^{-\frac{۶}{۷}}\left(-\frac{۱}{r_۰}\right)$$

$$\frac{du}{dy} = \left(\frac{u_۰}{۷r_۰}\right)\left(۱ - \frac{r}{r_۰}\right)^{-\frac{۶}{۷}}$$

$$\varepsilon_m = \frac{\tau}{\rho\frac{du}{dy}} - \nu = \frac{\frac{dp}{dx}\cdot\frac{r}{۲}}{\left(\rho\frac{u_۰}{۷r_۰}\right)\left(۱ - \frac{r}{r_۰}\right)^{-\frac{۶}{۷}}} - \nu$$

$$u_m = \frac{۱}{\pi r_۰^۲}\int_۰^{r_۰} ۲\pi r\, u\, dr = \frac{۱}{\pi r_۰^۲}\int_۰^{r_۰} ۲\pi r\, u_۰\left(۱ - \frac{r}{r_۰}\right)^{\frac{۱}{۷}} dr$$

$$u_m = \frac{1}{\pi r_o^2}(2\pi r\, u_o)\left(\frac{7}{8}\right)\left(\frac{7}{15}\right)(r_o)^2 = 0/816\, u_o$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{f}{2r_o}\cdot \rho \cdot \frac{u_m^2}{2g_c} \;,\; f = 0/316\left[\frac{2u_m . r_o}{\nu}\right]^{-\frac{1}{4}} = 0/316\left[\frac{2 \times 0/816\ u_o . r_o}{\nu}\right]^{-\frac{1}{4}}$$

$$\frac{dp}{dx} = 0/316\left[\frac{\nu}{2 \times 0/816\ u_o . r_o}\right]^{\frac{1}{4}}\left(\frac{\rho}{2r_o}\right)\frac{(0/816\, u_o)^2}{2g_c}$$

$$\varepsilon_m = 0/316\left[\frac{\nu}{2 \times 0/816\ u_o . r_o}\right]^{\frac{1}{4}}\left(\frac{\rho}{2r_o}\right)\frac{(0/816\, u_o)^2}{2g_c}\cdot\frac{r}{2}\cdot\frac{\left(1-\frac{r}{r_o}\right)^{\frac{6}{7}}.(7r_o)}{\rho\, u_o} - \nu$$

$$\varepsilon_m = 0/162\left(\frac{r}{g_c}\right)\left(u_o^{\frac{7}{4}}\right)\left(\frac{\nu}{r_o}\right)^{\frac{1}{4}}\left(1-\frac{r}{r_o}\right)^{\frac{6}{7}} - \nu$$

۶۳- آب در لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm جریان دارد، به‌طوری که عدد رینولدز براساس قطر برابر ۱۵۰۰ است. جریان آرام فرض می‌شود. حداکثر سرعت آب را در لوله به‌دست آورید (یادآوری می‌شود که $u_m = 0/5\, u_o$). ضریب انتقال گرما را برای این سیستم، چنان‌چه دیوارهٔ لوله در معرض شار گرمایی ثابتی بوده و نیم‌رخ‌های سرعت و دما کاملاً توسعه یافته باشند، پیدا کنید. خواص را در دمای کپه‌ای بیابید. دمای کپه‌ای متوسط آب ۳۵°C است.

حل:

$$T = 35\ ^\circ\mathrm{C},\ d = 0/025\ \mathrm{m},\ \rho = 993\ \mathrm{kg/m^3},\ Re = \frac{\rho u_m d}{\mu}$$

$$\mu = 7/24 \times 10^{-4}\ \mathrm{kg/m.s},\ k = 0/627\ \mathrm{W/m.^\circ C},\ u_m = \frac{(1500)(7/24 \times 10^{-4})}{(993)\ (0/025)} = 0/0437\ \mathrm{m/s}$$

$$u_o = 2u_m = 0/0875\ \mathrm{m/s},\ h = \frac{4/364\, k}{d} = \frac{4/364 \times 0/627}{0/025} = 109/4\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

۶۴- هوا با عدد ماخ برابر ۴، فشار ۳ psia و دمای ۰°F بر روی صفحهٔ تختی جریان می‌یابد. دمای صفحه ثابت و برابر ۲۰۰°F است. اگر طول صفحه ۱۸ in باشد، چه مقدار سرمایش برای ایجاد این دما لازم است؟

حل:

$$M_\infty = 4,\quad p = 3\ \mathrm{psia},\ T_\infty = 0^\circ\mathrm{F},\quad T_w = 200^\circ\mathrm{F} = L = 18\ \mathrm{in},\ \gamma = 1/402$$

$$d = \sqrt{\gamma g_c RT} = 1052\ \mathrm{ft/s},\ u_\infty = 1/51 \times 10^7\ \mathrm{ft/hr},\ \rho_\infty = 0/0126\ \mu_\infty = 0/0394\ \mathrm{lb/ft^3}$$

برای قسمت آرام:

$$Re_{L\infty} = \frac{u_\infty . X}{\nu_\infty} = 9/98 \times 10^6,\ T_o = T_\infty\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2\right) = 1940\ ^\circ\mathrm{R}$$

$$Pr = 0/681,\ r = Pr^{\frac{1}{2}} = 0/825,\ r = \frac{T_{aw} - T_\infty}{T_o - T_\infty} \Rightarrow T_{aw} = 1680\ ^\circ\mathrm{R}$$

$$T^* = T_\infty + 0/5(T_w - T_\infty) + 0/22(T_{aw} - T_\infty) = 839\ ^\circ\mathrm{R},\quad p^* = 0/00977\ \mathrm{psia},\quad \mu^* = 0/061$$

$$k^* = 0/0218,\ c_p = 0/2444,\ Pr = 0/682$$

برای قسمت آشفته:

$$Pr = 0/682,\ r = Pr^{\frac{1}{3}} = 0/882,\ T_{aw} = 1800\ ^\circ\mathrm{R},\ T^* = 855\ ^\circ\mathrm{R} \Rightarrow Pr = 0/681$$

$$p^* = 0/00947,\quad \mu^* = 0/0626,\quad c_p^* = 0/245,\quad u_\infty = 1/51 \times 10^7,\quad X = 1/5\ \mathrm{ft}$$

انتقال گرمای لایه‌ای:

$$X_c = \frac{R_{ec}^*\, \mu^*}{\rho^*\, u_\infty^*} = 0/206\ \mathrm{ft},\quad \overline{Nu}^* = \frac{\bar{h} X_c}{k^*}$$

$$\overline{Nu}^* = (۰/۶۶۴)\,(R^*_{ec})^{\frac{۱}{۲}}\,(Pr^*)^{\frac{۱}{۳}} = ۴۱۶\ ,\quad q = \overline{h}A.\,(T_w - T_\infty) = -۹۲۵۰\ \text{Btu/hr}$$

انتقال گرمای آشفته:

$$h_x = (Pr^*)^{\frac{۲}{۳}}\,(\rho^*_\cdot c^*_p\, u_\infty)\,(۰/۰۲۸۸)\left(\frac{\rho^*_\cdot u_\infty \cdot X}{\mu^*}\right)^{-\frac{۱}{۵}} = ۶۹\ X^{-\frac{۱}{۵}}$$

$$\overline{h} = \int_{۰/۱۲۰۶}^{۱/۵} h_x\,dx \Big/ \int_{۰/۱۲۰۶}^{۱/۵} dx = ۷۲/۴\ \text{Btu/hr.ft}^۲.^\circ\text{F}\ ,\quad q = \overline{h}A.\,(T_w - T_\infty) = -۱۰۸۰۰۰\ \text{Btu/hr}$$

کل سرمایش $= -۱۱۷۲۵۰\ \text{Btu/hr}$

۶۵- هوا بر روی صفحه‌ای هم‌دما به دمای ثابت ۶۵°C جریان دارد. سرعت هوا در خواص ایستایی ۱۵°C و ۷ kPa برابر ۶۰۰ m/s است. ضریب انتقال گرمای متوسط را برای صفحه‌ای به طول ۱ m حساب کنید.

حل:

$$u_\infty = ۶۰۰\ \text{m/s}\ ,\quad p = ۳\ \text{psia}\ ,\quad T_\infty = ۱۵\ ^\circ\text{C} = ۲۸۸\ \text{K}\ ,\quad P = ۷۰۰۰\ \text{N/m}^۲, L = ۱\ \text{m}$$

$$a = [\,(۱/۴)\,(۲۸۷)\,(۲۸۸)\,]^{\frac{۱}{۲}} = ۳۴۰/۲\,\text{m/s}\ ,\quad M = \frac{۶۰۰}{۳۴۰/۲} = ۱/۷۶۴\ ,\ T_\circ = ۲۸۸\,[\,۱ + (۰/۲)\,(۱/۷۶۴)^۲] = ۴۶۷\ \text{K}$$

برای جریان آرام: فرض کنید $Pr = ۰/۷$

$$r = (۰/۷)^{\frac{۱}{۲}} = \frac{T_{aw} - ۲۸۸}{۴۶۷ - ۲۸۸} \quad \Rightarrow \quad T_{aw} = ۴۳۸\ \text{K}$$

$$T^* = ۲۸۸ + ۰/۵\,(۴۶۷ - ۲۸۸) + ۰/۲۲\,(۴۳۸ - ۲۸۸) = ۳۴۶\ \text{K}\ ,\quad \rho = \frac{۷۰۰۰}{(۲۸۷)\,(۳۴۶)} = ۰/۰۷۰۵\ \text{kg/m}^۳$$

$$\mu = ۲/۰۷ \times ۱۰^{-۵}\text{kg/m.s}\ ,\quad k = ۰/۰۲۹۷۳\ \text{W/m.}^\circ\text{C}\ ,\quad Pr = ۰/۷\ ,\quad X_c = \frac{۵ \times ۱۰^۵ \times ۲/۰۷ \times ۱۰^{-۵}}{۰/۰۷۰۵ \times ۶۰۰} = ۰/۲۴۵\ \text{m}$$

برای قسمت آشفته:

$$r = Pr^{\frac{۱}{۳}} = ۰/۷^{\frac{۱}{۳}} = \frac{T_{aw} - ۲۸۸}{۴۶۷ - ۲۸۸} \quad \Rightarrow \quad T_{aw} = ۴۴۷\ \text{K}\ ,\quad \rho = \frac{۷۰۰۰}{(۲۸۷)\,(۴۴۷)} = ۰/۰۷۰۱\ \text{kg/m}^۳$$

$$\mu = ۲/۰۷ \times ۱۰^{-۵}\ \text{kg/m.s}\ ,\quad c_p = ۱/۰۰۹\ \text{kJ/kg.}^\circ\text{C}\ ,\quad k = ۰/۰۲۹۸\ \text{W/m.}^\circ\text{C}\ ,\quad Pr = ۰/۷$$

$$h_x = (۰/۰۷۰۱)\,(۶۰۰)\,(۱۰۰۹)\,(۰/۷)^{\frac{۲}{۳}}\,(۰/۰۲۹۶)\left(\frac{۲/۰۷ \times ۱۰^{-۵}}{۰/۰۹۰۱ \times ۶۰۰}\right)^{\frac{۱}{۵}} X^{-\frac{۱}{۵}} = ۸۷/۲۴\ X^{-\frac{۱}{۵}}$$

$$\int_{X_\circ}^{L} h_x\,dx = (۸۷/۲۴)\,\left(\frac{۵}{۴}\right)\left[(۱)^{\frac{۴}{۵}} - (۰/۲۴۵)^{\frac{۴}{۵}}\right] = ۷۳/۶۶\ \text{W/m.}^\circ\text{C}$$

ضریب انتقال گرمای لایه‌ای:

$$\overline{h} = \frac{۰/۶۶۴ \times ۰/۰۲۹۷۳}{۰/۲۴۵}\,(۵ \times ۱۰^۵)^{\frac{۱}{۲}}\,(۰/۷)^{\frac{۱}{۳}} = ۵۰/۵۹\ \text{W/m.}^\circ\text{C}$$

برای کل صفحه:

$$\overline{h} = \int \frac{h_x\,dx}{L} = \frac{(۵۰/۵۹)\,(۰/۲۴۵) + ۷۳/۶۶}{۲} = ۸۶/۰۵\ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$$

۶۶- بر روی صفحهٔ تختی هوا با فشار ۷ kPa و دمای ۴۰°C- با عدد ماخ ۴ جریان دارد. دمای صفحه ۳۵°C و طول آن ۶۰ cm است. دمای بی‌دررو (آدیاباتیک) دیوار را برای ناحیهٔ آرام لایهٔ مرزی حساب کنید.

حل:

$$Pr = ۰/۶۹\ ,\ T_o = ۲۳۳\ [۱ + (۰/۲)\ (۴)^۲] = ۹۷۹\ \mathrm{K}$$

$$r = (Pr)^{\frac{۱}{۲}} = (۰/۶۹)^{\frac{۱}{۲}} = \frac{T_{aw} - ۲۳۳}{۹۷۹ - ۲۳۳} \quad \Rightarrow \quad T_{aw} = ۸۵۳\ \mathrm{K}$$

۶۷- تونل بادی به منظور تولید شرایط جریان ماخ ۲/۸ در $T_\infty = -۴۰°\mathrm{C}$ و $p = ۵\ \mathrm{kPa}$ ساخته شده است. دمای رکود برای این شرایط چیست؟ دمای بی‌دررو (آدیاباتیک) دیواره برای نواحی آرام و ناآرام لایهٔ مرزی روی صفحهٔ تخت چه خواهد بود. اگر صفحهٔ تختی در تونل نصب شود به‌طوری که $R_{eL} = ۱۰^۷$ باشد، انتقال گرما به‌ازای دمای ثابت دیواره در $۰°\mathrm{C}$ چه خواهد بود؟

حل:

$$T_\infty = -۴۰\ °\mathrm{C} = ۲۳۳\ \mathrm{K}\ ,\ a = [\ (۱/۴)\ (۱)\ (۲۸۷)\ (۲۳۳)\ ]^{\frac{۱}{۲}} = ۳۰۶\ \mathrm{m/s}$$

$$u_\infty = (۲/۸)\ (۳۰۶) = ۸۵۶/۷\ \mathrm{m/s}\ ,\ T_o = (۲۳۳)\,[۱ + (۰/۲)\ (۲/۸)^۲] = ۵۹۸\ \mathrm{K}$$

$$T^* = ۴۵۰\ \mathrm{K} \quad \Rightarrow \quad Pr = ۰/۶۹$$

جریان آرام:

$$r = Pr^{\frac{۱}{۲}} = ۰/۸۳ \quad \Rightarrow \quad T_{aw} = (۰/۸۳)\ (۵۹۸ - ۲۳۳) + ۲۳۳ = ۵۳۶\ \mathrm{K}$$

جریان آشفته:

$$r = Pr^{\frac{۱}{۳}} = ۰/۸۸ \quad \Rightarrow \quad T_{aw} = (۰/۸۸)\ (۵۹۸ - ۲۳۳) + ۲۳۳ = ۵۵۵\ \mathrm{K}$$

۶۹- گلیسیرین در دمای $۳۰°\mathrm{C}$ بر روی صفحهٔ تخت مربعی به ضلع ۳۰ cm با سرعت ۱/۵ m/s جریان دارد. نیروی کششی هر دو طرف صفحه ۸/۹ N است. ضریب انتقال گرما را برای این سیستم جریان به‌دست آورید.

حل:

$$T_\infty = ۳۰\ °\mathrm{C} = ۳۰۳\ \mathrm{K}\ ,\ \rho = ۱۲۵۸\ \mathrm{kg/m^۳}\ ,\ L = ۰/۳\ \mathrm{m}\ ,\ c_p = ۲۴۴۵\ \mathrm{J/kg.°C}$$

$$u_\infty = ۱/۵\ \mathrm{m/s}\ ,\ Pr = ۵۳۸۰$$

$$D = ۸/۹\ \mathrm{N} = (\tau_w)\,(A)$$

A: در این‌جا مساحت دو طرف صفحه است.

$$\tau_w = \frac{۸/۹}{(۲)\ (۰/۳)^۲} = ۴۹/۴۴\ \mathrm{N/m^۲}\ ,\ \tau_w = \frac{C_f}{۲}\,\rho\,u_\infty^۲ \quad \Rightarrow \quad C_f = \frac{(۲)\ (۴۹/۴۴)}{(۱۲۵۸)\ (۱/۵)^۲} = ۰/۰۳۴۹$$

$$st.Pr^{\frac{۲}{۳}} = \frac{C_f}{۲} \quad \Rightarrow \quad st = \frac{۰/۰۳۴۹}{۲}\ (۵۳۸۰)^{-\frac{۲}{۳}} = ۵/۶۸۹ \times ۱۰^{-۵}$$

$$\bar{h} = (۵/۶۸۹ \times ۱۰^{-۵})\ (۱۲۵۸)\ (۱/۵)\ (۲۴۴۵) = ۲۶۲\ \mathrm{W/m^۲.°C}$$

۷۰- نیروی کششی (اصطکاک-لزجت) روی صفحهٔ تخت مسألهٔ (۲۱-۵) را در شرایطی که هیچ انتقال گرمایی وجود ندارد حساب کنید. از تشابه بین اصطکاک سیال و انتقال گرما برای این مسأله استفاده نکنید؛ یعنی کشش را مستقیماً با ارزیابی تنش برشی لزجی در دیوار به‌دست آورید.

حل:

$T_\infty = ۲۵\,^\circ C\ ,\ L = ۰/۳\ m\ ,\ T_w = ۲۵۰\,^\circ C\ ,\ u_\infty = ۶\ m/s\ ,\ P = ۱۴۰۰۰\ N/m^۲$

$$T_f = \frac{۲۵۰ + ۲۵}{۲} = ۱۴۲/۵\,^\circ C = ۴۱۶\ K \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{۱۴۰۰۰}{(۲۸۷)\ (۴۱۶)} = ۰/۱۱۷\ kg/m^۳$$

$\mu = ۲/۳۴۹ \times ۱۰^{-۵}\ kg/m.s,\ k = ۰/۰۳۴۷۴\ W/m.^\circ C\ ,\ Pr = ۰/۶۸۵$

$$Re = \frac{(۰/۱۱۷)\ (۶)\ (۰/۳)}{۲/۳۴۹ \times ۱۰^{-۵}} = ۸۹۶۶$$ جریان آرام می‌باشد.

$$\frac{C_f}{۲} = ۰/۶۶۴\ Re^{-\frac{۱}{۲}} \quad \Rightarrow \quad C_f = (۲)(۰/۶۶۴)(۸۹۶۶)^{-\frac{۱}{۲}} = ۰/۰۱۴$$

اگر هوا تنها بر یک صفحه بوزد، داریم:

$$D = (\tau_w)\,(A) \quad \tau_w = \frac{C_f}{۲}\ \rho\, u_\infty^۲ = \left(\frac{۰/۰۱۴}{۲}\right) (۰/۱۱۷)\,(۶)^۲ = ۰/۰۲۹۵\ N/m^۲$$

$$D = (۰/۰۲۹۵)\ (۰/۳)^۲ = ۰/۰۰۲۶۵\ N$$

اگر هوا بر دو طرف صفحه بوزد:

$$D = ۲ \times ۰/۰۰۲۶۵ = ۰/۰۵۳۱\ N$$

۷۱- روی صفحهٔ تخت مربعی به ضلع ۱/۳ cm، ازت با فشار ۱۰۰ kPa، دمای ۲۰°C و سرعت ۳ m/s می‌وزد. دمای صفحه ثابت و برابر ۱۰۰°C است. ضریب اصطکاک متوسط و انتقال گرما از صفحه را بیابید.

حل:

$T_f = ۶۰\,^\circ C = ۳۳۳\ K\ ,\ \rho = ۱/۰۴۶\ kg/m^۳,\ c_p = ۱۰۴۲\ J/kg.\,^\circ C\ ,\ \mu = ۱۹/۲۲ \times ۱۰^{-۶}\ kg/m.s$

$$k = ۰/۰۲۸۵۸\ W/m.^\circ C\ ,\ Re = \frac{(۱/۰۴۶)\ (۳)\ (۱/۳)}{۱۹/۲۲ \times ۱۰^{-۶}} = ۲/۱۲۲ \times ۱۰^{۵}$$

$$\overline{h} = \frac{۰/۰۲۸۵۸}{۱/۳}\ (۰/۶۶۴)\ (۲/۱۲۲ \times ۱۰^۵)^{\frac{۱}{۲}}\ (۰/۷)^{\frac{۱}{۳}} = ۵/۹۷\ W/m^۲.\,^\circ C$$

$$q = (۵/۹۷)\ (۱/۳)^۲\ (۱۰۰ - ۲۰) = ۸۰۷/۲\ W$$

$$C_f = (۲)\ (۰/۶۶۴)\ (۲/۱۲۲ \times ۱۰^۵)^{-\frac{۱}{۲}} = ۲/۸۸۲ \times ۱۰^{-۳}$$

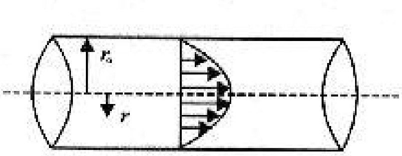
۷۲- با استفاده از توزیع سرعت برای جریان آرام توسعه‌یافته در یک لوله، عبارتی برای ضریب اصطکاک، به‌صورتی که در معادلهٔ (۱۱۲-۵) تعریف شده، به‌دست آورید.

حل:

$$\frac{u}{u_c} = ۱ - \left(\frac{r}{r_o}\right)^۲\ ,\ \Delta P = f\ \frac{L}{d}\ \rho\, u_m^۲$$

$$f = \frac{(\Delta P)\ (d)\ (۲g_c)}{(L)\ (\rho)(u_m^۲)} = \left(\frac{\Delta P}{L}\right)\ \frac{(d)\ (۲g_c)}{(\rho)(u_m^۲)}$$

$$\frac{dP}{dX} = \frac{۲\mu}{r} \cdot \frac{du}{dr} = \frac{\Delta P}{L}$$



$$f = \frac{۲\mu}{r} \cdot \frac{du}{dr} \; \frac{(d)\,(۲g_c)}{(\rho)(u_m^۲)} \;, \quad du = -۲r\,dr\left(\frac{u_۰}{r_۰^۲}\right)$$

$$\frac{du}{dr} = \frac{-۲r\,u_۰}{r_۰^۲} \;, \quad f = \left(\frac{۲\mu}{r}\right)\left(\frac{-۲r\,u_۰}{r_۰^۲}\right) \frac{(d)\,(۲g_c)}{(\rho)(u_m^۲)}$$

$$u_m = \frac{\int_۰^{r_۰} ۲\pi r\,u\,dr}{\pi r_۰^۲} = \frac{۲u_۰\int_۰^{r_۰}\left(۱-\frac{r^۲}{r_۰^۲}\right) r\,dr}{r_۰^۲} = \frac{u_۰}{۲} \;\Rightarrow\; f = \frac{۶۴\,g_c}{\frac{\rho . u_m . d}{\mu}} = \frac{۶۴}{Red}$$

۷۳- روغن موتور با دمای ۱۰°C روی صفحهٔ مربعی به ضلع ۱۵ cm که سطح بالایی آن در معرض شار گرمایی ثابت ۱۰ kW/m² قرار گرفته است، جریان دارد. (الف) اختلاف دمای متوسط، (ب) اختلاف دما در لبهٔ بالارونده و (پ) ضریب انتقال گرمای متوسط را معین کنید. از رابطهٔ چرچیل [معادلهٔ (۵۱-۵)] استفاده نمایید. فرض کنید $u_\infty = ۰/۵$ m/s.

حل:

$$q_w = ۱۰ \text{ kW/m}^۲,\; L = ۰/۱۵ \text{ m},\; T_\infty = ۲۰\,^\circ\text{C}$$

$$Nu_x = \frac{۰/۴۶۳۸۷\; R_{ex}^{\frac{۱}{۲}}\; Pr^{\frac{۱}{۳}}}{\left[۱+\left(\frac{۰/۰۴۶۸}{Pr}\right)^{\frac{۲}{۳}}\right]^{\frac{۱}{۴}}} = C\,X^{\frac{۱}{۲}}$$

$$T = ۲۰\,^\circ\text{C}: \quad \rho = ۸۸۸ \text{ kg/m}^۳,\; \nu = ۰/۰۰۰۹ \text{ m}^۲\text{/s},\; k = ۰/۱۴۵ \text{ W/m.}^\circ\text{C},\; Pr = ۱۰۴۰۰$$

$$T_w - T_\infty = \frac{۱}{L}\int_۰^L \frac{q_w \cdot X}{k . Nu_x}\,dX = \frac{۱}{L}\cdot\frac{q_w}{k}\cdot\frac{۱}{C}\cdot\frac{L^{\frac{۳}{۲}}}{\frac{۳}{۲}} = \frac{۲}{۳}\,\frac{q_w}{k}\cdot\frac{L}{Nu_L}$$

در دمای ۲۰°C، $R_{eL} = \frac{۰/۵ \times ۰/۱۵}{۰/۰۰۰۹} = ۸۳/۳۳$

$$Nu_L = ۶۷/۴۶ \;\Rightarrow\; T_w - T_\infty = \left(\frac{۲}{۳}\right)\left(\frac{۱۰۰۰۰}{۰/۱۴۵}\right)\left(\frac{۰/۱۵}{۶۷/۴۶}\right) = ۱۰۲/۲۲\,^\circ\text{C}$$

$$T_w = ۱۲۲/۲۲\,^\circ\text{C} \;\Rightarrow\; T_f = \frac{۱۲۲/۲۲ + ۲۰}{۲} = ۷۱/۱۱\,^\circ\text{C}$$

$$\nu = ۰/۶ \times ۱۰^{-۴} \text{ m}^۲\text{/s},\; k = ۰/۱۳۹ \text{ W/m.}^\circ\text{C},\; Pr = ۷۹۰$$

$$R_{eL} = \frac{۰/۵ \times ۰/۱۵}{۰/۶ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۲۵۰ \;, \quad Nu_L = ۱۱۰/۴۱ \;\Rightarrow\; T_w - T_\infty = \left(\frac{۲}{۳}\right)\left(\frac{۱۰^۴}{۰/۱۳۹}\right)\left(\frac{۰/۱۵}{۱۱۰/۴۱}\right) = ۶۵\,^\circ\text{C}$$

$$X = L: \quad T_w - T_\infty = \frac{q_w}{k}\cdot\frac{L}{Nu_L} = ۹۷/۷۴\,^\circ\text{C},\; \bar{h} = \frac{(۰/۱۳۹)\;(۱۱۰/۴۱)}{۰/۱۵} = ۱۰۲/۳۱ \text{ W/m}^۲\,^\circ\text{C}$$

۷۴- مسألهٔ (۷۳-۵) را در حالتی که دمای سطح صفحه ثابت و برابر دمای لبهٔ بالارونده باشد حل کنید و انتقال گرمای کل را بیابید.

حل:

$$\bar{h} = \frac{۰/۱۳۹}{۰/۱۵}\ (۰/۶۶۴)\ (۱۲۵۰)^{\frac{۱}{۲}}(۷۹۰)^{\frac{۱}{۳}} = ۲۰۱/۱۰\ \ W/m^۲.°C$$

$$q = (۲۰۱/۱۰)\ (۰/۱۵)^۲\ (۹۷/۷۳) = ۴۴۲/۲\ \ W$$

۷۵- برای هوا در فشار ۱ atm، دمای ۲۵°C و سرعت جریان آزاد ۴۵ m/s، طولی از صفحهٔ تخت را تعیین کنید که اعداد رینولدز $۱۰^۵ \times ۵$ و $۱۰^۸$ تولید شوند. ضخامت لایهٔ مرزی در این اعداد رینولدز را حساب کنید.

حل:

$$T_\infty = ۲۵\,°C\ ,\ u_\infty = ۴۵\ m/s\ ,\ P = ۱\ atm$$

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{۱۰۱۰۰۰}{(۲۸۷)\ (۲۷۳ + ۲۵)} = ۱/۱۸\ kg/m^۳\ \ ,\ \mu = ۱/۸۴۶۲ \times ۱۰^{-۵}\ kg/m.s$$

$$Re = \frac{\rho.u_\infty.L}{\mu} \Rightarrow L_۱ = \frac{(۵\times ۱۰^۵)\ (۱/۸۴۶۲ \times ۱۰^{-۵})}{(۱/۱۸)\ (۴۵)} = ۰/۱۷۳\ m \qquad \text{(الف)}$$

$$L_۲ = \frac{(۱۰^۸)\ (۱/۸۴۶۲ \times ۱۰^{-۵})}{(۱/۱۸)\ (۴۵)} = ۳۴/۷۶\ m$$

$$\frac{\delta}{X} = \frac{۴/۶۴}{\sqrt{Rex}} \Rightarrow \delta_۱ = \frac{(۴/۶۴)\ (۰/۱۷۳)}{\sqrt{۵\times ۱۰^۵}} = ۱/۱۳ \times ۱۰^{-۳} m\ \ ,\ \ \delta_۲ = ۰/۰۱۶۱\ m \qquad \text{(ب)}$$

۷۶- ضخامت لایهٔ مرزی را برای عدد رینولدز $۱۰^۵ \times ۵$ در سیالات زیر که روی صفحهٔ تخت با سرعت ۲۰ m/s جریان دارند، به‌دست آورید. (الف) هوا در ۱ atm و ۱۰°C، (ب) آب مایع اشباع در ۱۰°C، (پ) هیدروژن در ۱ atm و ۱۰°C، (ت) آمونیاک مایع اشباع در ۱۰°C و (ث) فریون مایع اشباع در ۱۰°C.

حل:

سیال	Pr	ρ	μ
آب	۹/۴۰	۹۹۲/۲	$۱/۳۱ \times ۱۰^{-۳}$
هوا	۰/۶۹	۰/۹۳	$۲/۱۸۶ \times ۱۰^{-۵}$
هیدروژن	۰/۶۹۳	۰/۶۵	$۱۰/۴ \times ۱۰^{-۶}$
آمونیاک	۲/۰۴	۶۲۶/۱۶	$۲۳۰/۴۲ \times ۱۰^{-۶}$
فریون-۱۲	۳/۶	۱۳۶۴/۳۰	$۲۷۶/۹ \times ۱۰^{-۶}$

$$Re = \frac{\rho.u_\infty.L}{\mu} \Rightarrow L = \frac{Re.\mu}{\rho.u_\infty}\ \ ,\ \ Re = ۵ \times ۱۰^۵$$

$$L_۱ = \frac{(۵ \times ۱۰^۵)\ (۲/۱۸۶ \times ۱۰^{-۵})}{(۰/۹۳)\ (۲۰)} = ۰/۵۸۷\ m \qquad \text{هوا}$$

$$L_۲ = \frac{(۵ \times ۱۰^۵)\ (۱/۳۱ \times ۱۰^{-۳})}{(۹۹۹/۲)(۲۰)} = ۰/۰۳۲\ m \qquad \text{آب}$$

هیدروژن

$$L_{۳} = \frac{(۵ \times ۱۰^{۵})(۱/۰۴ \times ۱۰^{-۵})}{(۰/۶۵)\ (۲۰)} = ۰/۴\ \mathrm{m}$$

آمونیاک

$$L_{۴} = \frac{(۵ \times ۱۰^{۵})(۲/۳۰۴ \times ۱۰^{-۳})}{(۶۴۶/۱۶)\ (۲۰)} = ۰/۰۰۹۱\ \mathrm{m}$$

فریون-۱۲

$$L_{۵} = \frac{(۵ \times ۱۰^{۵})(۲/۷۶۹ \times ۱۰^{-۵})}{(۱۲۶۴/۳)\ (۲۰)} = ۰/۰۰۵۰۷\ \mathrm{m}$$

$$\frac{\delta}{X} = \frac{۴/۶۴}{\sqrt{Re}} \qquad \frac{\delta_t}{\delta} = Pr^{-\frac{۱}{۳}}$$

$$\delta_{۱} = \frac{(۴/۶۴)\ (۰/۵۸۷)}{\sqrt{۵ \times ۱۰^{۵}}} = ۰/۰۰۳۸۵\ \mathrm{m} \ , \quad \delta_{t_۱} = ۰/۰۰۳۸۵\ (۰/۶۹)^{-\frac{۱}{۳}} = ۰/۰۰۴۳\ \mathrm{m}$$

$$\delta_{۲} = ۲/۰۹ \times ۱۰^{-۴}\ \mathrm{m} \ , \quad \delta_{t۲} = ۹/۹ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{m}$$

$$\delta_{۳} = ۲/۶۴ \times ۱۰^{-۳}\ \mathrm{m} \ , \quad \delta_{t۳} = ۲/۹۶ \times ۱۰^{-۳}\ \mathrm{m}$$

$$\delta_{۴} = ۵/۹۷ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{m} \ , \quad \delta_{t۴} = ۴/۷۰۸ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{m}$$

$$\delta_{۵} = ۲/۹۶ \times ۱۰^{-۳}\ \mathrm{m} \ , \quad \delta_{t۵} = ۱/۹۳ \times ۱۰^{-۳}\ \mathrm{m}$$

۶

روابط تجربی در انتقال گرمای جابه‌جایی اجباری

۱- روغن موتور با دمای ۱۲۰°C وارد لوله‌ای به قطر ۵ mm می‌شود. دمای دیوارهٔ لوله ۵۰°C بوده و عدد رینولدز ورودی ۱۰۰۰ است انتقال گرما، ضریب انتقال گرمای متوسط، دمای روغن خروجی را برای لوله‌هایی به طول ۱۰، ۲۰ و ۵۰ cm حساب کنید.

حل:

$$L = ۲۰\text{cm}\ ,\ \frac{L}{d} = ۴۰\ ,\ T = ۱۲۰\ ^\circ\text{C}\ ,\ Pr = ۱۷۵\ ,\ k = ۰/۱۳۵\ ,\ C_p = ۲/۳۰۷$$

$$\mu = (۰/۱۲۴ \times ۱۰^{-۴})(۸۲۹)\ \text{kg/m.s}\ ,\ h = \frac{۰/۱۳۵}{۰/۰۰۵}(۱/۸۶)(۱۷۵۰۰۰)^{\frac{۱}{۳}}\cdot\left(\frac{۱}{۴۰}\right)^{\frac{۱}{۳}} = ۸۲۱/۳\ ,\ \dot{m} = ۰/۰۴۰۴\ \text{kg/s}$$

$$(۰/۰۴۰۴)(۲۳۰۷)(۱۲۰ - T_۲) = (۸۲۱/۳)(\pi)(۰/۰۰۵)(۲)\left[(۶۰ + \frac{T_۲}{۲}) - ۵۰\right]\ (a)\quad \text{لذا}\quad \boxed{T_۲ = ۱۱۸/۱\ ^\circ\text{C}}$$

$$T_w = ۵۰\ ^\circ\text{C}\ ,\ \nu = ۰/۰۰۰۵۷\ \text{m}^۲/\text{s}\ ,\ \bar{h} = (۸۲۱/۳)\left(\frac{۰/۱۲۴ \times ۱۰^{-۴}}{۰/۰۰۰۵۷}\right)^{۰/۱۴} = ۲۸۰/۶\ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$$

با محاسبه دوباره $T_۲$ از معادله (a) داریم:

$$T_۲ = ۱۱۸/۹\ ^\circ\text{C}$$

$$q = (۰/۰۴۰۴)(۲۳۰۷)(۱۲۰ - ۱۱۸/۹) = ۱۰۴/۸\ \text{W}$$

۲- آب با دمای کپه‌ای متوسط ۸۰°F و سرعت ۰/۱۲۵ ft/s در لوله صاف افقی جاری است. طول لوله ۶ ft، قطر آن ۱ in و دمای دیوارهٔ آن ۱۸۰°F است. نرخ انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$T_b = ۸۰\ ^\circ\text{F}\ ,\ C_p = ۴۱۷۹\ \text{J/kg.}^\circ\text{C}\ ,\ \rho = ۹۹۵/۸\ \text{kg/m}^۳\ ,\ \mu = ۸/۶ \times ۱۰^{-۴}\ \text{pa.s}$$

$$k = ۰/۶۱۴\ \text{W/m.}^\circ\text{C}\ ,\ Pr = ۵/۸۵\ ,\ u = ۰/۰۳۸۱\ \text{m/s}\ ,\ d = ۰/۰۲۵۴\ \text{m}\ ,\ L = ۱/۸۲۸۸\ \text{m}$$

$$Re = \frac{(۹۹۵/۸)(۰/۰۳۸۱)(۰/۰۲۵۴)}{۸/۶ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۱۲۰/۵۵$$

$$Gz = Re \cdot pr \cdot \frac{d}{L} = ۹۱/۰۴۴\ ,\ \frac{۱}{Gz} = ۰/۰۱۰۹۸\ ,\ \overline{Nud} = ۷/۱$$

$$\bar{h} = \frac{(۷/۱)(۰/۶۱۴)}{۰/۰۲۵۴} = ۱۷۱/۶۴ \ W/m^۲.°C$$

$$\dot{m} = \rho . u . A = (۹۹۵)(۰/۰۳۸۱)(\pi)\frac{(۰/۰۲۵۴)^۲}{۴} = ۰/۰۱۹۲ \ kg/s$$

$$q = \dot{m} . C_P . \Delta T_b = h . \pi . d . L (T_w - T_b)$$

$$(۰/۰۱۹۲)(۴۱۷۹)(T_e - ۸۰) = (۱۷۱/۶۴)(\pi)(۰/۰۲۵۴)(۱/۸۲۸۸)(۱۸۰ - ۴۰ - \frac{T_e}{۲})$$

$$T_e = ۱۰۲°F \quad , \quad q = ۱۲۰۳/۶۵ \ W$$

۳- آمونیاک مایع در کانالی با مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۱ cm جریان دارد. دمای کپه‌ای متوسط ۲۰°C بوده و دمای دیوارهٔ کانال ۵۰°C است. جریان آرام کاملاً توسعه‌یافته با عدد رینولدز ۱۰۰۰ به وجود می‌آید. انتقال گرما به ازای واحد طول کانال را حساب کنید.

حل:

$$Nu_T = ۲/۴۷ \quad , \quad k = ۰/۵۲۱ \ W/m.°C \quad , \quad D_H = \frac{۴A}{P} = \frac{(۲)(۱)\left(\frac{۱}{۲}\right)(۰/۸۶۶)}{۳} = ۰/۵۷۴۴ \ cm$$

$$h = \frac{(۲/۴۷)(۰/۵۲۱)}{۰/۰۰۵۷۴۴} = ۲۲۲/۹ \ W/m^۲.°C \quad , \quad \frac{q}{L} = (۲۲۲/۹)(۰/۰۳)(۵۰ - ۲۰) = ۲۰۰/۶ \ W/m$$

۴- آب در کانالی به سطح مقطع ۱۰ mm × ۵ به دمای کپه‌ای متوسط ۲۰°C جریان دارد. چنان‌چه دمای دیوارهٔ کانال در ۶۰°C ثابت و جریان آرام کاملاً توسعه‌یافته باشد، انتقال گرما به ازای واحد طول را حساب کنید.

حل:

$$D_H = \frac{۴A}{P} = \frac{(۴)(۵)(۱۰)}{۳۰} = ۶/۶۶۷ \ mm \quad , \quad k = ۰/۶ \ W/m.°C \quad , \quad Nu_T = ۳/۳۹۱$$

$$h = \frac{(۳/۳۹۱)(۰/۶)}{۶/۶۷ \times ۱۰^{-۳}} = ۳۰۵/۱۴ \ W/m^۲.°C \quad , \quad \frac{q}{L} = (۳۰۵/۱)(۳۰ \times ۱۰^{-۳})(۶۰ - ۲۰) = ۳۶۶ \ W/m$$

۵- آب با آهنگ ۳ kg/s ضمن عبور از لوله مسی به قطر داخلی ۵ cm از ۵ تا ۱۵°C گرم می‌شود. دمای دیوارهٔ لوله ۹۰°C است. طول لوله چه‌قدر است؟

حل:

$$q = (۳)(۴۱۷۵)(۱۵ - ۵) = ۱۲۵۸۵۰ \ W \ , \quad T = ۱۰°C \quad , \quad \mu = ۱/۳۱ \times ۱۰^{-۳} \ kg/m.s$$

$$k = ۰/۵۸۵ \ W/m.°C \quad , \quad pr = ۹/۴۰ \quad , \quad Red = \frac{(۰/۰۵)(۳)(۴)}{(\pi)(۰/۰۵)^۲(۱/۳۱ \times ۱۰^{-۳})} = ۵۸۳۱۶$$

$$h = \frac{۰/۵۸۵}{۰/۰۵}(۰/۰۲۳)(۵۸۳۱۶)^{۰/۸}(۹/۴)^{۰/۴} = ۴۲۸۳ \ W/m^۲.°C$$

$$q = ۱۲۵۸۵۰ = (۴۲۸۳)(۰/۰۵)(L)(۹۰ - ۱۰) \longrightarrow \boxed{L = ۲/۳۳۸ \ m}$$

۶- آب با آهنگ ۰/۸ kg/s با عبور از لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm از ۳۵ تا ۴۰°C گرم می‌شود. دمای سطح لوله ۹۰°C است. طول لوله چه‌قدر باشد تا این گرمایش انجام شود؟

حل:

$$q = (0.8)(4221)(40-35) = 16883\ \mathrm{W}\ ,\quad \mu = 6.82\times10^{-4}\ \mathrm{kg/m.s}$$

$$\rho = 993\ \mathrm{kg/m^3}\ ,\quad k = 0.63\ \mathrm{W/m.^\circ C}\ ,\quad pr = 4.53\ ,\quad Re = \frac{(0.025)(0.8)(4)}{(\pi)(0.025)^2(6.82\times10^{-4})} = 59741$$

$$h = \frac{(0.023)(0.63)}{0.025}(59741)^{0.8}(4.53)^{0.4} = 7024\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

$$q = 16884 = (7024)(\pi)(0.025)(L)(90-37.5) \longrightarrow \boxed{L = 0.528\ \mathrm{m}}$$

۷- در لوله‌ای به قطر داخلی ۲/۵ cm و طول ۱/۵ m آب باآهنگ ۱ kg/s جاری است. افت فشار در طول ۱/۵ m برابر ۷ kPa است. دمای دیوارهٔ لوله توسط یک بخار چگالنده در ۵۰°C ثابت نگه‌داشته شده و دمای ورودی آب ۲۰°C است. دمای خروجی آب را پیدا کنید.

حل:

$$4D = \frac{1.5}{0.025} = 60\ ,\quad T_f = \frac{50+20}{2} = 35\ ^\circ\mathrm{C}\ ,\quad T = 20\ ^\circ\mathrm{C}\ ,\quad \rho = 998\ \mathrm{kg/m^3}$$

$$C_p = 4180\ \mathrm{J/kg.^\circ C}\ ,\quad T = 35\ ^\circ\mathrm{C}\ ,\quad pr = 5.45\ ,\quad m = 1 = \frac{(\pi)(0.025)^2 u_m}{4}$$

$$u_m = 2.04\ \mathrm{m/s}\ ,\quad 7000 = f(60)\frac{(998)(2.04)^2}{2} \Rightarrow f = 0.0562$$

$$St_b = \frac{(0.0562)(5.45)^{-\frac{2}{3}}}{8} = 2.268\times10^{-3}$$

$$h = (2.268\times10^{-3})(998)(4180)(2.04) = 19297\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

$$q = (19297)(\pi)(0.025)(1.5)\left[50 - \frac{T_{b,out}+20}{2}\right] = (1)(4180)[T_{bout} - 20] \Rightarrow \boxed{T_{b,out} = 32.83\ ^\circ\mathrm{C}}$$

۸- آب با آهنگ ۱ kg/s در لوله‌ای به قطر داخلی ۲/۵ cm جریان دارد. دمای ورودی آب ۱۵°C و دمای خروجی ۵۰°C است. دمای دیوارهٔ لوله ۱۴°C بیشتر از دمای آب در سرتاسر لوله است. طول لوله چه‌قدر است؟

حل:

$$T_{b,mean} = \frac{15+50}{2} = 32.5^\circ\mathrm{C}\ ,\quad q = (1)(4170)(50-15) = 145950\ \mathrm{W}$$

$$pr = 5.1\ ,\quad \mu = 7.7\times10^{-4}\ \mathrm{kg/m.s}\ ,\quad k = 0.623\ \mathrm{W/m.^\circ C}\ ,\quad Re = \frac{(0.025)(1)(4)}{(\pi)(0.025)^2(7.7\times10^{-4})} = 66142$$

$$h = \frac{(0.023)(0.623)}{0.025}(66142)^{0.8}(5.1)^{0.4} = 7901\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

$$q = 145950 = (7901)(\pi)(0.025)(L)(14) \Rightarrow \boxed{L = 16.8\ \mathrm{m}}$$

۹- روغن موتور با دمای ۳۸°C وارد لوله‌ای به قطر ۱/۲۵ cm و طول ۳ m می‌شود. دمای دیوارهٔ لوله ۶۵°C و سرعت جریان ۰/۳ m/s است. کل انتقال گرما به روغن و دمای خروجی آن را به دست آورید.

حل: فرض کنید که دمای کپهٔ متوسط ۵۰°C باشد.

$$T_{b,mean}=۵۰\ ^\circ C \quad , \quad \rho=۸۷۰\ kg/m^۳ \quad , \quad C_p=۲۰۰۰\ J/kg\cdot{}^\circ C \quad , \quad u_m=۰/۳\ m/s$$

$$k=۰/۱۳۹\ W/m\cdot{}^\circ C \ , \quad \nu=۱/۲۴\times ۱۰^{-۴}\ m^۲/s \ , \quad pr=۱۹۶۰ \ , \quad Re=\frac{(۰/۳)(۰/۰۱۲۵)}{۱/۲۴\times ۱۰^{-۴}}=۳۰/۲۴$$

$$Nu=(۱/۸۶)\left[(۳۰/۲۴)(۱۹۶۰)\left(\frac{۰/۰۱۲۵}{۳}\right)\right]^{\frac{۱}{۳}}\left(\frac{۱/۲۴}{۰/۷۲۳}\right)^{۰/۱۴}=۱۲/۵۹$$

$$h=\frac{(۱۲/۵۹)(۰/۱۳۹)}{۰/۰۱۲۵}=۱۳۹/۹\ W/m^۲\cdot{}^\circ C$$

$$q=(۱۳۹/۹)(\pi)(۰/۰۱۲۵)(۳)\left[۶۵-\frac{T_e}{۲}-\frac{۳۸}{۲}\right]=(۸۷۰)\frac{\pi(۰/۰۱۲۵)^۲}{۴}(۰/۳)(۲۰۰۰)(T_e-۳۸)$$

$$۴۹/۸۳۹=۱/۲۸۷\,T_e\ , \quad T_e=۴۴/۱۶\ ^\circ C \ , \quad q=۳۹۴/۶\ W$$

۱۰- هوا با فشار ۱۰۰ kPa و دمای ۱۵°C در کانال مستطیلی طویلی به ابعاد ۷/۵ × ۱۵ cm جریان دارد. دما در ۱/۸ m از کانال در ۱۲۰°C ثابت نگه‌داشته شده و دمای متوسط هوای خروجی ۶۵°C است. آهنگ جریان هوا و کل انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$Nu=۳/۳۹۱ \quad , \quad T_f=۴۰\ ^\circ C \ , \quad \nu=۱/۹\times ۱۰^{-۵}\ m^۲/s \ , \quad \rho=۱/۱\ kg/m^۳ \ , \quad pr=۰/۷$$

$$k=۰/۰۲۷\ W/m\cdot{}^\circ C \ , \quad N_u=\frac{h\cdot k}{d} \quad , \quad C_p=۱/۰۰۵\ kJ/kg\cdot{}^\circ C$$

$$D_H=\frac{۴A}{P}\ \frac{(۴)(۰/۰۷۵)(۰/۱۵)}{(۲)(۰/۰۷۵+۰/۱۵)}=۰/۱ \ , \quad h=\frac{(۳/۳۹۱)(۰/۱)}{۰/۰۲۷}=۱۲/۵۶\ W/m^۲\cdot{}^\circ C$$

$$q=(۱۲/۵۶)(۱/۸)^۲(۴)(۰/۰۷۵)(۰/۱۵)(۶۵-۱۵)=(\dot{m})(۱/۰۰۵\times ۱۰^۳)(۱۲۰-۴۰)$$

$$\dot{m}=۰/۰۰۱۱۳\ kg/s \quad , \quad q=۹۱/۵۵۷\ W$$

۱۱- آب با آهنگ ۰/۵ kg/s در لوله صافی به قطر داخلی ۲/۵ cm و طول ۱۵ m جریان دارد. دمای ورودی آب ۱۰°C و دمای دیوارهٔ لوله ۱۵°C بیشتر از دمای آب در کل طول لوله است. دمای خروجی آب چه‌قدر است؟

حل:

$$\mu=۱/۳۱\times ۱۰^{-۳}\ kg/m.s \quad , \quad k=۰/۵۸۵\ W/m\cdot{}^\circ C \quad , \quad P_r=۹/۴$$

$$Re=\frac{(۰/۵)(۰/۰۲۵)(۴)}{(\pi)(۰/۰۲۵)^۲(۱/۳۱\times ۱۰^{-۳})}=۱۹۴۳۹$$

$$h=\frac{(۰/۰۲۳)(۰/۵۸۵)}{(۰/۰۲۵)}(۱۹۴۳۹)^{۰/۸}(۹/۴)^{۰/۴}=۳۵۵۷\ W/m^۲\cdot{}^\circ C$$

$$q=(۳۵۵۷)(۰/۰۲۵)(۱۵)(۱۵)=(۰/۵)(۴۱۹۰)\,\Delta T_b \Rightarrow \Delta T_b=۳۰/۰۱\ ^\circ C \Rightarrow T_{out}=۴۰/۰۱\ ^\circ C$$

۱۲- آب با دمای متوسط ۳۰۰ K و آهنگ ۰/۷ kg/s در لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm و طول ۶ m جریان دارد. افت فشار ۲ kPa اندازه‌گیری می‌شود. فشار گرمایی ثابت اعمال شده و دمای متوسط دیواره ۵۵°C است. دمای خروجی آب را به‌دست آورید.

حل:

$$\Delta p = f\frac{L}{D}\,\rho\frac{u_m^2}{2g_c} \quad , \quad T_f = \frac{27+55}{2} = 41^\circ C \quad , \quad P_{rf} = 4.23$$

$$\rho = 996\ kg/m^3 \quad , \quad \mu = 8.6\times 10^{-4}\ kg/m.s \quad , \quad k = 0.614\ W/m.^\circ C \quad , \quad Pr = 5.85$$

$$C_p = 4179\ J/kg.^\circ C \quad , \quad u_m = \frac{0.7}{(996)(\pi)(0.0125)^2} = 1.43\ \frac{m}{s} \quad , \quad f = \frac{(2000)(0.025)(2)}{(6)(996)(1.43)^2} = 8.16\times 10^{-3}$$

$$St_b \, . \, P_{rf}^{\frac{2}{3}} = \frac{f}{8} \quad , \quad h = \frac{(8.16\times 10^{-3})(996)(1.43)(4179)(4.23)^{-\frac{2}{3}}}{8} = 2321\ W/m^2.^\circ C$$

$$q = h\,.\,A\,(\overline{T_w - T_b}) = \dot m\,.\,C_p\,.\,\Delta T_b \quad \Rightarrow \quad \Delta T_b = \frac{(2321)(\pi)(0.025)(6)(55-27)}{(0.7)(4179)} = 10.47\ ^\circ C$$

$$\boxed{T_{out} = 27 + \frac{10.47}{2} = 32.24\ ^\circ C}$$

۱۳- روغنی با pr = ۱۹۶۰ و ρ = ۸۶۰ kg/m³ و ν = ۱/۶×۱۰⁻⁴ m²/s و k = ۰/۱۴ W/m.°C وارد لوله‌ای به قطر ۲/۵ mm و طول ۰/۶ m می‌شود. دمای ورودی روغن ۲۰°C، سرعت جریان متوسط ۰/۳ m/s و دمای دیوارهٔ لوله ۱۲۰°C است. آهنگ انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$Re = \frac{(0.3)(0.0025)}{1.6\times 10^{-4}} = 4.69 \quad , \quad Re\,.\,Pr\,.\,\frac{d}{L} = (4.69)(1960)\left(\frac{0.25}{60}\right) = 38.28$$

$$h = \frac{0.14}{0.0025}(1.86)(38.28)^{\frac{1}{3}} = 351\ W/m^2.^\circ C \quad , \quad C_p = \frac{Pr\,.\,k}{\mu} = \frac{(1960)(0.14)}{(1.6\times 10^{-4})(860)} = 1994\ J/kg.^\circ C$$

$$\dot m = \frac{(860)(\pi)(0.0025)^2(0.3)}{4} = 1.266\times 10^{-3}\ kg/s$$

$$q = (1.266\times 10^{-3})(1994)(T_e - 20) = (351)(\pi)(0.0025)(0.6)\left(120 - \frac{T_e + 20}{2}\right)$$

$$T_e = 69.26\ ^\circ C \quad , \quad q = 120.67\ W$$

۱۴- آمونیاک مایع در لوله صافی به قطر ۲/۵ cm و طول ۲/۵ m با آهنگ ۱ lbm/s جریان دارد. آمونیاک در ۱۰°C وارد و در ۳۸°C خارج می‌شود. فشار حرارتی ثابتی روی دیوارهٔ لوله اعمال می‌شود. دمای متوسط دیواره را که برای این انتقال گرما لازم است، حساب کنید.

حل:

$$\dot{m} = 1\ \text{lbm/s} = 0.454\ \text{kg/s} \quad , \quad T_{b,m} = \frac{10+38}{2} = 24\ ^\circ\text{C} \quad , \quad \rho = 605.6\ \text{kg/m}^3$$

$$\nu = 0.355 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \quad , \quad k = 0.0515\ \text{W/m}.^\circ\text{C} \quad , \quad C_p = 2840\ \text{J/kg}.^\circ\text{C} \quad , \quad Pr = 2.02$$

$$Re = \frac{(0.025)(0.454)(4)}{(\pi)(0.025)^2(0.355 \times 10^{-6})(605.6)} = 1.14 \times 10^5$$

$$h = \frac{0.0515}{0.025}(0.023)(1.14 \times 10^5)^{0.8}(2.02)^{0.4} = 6969\ \text{W/m}^2.^\circ\text{C}$$

$$q = (0.454)(4840)(38-10) = 6152\ \text{W} = (6969)(\pi)(0.025)(2.5)(T_w - 24) \Rightarrow T_w = 69\ ^\circ\text{C}$$

۱۵- فرئون ۱۲۰۰ مایع (CCl_2F_2) در لوله‌ای به قطر $1/25$ cm با سرعت ۳ m/s جریان دارد. ضریب انتقال گرما را برای دمای کپه‌ای ۱۰°C به دست آورید و با نتایج حاصل از آب در همان شرایط مقایسه کنید؟

حل: $F\text{-}12:\ \rho = 1364\ \text{kg/m}^3 \quad , \quad k = 0.073\ \text{W/m}.^\circ\text{C} \quad , \quad \nu = 0.203 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s} \quad , \quad Pr = 3.6$

$$Re = \frac{(3)(0.0125)}{0.203 \times 10^{-6}} = 184700 \quad , \quad h = \frac{0.073}{0.0125}(0.023)(184700)^{0.8}(3.6)^{0.4} = 4664\ \text{W/m}^2.^\circ\text{C}$$

آب: $\rho = 999\ \text{kg/m}^3 \quad , \quad \mu = 1.31 \times 10^{-3}\ \text{kg/m.s} \quad , \quad k = 0.585\ \text{W/m}.^\circ\text{C} \quad , \quad Pr = 9.4$

$$Re = \frac{(999)(3)(0.0125)}{1.31 \times 10^{-3}} = 57195 \Rightarrow h = \frac{0.585}{0.0125}(0.023)(57195)^{0.8}(9.4)^{0.4} = 16870\ \text{W/m}^2.^\circ\text{C}$$

۱۶- آب با دمای متوسط ۱۰°C و آهنگ ۰/۴ kg/s در لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm و طول ۶ m جریان دارد. افت فشار اندازه‌گیری شده ۳ kPa است. شار گرمایی ثابتی اعمال می‌شود و دمای متوسط دیواره ۵۰°C است. دمای خروجی آب را پیدا کنید.

حل: $T_f = \frac{50+10}{2} = 30\ ^\circ\text{C} \quad , \quad L = 6\ \text{m} \quad , \quad d = 2.5\ \text{cm} \quad , \quad \dot{m} = 0.4\ \text{kg/s} \quad , \quad \Delta p = 3000\ \text{N/m}^2$

در ۱۰ °C: $\rho = 999\ \text{kg/m}^3 \quad , \quad C_p = 4195\ \text{J/Kg}.^\circ\text{C}$

در ۳۰ °C: $Pr = 5.22, \quad 0.4 = \frac{(999)(\pi)(0.025)^2 u_m}{4} \Rightarrow u_m = 0.816\ \text{m/s}$

$$\Delta p = f\,\frac{L}{D}\,.\,\rho\,.\,\frac{u_m^2}{2g_c} \quad , \quad f = \frac{(3000)(2)(0.025)}{(6)(0.816)^2(999)} = 0.0376$$

$$St_b.Pr_f^{\frac{2}{3}} = \frac{f}{8} \quad , \quad St_b = \frac{(0.0376)(5.22)^{-\frac{2}{3}}}{8} = 1.56 \times 10^{-3}$$

$$h = (1.56 \times 10^{-3})(999)(4195)(0.816) = 5338\ \text{W/m}^2.^\circ\text{C}$$

$$q = (5338)(\pi)(0.025)(6)(50-10) = (0.4)(4195)\,\Delta T_b$$

$$q = 100600\ \text{W} \quad , \quad \Delta T_b = 60\ ^\circ\text{C} \quad , \quad \boxed{T_{out} = \frac{60}{2} + 10 = 40\ ^\circ\text{C}}$$

۱۷- آب با آهنگ ۰/۵kg/s از ۷۱ تا ۳۲°C خنک می‌شود. افت فشار در کدام حالت کمتر است؟ جاری کردن آب: الف در لوله‌ای به قطر ۱/۲۵cm با دمای ثابت ۴°C ب: در لوله‌ای به قطر ۲/۵cm با دمای ثابت ۲۰°C.

حل:

$$q = (0/5)(4175)(71-32) = 81412 \text{ W}$$

$$T_{b,mean} = 51/5\,^{\circ}\text{C} = 125\,^{\circ}\text{F} \quad , \quad \mu = 5/28\times10^{-4} \text{ kg/m.s} \quad , \quad k = 0/647 \text{ W/m.}^{\circ}\text{C}$$

$$Pr = 3/47 \quad , \quad \rho = 987 \text{ kg/m}^3$$

(الف)

$$d = 1/25 \text{ cm} \quad , \quad Re = \frac{0/5\,(0/0125)\,(4)}{(\pi)\,(0/0125)^2\,(5/28\times10^{-4})} = 94664$$

$$h = \frac{0/647}{0/0125}\,(0/023)\,(94664)^{0/8}\,(3/47)^{0/3} = 16549 \text{ W/m}^2.^{\circ}\text{C}$$

$$q = 81412 \text{ W} = (16549)(\pi)(0/0125)\,(L)\,(51/5-4) \Rightarrow L = 2/64 \text{ m}$$

$$u_m = \frac{(0/5)(4)}{(\pi)(0/0125)^2(987)} = 4/13 \text{ m/s} \quad , \quad f = 0/0185$$

$$\Delta p = (0/0185)\left(\frac{2/64}{0/0125}\right)\left(\frac{987}{2}\right)(4/13)^2 = 32/9 \text{ kpa}$$

(ب)

$$d = 2/5 \text{ Cm} \quad , T_w = 20\,^{\circ}\text{C} \; , \; Re = 47332 \; , h = \frac{(0/644)(0/023)(47332)^{0/8}(3/47)^{0/3}}{0/025} = 4701 \text{ W/m}^2.^{\circ}\text{C}$$

$$81412 = (4701)\,(\pi)\,(0/025)\,(L)\,(51/5-20) \Rightarrow L = 7 \text{ m} \; , \; f = 0/021 \; , \; u = \frac{4/13}{4} = 1/033 \text{ m/s}$$

$$\Delta p = \frac{(0/021)(7)}{0/025}\left(\frac{987}{2}\right)(1/033)^2 = 3/09 \text{ kPa}$$

۱۸- هوا با آهنگ ۰/۵ kg/s و ۱۴۰۰ kPa وارد کانالی به قطر ۷۵ mm و طول ۶ m می‌شود. دمای متوسط دیوارهٔ کانال ۵۰۰ K و دمای متوسط هوا در کانال ۵۵۰ K است. کاهش دمای هوا ضمن عبور از کانال چه‌قدر خواهد بود؟

حل:

$$\overline{T}_b = 550 \text{ K} \quad , \quad \mu = 2/848\times10^{-5} \text{ kg/m.s} \quad , \quad k = 0/0436 \text{ W/m.}^{\circ}\text{C} \quad , \quad pr = 0/68$$

$$C_p = 1/039 \text{ kJ/kg.}^{\circ}\text{C} \quad , \quad \rho = \frac{1/4\times10^6}{(287)(550)} = 8/87 \text{ kg/m}^3$$

$$Re = \frac{(0/075)(4)(0/5)}{(\pi)(0/075)^2\,(2/848\times10^{-5})} = 298000 \quad , \quad Nu = 0/036\,Re^{0/8}.Pr^{\frac{1}{3}}\left(\frac{d}{L}\right)^{0/055}$$

$$h = (346/5)\,(\pi)\,(0/075)\,(6)\,(550-500) = (0/5)(1039)\,\Delta T_b = 24493 \text{ W} \Rightarrow \Delta T_b = 47/15\,^{\circ}\text{C}$$

۱۹- دو لوله هم‌مرکز متداخل به قطرهای ۴ cm و ۵ cm موجودند. در فضای بین دو لوله گلیکول اتیلنی با سرعت ۶/۹ m/s جریان دارد. دمای ورودی ۲۰°C و دمای خروجی ۴۰°C است. فقط سطح لولهٔ داخلی گرم بوده و دمای آن ۸۰°C است. طول دو لوله داخل هم چه‌قدر باشد تا انتقال گرما انجام شود؟

حل:

$\overline{T}_b = 30\ ^\circ\mathrm{C}$, $\nu_b = 13.94 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$, $k = 0.252\ \mathrm{W/m\,.^\circ C}$, $pr = 148$

$C_p = 2.428\ \mathrm{kJ/kg.^\circ C}$, $\nu_w = 2.98 \times 10^{-6}\ \dfrac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s}}$, $\rho = 1109\ \mathrm{kg/m^3}$, $D_H = 5 - 4 = 1\ \mathrm{cm}$

$$\dot{m} = \rho\,.\,A\,.\,u_m = (1109)\left(\frac{\pi}{4}\right)(0.05^2 - 0.04^2)(6.9) = 5.409\ \mathrm{kg/s}$$

$$\dot{q} = \dot{m}\,.\,C_p\,.\,\Delta T_b = (5.409)(2428)(40 - 20) = 2.627 \times 10^5\ \mathrm{W}$$

$$Re_{DH} = \frac{(6.9)(0.01)}{13.94 \times 10^{-6}} = 4950$$

$$h = \frac{0.252}{0.01}(0.027)(4950)^{0.8}(148)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{13.94}{2.98}\right)^{0.14} = 4033\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

$$q = h\,.\,\pi\,.\,d_i\,.\,L\,(T_w - \overline{T}_b) \Rightarrow 2.627 \times 10^5 = (4033)(\pi)(0.04)(L)(80 - 30) \Rightarrow \boxed{L = 10.37\ \mathrm{m}}$$

۲۰- مقطع کانال هوا در سیستم تهویه مطبوعی ۰/۴۵ در ۰/۹ m است. در این کانال هوا با سرعت ۷/۵ m/s در شرایط ۱۰۰ kPa و ۳۰۰ K جاری است. ضریب انتقال گرمای سیستم و افت فشار به ازای واحد طول را حساب کنید.

حل:

$T = 300\ \mathrm{K}$, $P = 1\ \mathrm{atm}$, $\nu = 15.69 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$, $\rho = 1.1774\ \mathrm{kg/m^3}$

$k = 0.02624\ \mathrm{W/kg.^\circ C}$, $Pr = 0.708$, $D_H = \dfrac{(4)(45)(90)}{(2)(45 + 90)} = 60\ \mathrm{cm} = 0.6\ \mathrm{m}$

$Re = \dfrac{(0.6)(7.5)}{15.69 \times 10^{-6}} = 2.87 \times 10^5$, $h = \dfrac{0.02624}{0.6}(0.023)(2.87 \times 10^5)^{0.8}(0.807)^{0.4}$

$h = 20.35\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$, $\Delta P = f\,\dfrac{L}{d}\,\rho\,\dfrac{u_m^2}{2g_c}$, $f = 0.0145$

$$\Delta P = (0.0145)\,\frac{(1)}{(0.6)}\,\frac{(1.1774)(7.5)^2}{2} = 0.8\ \mathrm{Pa}$$

۲۱- آب در لوله‌ای به قطر ۳ cm، زبری نسبی ۰/۰۰۲ و دمای ثابت دیوارهٔ ۸۰°C جریان دارد. اگر آب در ۲۰°C وارد شود، ضریب جابه‌جایی را به‌ازای رینولدز 10^5 ارزیابی کنید.

حل: فرض کنید که $\overline{T}_b$ حدوداً ۳۸°C باشد:

$$\overline{T}_b = 38\,^\circ\mathrm{C} = 100\,^\circ\mathrm{F} \quad , \quad \rho = 993\ \mathrm{kg/m^3} \quad , \quad C_p = 4.174\ \mathrm{kJ/kg.^\circ C}$$

$$\mu = 6.82 \times 10^{-4}\ \mathrm{kg/m.s} \quad , \quad k = 0.64\ \mathrm{W/m.^\circ C} \quad , \quad Pr_f = 2.9$$

$$Re = \frac{\rho . u_m . d}{\mu} = 10^5 = \frac{(993)(u)(0.02)}{6.82 \times 10^{-4}} \Rightarrow u = 2.29\ \frac{\mathrm{m}}{s} \quad , \quad \rho u = 2274$$

$$f = 0.0255 \quad , \quad St_b . pr_f^{\frac{2}{3}} = \frac{f}{8} \quad , \quad h = \frac{0.0255}{8}(2274)(4174)(2.9)^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow h = 14878\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

۲۲- فرئون مایع ۱۲ (CCl_2F_2) با دمای صفر درجه سانتی‌گراد و چنان آهنگی وارد لوله‌ای به قطر ۳/۵ mm می‌شود که عدد رینولدز در شرایط ورودی ۷۰۰ است. طول لوله چه‌قدر باشد تا دمای سیال ۲۰°C افزایش یابد؟ دمای دیوارهٔ لوله ثابت و برابر ۴۰°C است.

حل:

$$\overline{T}_b = 10\,^\circ\mathrm{C} \quad , \quad T_w = 40\,^\circ\mathrm{C} \quad , \quad C_p = 0.9335\ \mathrm{kJ/kg.^\circ C}$$

در ۰°C:

$$\nu = 0.214 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s} \quad , \quad \rho = 1397\ \mathrm{kg/m^3} \quad , \quad Re = \frac{\rho u d}{\mu}$$

$$u = \frac{(700)(0.214 \times 10^{-6})}{0.0035} = 0.0428\ \mathrm{m/s}$$

$$q = (1397)(934.5)(0.0428)\left(\frac{\pi}{4}\right)(0.0035)^2(20-0) = 10.75\ \mathrm{W}$$

در ۱۰°C:

$$k = 0.073\ \mathrm{W/m.^\circ C} \quad , \quad pr = 3.6$$

$$q = h.A\,(T_w - \overline{T}_b) = (h)(\pi)(0.0035)(L)(40-10) = 10.75\ \mathrm{W}$$

$$\bar{h}.L = 32.59 \quad , \quad Gz = Re.pr.\frac{d}{L} = (700)(3.6)\left(\frac{d}{L}\right) = 2520\,\frac{d}{L}$$

$$\overline{Nu}_d = \frac{h.L}{k}.\frac{d}{L} = \frac{32.59}{0.073} \times \frac{d}{L} = 446.4\,\frac{d}{L}$$

از شکل داریم:

$\frac{1}{Gz}$	$\frac{d}{L}$	$\overline{Nu}_d$	$446.4\,\frac{d}{L}$
0.1	0.00397	4.3	1.771
0.01	0.00397	7.5	17.72
0.03	0.0132	5.4	5.89
0.035	0.0134	5.2	5.06

$$\frac{d}{L} = 0.0134 \quad , \quad L = \frac{0.0035}{0.0134} = 0.2612\ \mathrm{m}$$

۳۳- هوا وارد کانال کوچکی با مقطع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $3\,mm$ می‌شود. دمای ورودی هوا $27°C$ و دمای خروجی آن $77°C$ است. اگر آهنگ جریان $5\times10^{-5}\,kg/s$، فشار $100\,kPa$ و طول لوله $30\,cm$ باشد، دمای لوله را برای اینکه انتقال گرما عملی شود، حساب کنید. افت فشار را نیز تعیین کنید.

حل:

$$\bar{T}_b = \frac{27+77}{2} = 52\,°C = 325\,°K \quad , \quad \mu = 1/96\times10^{-5}\ kJ/m.°C \quad , \quad k = 0/0282\ W/m.°C$$

$$pr = 0/7 \quad , \quad C_p = 1/007\,kJ/kg.°C \quad , \quad L = 30\ cm \quad , \quad \rho = 1/088\ kg/m^3$$

$$D_H = \frac{(4)(0/003)^2}{(2)(3)(0/003)} = 0/002\ m \quad , \quad Re = \frac{(0/003)(5\times10^{-5})(2)}{(0/003)^2(1/96\times10^{-5})} = 1134$$

$$\dot{q} = \dot{m}.C_p.\Delta T_b = (5\times10^{-5})(1007)(77-27) = 2/518\ W$$

از شکل کتاب داریم:

$$Re.pr.\frac{d}{L} = (1134)(0/7)\left(\frac{0/002}{0/3}\right) = 5/292$$

جریان تیز تقریباً توسعه یافته است.

$$\frac{1}{Gz} = \frac{1}{5/292} = 0/189 \quad , \quad \bar{Nu}_D = 4$$

$$\bar{Nu}_{DH} = (2/47)\left(\frac{4}{3/66}\right) = 2/7 \quad , \quad h = \frac{(2/7)(0/0282)}{0/002} = 38/1\ W/m^2.°C$$

$$q = hA\,(T_w - T_b) \quad , \quad T_w - T_b = \frac{2/518}{(38/1)(3)(0/3)(0/003)} = 24/5\,°C \Rightarrow T_w = 24/5 + 52 = 76/5\,°C$$

۳۴- هوا در $90\,kPa$ و $27°C$ با آهنگ جرمی $7\times10^{-5}\,kg/s$ وارد لوله‌ای به قطر $4\,mm$ می‌شود، فشار گرمایی ثابتی بر سطح لوله اعمال می‌شود، به طوری که دمای دیوارهٔ لوله $70°C$ بالاتر از دمای کپه‌ای سیال می‌رسد. دمای هوای خروجی را برای $12\,cm$ طول لوله حساب کنید.

حل:

$$27\,°C = 300\,°K \quad , \quad \mu = 1/8462\times10^{-5}\ kg/m.s \quad , \quad k = 0/02624\ W/m.°C$$

$$pr = 0/708 \quad , \quad \rho = \frac{90000}{(287)(300)} = 1/045\ kg/m^3 \quad , \quad Re = \frac{(0/004)(7\times10^{-5})(4)}{(\pi)(0/004)^2(1/8462\times10^{-5})} = 1207$$

$$Gz = (1207)(0/708)\left(\frac{0/004}{0/12}\right) = 28/48 > 10$$

$$T_w = 27+70 = 97\,°C = 390\,K \approx 400\,K \quad , \quad \mu_w = 2/286\times10^{-5}\ kg/m.s$$

$$h = \frac{k}{d}\,(1/86)\,Gz^{\frac{1}{3}}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0/14} = \left(\frac{0/02624}{0/004}\right)(1/86)(28/48)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1/8462}{2/286}\right)^{0/14} = 36/16\ W/m^2.°C$$

$$q = hA\,(T_w - T_b) = \dot{m}.C_p.\Delta T_b \Rightarrow \Delta T_b = \frac{(36/16)(\pi)(0/004)(0/12)(70)}{(7\times10^{-5})(1007)} = 54°C$$

$$T_{bo} = 54/15 + 27 = 81/15\,°C$$

۲۵- هوا در $110\ kPa$ و $40°C$ با آهنگ جرمی $۸ \times ۱۰^{-۵}\ kg/s$ وارد لوله‌ای به قطر $۶\ mm$ می‌شود. دمای ثابت دیواره لوله $۱۴۰°C$ است. دمای هوای خروجی را برای لوله‌ای به طول $۱۴\ cm$ حساب کنید.

حل:

$$\text{در}\ ۴۰\ °C = ۳۱۳°K \quad , \quad \mu = ۱/۹۰۶ \times ۱۰^{-۵}\ kg/m.s \quad , \quad k = ۰/۰۲۷۲\ W/m.°C \quad , \quad pr = ۰/۷$$

$$\rho = \frac{۱۱۰ \times ۱۰^{۳}}{(۲۸۷)(۳۱۳)} = ۱/۲۲۵\ kg/m^{۳} \quad , \quad Re = \frac{(۰/۰۰۶)(۸ \times ۱۰^{-۵})(۴)}{(\pi)(۰/۰۰۶)^{۲}(۱/۹۰۶ \times ۱۰^{-۵})} = ۸۹۱$$

$$Gz = (۸۹۱)(۰/۷)\left(\frac{۰/۰۰۶}{۰/۱۴}\right) = ۲۶/۷۳ \quad , \quad \frac{۱}{Gz} = ۰/۰۳۷۴ \quad , \quad \bar{Nu}_d = ۵/۲$$

$$h = \frac{(۵/۲)(۰/۰۲۷۲)}{۰/۰۰۶} = ۲۳/۵۷\ W/m^{۲}.°C$$

$$q = hA\,(T_w - \bar{T}_b) = \dot{m}.C_p.\Delta T_b$$

$$(۲۳/۵۷)(\pi)(۰/۰۰۶)(۰/۱۴)(۱۴۰ - ۲۰ - \frac{T_{be}}{۲}) = (۸ \times ۱۰^{-۵})(۱۰۰۵)(T_{be} - ۴۰) \quad \Rightarrow \quad T_{be} = ۹۵/۸\ °C$$

۲۶- روغن موتور در $۴۰°C$ وارد لوله‌ای به قطر $۱\ cm$ می‌شود. آهنگ جریان به گونه‌ای است که عدد رینولدز در مدخل لوله ۵۰ است. در صورتی که دمای دیوارهٔ لوله ثابت و برابر $۸۰°C$ باشد، دمای روغن خروجی را برای لوله‌ای به طول $۸\ cm$ حساب کنید.

حل:

$$\text{در}\ ۴۰\ °C \quad , \quad \rho = ۸۷۶\ kg/m^{۳} \quad , \quad C_p = ۱/۹۶۴\ kJ/kg.°C \quad , \quad \nu = ۰/۰۰۰۲۴\ m^{۲}/s$$

$$k = ۰/۱۱۴\ W/m.°C \quad , \quad pr = ۲۸۷۰ \quad , \quad Re = ۵۰ = \frac{(u)(۰/۰۱)}{۰/۰۰۰۲۴} \quad , \quad u = ۱/۲\ m/s$$

$$\dot{m} = \frac{(۸۷۶)(۱/۲)(\pi)(۰/۰۱)^{۲}}{۴} = ۰/۰۸۲۶\ kg/s \quad , \quad Gz = (۵۰)(۲۸۷۰)\left(\frac{۰/۰۱}{۰/۰۸}\right) = ۱/۷۹۴ \times ۱۰^{۴}$$

$$\text{در}\ T_w = ۸۰\ °C \ : \quad \nu_w = ۰/۳۷۵ \times ۱۰^{-۴}\ m^{۲}/s$$

$$\overline{Nud} = (۱/۸۶)(۱/۷۹۴ \times ۱۰^{۴})^{\frac{۱}{۳}}\left(\frac{۲/۴}{۰/۳۷۵}\right)^{۰/۱۴} = ۶۴/۳$$

$$h = \frac{(۶۴/۳)(۰/۱۴۴)}{۰/۰۱} = ۹۲۶\ W/m^{۲}.°C$$

$$q = (۹۲۶)(\pi)(۰/۰۱)(۰/۰۸)(۸۰ - ۲۰ - \frac{T_e}{۲}) = (۰/۰۸۲۶)(۱۹۶۴)(T_e - ۴۰) \quad \Rightarrow \quad T_e = ۴۰/۵۷\ °C$$

۲۷- آب با سرعت متوسط $۸\ m/s$ در لوله‌ای به قطر $۲\ cm$ جاری است. اگر آب در $۲۰°C$ وارد و در $۳۰°C$ خارج شود و طول لوله $۱۰\ m$ باشد، دمای متوسط لوله را برای آن که این انتقال گرما عملی شود، به دست آورید.

حل:

$\overline{T}_b = 25\ ^\circ C = 77\ ^\circ F \quad , \quad \rho = 996\ kg/m^3 \quad , \quad \mu = 8/96 \times 10^{-4}\ kg/m.s$

$k = 0/611\ W/m.^\circ C \quad , \quad pr = 6/13 \ , \quad C_p = 4180\ J/kg.^\circ C \quad , \quad Re = \dfrac{(996)(8)(0/02)}{8/96 \times 10^{-4}} = 1/78 \times 10^5$

$h = (0/023)\dfrac{(0/611)}{0/02}(1/78 \times 10^5)^{0/8}(6/13)^{0/4} = 2300\!\cdot\!3\ W/m^2.^\circ C$

$q = hA\,(\overline{T}_w - \overline{T}_b) = \dot{m}.C_p.\Delta T_b$

$(2300/3)(\pi)(0/02)(10)(\overline{T}_w - 25) = (996)(8)(\pi)\dfrac{(0/02)^2}{4}(4180)(10) \Rightarrow T_w = 42/2\ ^\circ C$

۲۸- روغن موتور در ۲۰°C و سرعت ۱/۲ m/s وارد لوله‌ای به قطر ۲ mm می‌شود. دمای دیوارهٔ لوله ثابت و برابر ۶۰°C و طول لوله ۱ m است. دمای روغن خروجی را حساب کنید.

حل:

در $20\ ^\circ C \quad , \quad \rho = 888\ kg/m^3 \quad , \quad C_p = 1880\ J/kg.^\circ C \quad , \quad \nu = 0/0009\ m^2/s$

$k = 0/145\ W/m.^\circ C \quad , \quad pr = 10400 \quad , \quad Re = \dfrac{(1/2)(0/002)}{0/0009} = 2/67$

$Gz = (2/666)(10400)\left(\dfrac{0/002}{1}\right) = 55/47 > 10 \quad , \quad \dfrac{1}{Gz} = 0/018$

$\overline{Nu}_d \quad 6/1 \quad , \quad h = \dfrac{(6/1)(0/145)}{0/002} = 442$

$q = (442)(\pi)(0/002)(1)(60 - 10 - \dfrac{T_e}{2}) = (888)(1/2)\left(\dfrac{\pi}{4}\right)(0/002)^2(1880)(T_e - 20) \Rightarrow T_e = 34/46\ ^\circ C$

۲۹- در داخل لوله‌ها صافی به قطر ۱ in، آب با سرعت متوسط ۱۰ ft/s جاری است. در دیوارهٔ لوله شار گرمایی ثابتی اعمال می‌شود، به طوری که دمای لوله همواره ۲۰°C بالاتر از دمای آب است. آب در ۳۰°C وارد لوله شده و در ۵۰°C خارج می‌شود. طول لوله چه‌قدر باشد تا این گرمایش عملی شود؟

حل:

$\overline{T}_b = 40\ ^\circ C = 104\ ^\circ F \quad , \quad \rho = 993\ kg/m^3 \quad , \quad \mu = 6/55 \times 10^{-4}\ kg/m.s$

$k = 0/633\ W/m.^\circ C \quad , \quad pr = 4/33 \quad , \quad C_p = 4175\ J/kg.^\circ C$

$Re = \dfrac{(993)(1)(0/0254)(10)(0/3048)}{6/55 \times 10^{-4}} = 1/17 \times 10^5$

$h = \dfrac{0/633}{0/0254}(0/023)(1/17 \times 10^5)^{0/8}(4/33)^{0/4} = 1170\!\cdot\!9\ W/m^2.^\circ C$

$q = hA\,(T_w - T_b) = \dot{m}.C_p.\Delta T_b$

$(993)(\pi)\dfrac{(0/0254)^2}{4}(3/048)(4175)(50 - 30) = (1170/9)(\pi)(0/0254)(L)(20) \Rightarrow L = 6/85\ m$

۳۰- آب در ۲۱°C وارد لوله‌ای به قطر ۳ mm شده و در ۴۰°C آن را ترک می‌کند. آهنگ جریان ۱ kg/s و دمای لوله ۶۰°C می‌باشد. طول لوله را به دست آورید.

حل:

$$\bar{T}_b = \frac{21+32}{2} = 26.5\,^{\circ}C \quad , \quad \rho = 996\ kg/m^3 \quad , \quad \mu = 8.6\times10^{-4}\ kg/m.s$$

$$Re = 600 = \frac{\rho.u.d}{\mu} \quad , \quad u = \frac{(600)(8.6\times10^{-4})}{(996)(0.003)} = 0.173\ m/s$$

$$\dot{m} = \rho.u.A = (996)(0.173)(\pi)\frac{(0.003)^2}{4} = 0.00122\ kg/s$$

۳۱- آب در ۶۰°F وارد لوله‌ای به قطر ۳ cm شده و در ۱۰۰°F از آن خارج می‌شود. آهنگ جریان ۱ kg/s و دمای لوله ۱۴۰°F می‌باشد. طول لوله را به‌دست آورید.

حل:

$$\bar{T}_b = 80\,^{\circ}F \quad , \quad \rho = 996\ kg/m^3 \quad , \quad \mu = 8.6\times10^{-4}\ kg/m.s$$

$$k = 0.614\ W/m.^{\circ}C \quad , \quad pr = 5.85 \quad , \quad C_p = 4180\ J/kg.^{\circ}C \quad , \quad Re = \frac{(0.03)(1)(4)}{(\pi)(0.03)^2(8.6\times10^{-4})} = 49350$$

$$h = \frac{(0.023)(0.614)}{0.03}(49350)^{0.8}(5.85)^{0.4} = 5433\ W/m^2.^{\circ}C$$

$$q = \dot{m}.C_p.\Delta T_b = hA\,(T_w - \bar{T}_b)$$

$$(1)(4180)(100-60)\left(\frac{5}{9}\right) = (5433)(\pi)(0.03)(L)(140-80)\frac{5}{9} \Rightarrow L = 5.45\ m$$

۳۲- گلیسیرین در لوله‌ای به قطر ۵ mm با چنان آهنگی جریان دارد که عدد رینولدز ۱۰ می‌باشد. گلیسیرین در ۱۰°C وارد و در ۳۰°C خارج می‌شود. دمای ثابت دیوارهٔ لوله ۴۰°C است. طول لوله را حساب کنید.

حل:

$$\bar{T}_b = 20\,^{\circ}C \quad , \quad \rho = 1264\ kg/m^3 \quad , \quad \nu = 0.003\ m^2/s \quad , \quad C_p = 2386\ J/kg.^{\circ}C$$

$$k = 0.286\ W/m.^{\circ}C \quad , \quad pr = 12.5\times10^3 \quad , \quad Re = 10 = \frac{u.d}{\nu} \Rightarrow u = \frac{(10)(0.003)}{(0.005)} = 6\ m/s$$

$$\dot{m} = \rho.u.A = (1264)(6)(\pi)\frac{(0.005)^2}{4} = 0.149\ kg/s$$

$$q = \dot{m}.C_p.\Delta T_b = (0.149)(2386)(30-10) = 7106\ W$$

$$q = hA\,(T_w - \bar{T}_b) = h.(\pi)(0.005)(L)(40-20) \Rightarrow hL = 22619$$

$$h = \frac{22619}{L} \quad , \quad Nu = \frac{h.d}{k} = (1.86)\left(Re.pr.\frac{d}{L}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14}$$

در $T_w = 40\,^{\circ}C$, $\nu_w = 0.0022\ m^2/s$

$$\frac{(22619)(0.005)}{(0.286)(L)} = 1.86\left[\frac{(10)(12500)(0.005)}{L}\right]^{\frac{1}{3}}\left(\frac{0.003}{0.0022}\right)^{0.14}$$

$$L^{2/3} = 17.25 \quad \Rightarrow \quad L = 71.66\ \text{m} \ , \quad Gz = (10)(12500)\left(\frac{0.005}{71.66}\right) = 8.72 < 10$$

$$\frac{1}{Gz} = \frac{1}{8.72} = 0.115 \quad \Rightarrow \quad \bar{Nu}_d = 4.2$$

$$h = \frac{(4.2)(0.286)}{0.005} = 240.2\ \text{W/m}^2.^\circ\text{C} \ , \qquad L = \frac{22619}{240.2} = 94.2\ \text{m}$$

$$\frac{1}{Gz} = (0.115)\left(\frac{94.2}{71.66}\right) = 0.15$$

سعی و خطای جدید:

$$\bar{Nu}_d = 4 \ , \qquad h = 228.8\ \text{W/m}.^\circ\text{C} \ , \qquad L = 98.8\text{m}$$

برای جریان تقریباً توسعه یافته داریم:

$$\bar{Nu}_d = 3.66$$

۳۳- استوانه‌ای به قطر ۵ cm و دمای ۱۰۰°C، در جریان ازت با فشار ۲۰۰ kPa و دمای ۱۰°C قرار دارد. ازت با سرعت ۵ m/s روی استوانه جاری است. حرارت تلف شده به ازاء طول لوله را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{100+10}{2} = 55^\circ\text{C} = 328\ \text{K} \ , \qquad \mu = 19\times10^{-6}\ \text{kg/m.s}$$

$$k = 0.0282\text{W/m}.^\circ\text{C} \ , \quad pr = 0.7 \ , \quad \rho = \frac{(2)(1.01\times10^5)}{(297)(328)} = 2.08\ \text{kg/m}^3 \ , \quad Re = \frac{(2.08)(5)(0.05)}{19.6\times10^{-6}} = 27377$$

$$C = 0.193 \ , \qquad n = 0.618 \ , \qquad h = \frac{k}{d}C.Re^n.pr^{\frac{1}{3}} = \frac{0.0282}{0.05}(0.193)(27377)^{0.618}(0.7)^{\frac{1}{3}} = 53.4\text{W/m}^2.^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h.\pi.d\ (T_w - T_\infty) = (53.4)(\pi)(0.05)(100-10) = 755\ \text{W/m}$$

۳۴- هوا با فشار ۱۰۰ kPa و دمای صفر درجه سانتی‌گراد روی استوانه‌ای به قطر ۴ cm و دمای سطحی ۵۴°C می‌وزد. سرعت هوا ۲۵ m/s است. اتلاف گرمایی استوانه را به ازای واحد طول آن حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{54+0}{2} = 27^\circ\text{C} = 300\ \text{K} \ , \qquad \nu = 15.69\times10^{-6}\ \text{m}^2\text{/s}$$

$$k = 0.02624\ \text{W/m}.^\circ\text{C} \ , \qquad pr = 0.708 \ , \qquad Re = \frac{\rho.u.d}{\mu} = \frac{(25)(0.04)}{15.69\times10^{-6}} = 63735$$

$$C = 0.0266 \ , \quad n = 0.805 \ , \ h = \frac{k}{d}C.Re^n.pr^{\frac{1}{3}} = \frac{0.02624}{0.04}(0.0266)(63735)^{0.805}(0.708)^{\frac{1}{3}} = 114.6\ \text{W/m}^2.^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = h.\pi.d\ (T_w - T_\infty) = (114.6)(\pi)(0.04)(54-0) = 778\ \text{W/m}$$

۳۵- هوا با فشار ۲۰۰ kPa، دمای ۱۰°C و با سرعت ۲۵ m/s در عرض استوانه‌ای به قطر ۲۰ cm می‌وزد. دمای ثابت استوانه ۸۰°C است. انتقال گرما و نیروی کشش به ازای واحد طول را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{80+10}{2} = 45^\circ\text{C} = 318\ \text{K} \ , \qquad \mu = 1.929\times10^{-5}\ \text{kg/m.s}$$

$$k = 0.0276\ \text{W/m}.^\circ\text{C} \ , \quad pr = 0.7 \ , \quad \rho = \frac{200\times10^3}{(287)(318)} = 2.191\ \text{kg/m}^3$$

$$Re = \frac{\rho.u.d}{\mu} = \frac{(2.191)(20)(0.2)}{1.929\times10^{-5}} = 5.68\times10^5$$

معادله چرچیل:

$$Nu_d = 0.3 + \frac{(0.62)(5.68\times10^5)^{\frac{1}{2}}(0.7)^{\frac{1}{3}}}{\left[1+\left(\frac{0.4}{0.7}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}}\left[1+\left(\frac{5.68\times10^5}{282000}\right)^{\frac{5}{8}}\right]^{\frac{4}{5}} = 769.7$$

$$h = \frac{k}{d} Nu = \frac{(۰/۰۲۷۶)(۷۶۹/۷)}{۰/۲} = ۱۰۶/۲ \ \mathrm{W/m^۲.^\circ C}$$

$$\frac{q}{L} = h.\pi.d\ (T_w - T_\infty) = (۱۰۶/۲)(\pi)(۰/۲)(۸۰ - ۱۰) = ۴۶۷۲ \ \mathrm{W/m}$$

از شکل (۹-۶) داریم:

$$C_D = ۰/۴$$

$$F_D = C_D.A.\frac{\rho u_\infty^۲}{۲g_c} = \frac{(۰/۴)(۰/۲)(۲/۱۹۱)(۲۵)^۲}{۲} = ۴۱/۱ \ \mathrm{N/m}$$

۳۶- آب با آهنگ kg/s ۶ و دمای ۴۳ درجه سانتی‌گراد به لوله‌ای به قطر داخلی cm ۵ و زبری نسبی ۰/۰۰۲ وارد می‌شود. اگر طول لوله m ۹ و دمای آن ۷۱°C باشد، دمای آب خروجی و کل انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۷۱ + ۴۳}{۲} = ۵۷^\circ C = ۱۳۵^\circ F\ , \qquad \rho_b = ۹۹۱ \ \mathrm{kg/m^۳}$$

$$C_p = ۴۱۷۴ \ \mathrm{J/kg.^\circ C}\ , \ pr_f = ۳/۱۵\ , \ \mu = ۶/۱۶ \times ۱۰^{-۴} \ \mathrm{kg/m.s}\ , \ Re = \frac{(۰/۰۵)(۶)(۴)}{(\pi)(۰/۰۵)^۲(۶/۱۶ \times ۱۰^{-۴})} = ۲/۴۸ \times ۱۰^۵$$

$$f = ۰/۰۱۴\ , \qquad \dot{m} = \rho.u_m.A\ , \qquad u_m = \frac{(۶)(۴)}{(۹۹۱)(\pi)(۰/۰۵)^۲} = ۳/۰۸ \ \mathrm{m/s}$$

$$St_b.pr_f^{\frac{۲}{۳}} = \frac{f}{۸}\ , \qquad h = \frac{(۰/۰۱۴)(۹۹۱)(۳/۰۸)(۴۱۷۴)}{(۸)(۳/۱۵)^{\frac{۲}{۳}}} = ۱۰۲۸۸ \ \mathrm{W/m^۲.^\circ C}$$

$$q = hA\ (T_w - \overline{T_b}) = \dot{m}.C_p.\Delta T_b$$

$$(۱۰۲۸۸)(\pi)(۰/۰۵)(۹)(۷۱ - ۲۱/۵ - \frac{T_e}{۲}) = (۶)(۴۱۷۴)(T_e - ۴۳) \quad \Rightarrow \quad T_e = ۵۵/۷^\circ C$$

۳۷- لوله کوتاهی به قطر mm ۶/۴ و طول cm ۱۵ موجود است. آب با سرعت m/s ۱/۵ و دمای ۳۸°C وارد لوله می‌شود اگر شار گرمایی ثابت اعمال شود، به‌طوری که دمای دیوارهٔ لوله ۲۸°C بالاتر از دمای کپه‌ای آب باشد. آهنگ انتقال گرما و دمای آب خروجی را حساب کنید.

حل: در ۳۸°C:

$$\rho = ۹۹۳ \ \mathrm{kg/m^۳}\ , \qquad k = ۰/۶۴ \ \mathrm{W/m.s}$$

$$C_p = ۴۱۸۰ \ \mathrm{J/kg.^\circ C}\ , \ pr = ۴/۵۳\ , \ \mu = ۶/۸۲ \times ۱۰^{-۴} \ \mathrm{kg/m.s}\ , \ Re = \frac{(۹۹۳)(۱/۵)(۰/۰۰۶۴)}{۶/۸۲ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۳۹۷۸$$

$$h = \frac{۰/۶۴}{۰/۰۰۶۴}(۰/۰۳۶)(۱۳۹۷۸)^{۰/۸}(۴/۵۳)^{\frac{۱}{۳}}\left(\frac{۰/۰۰۶۴}{۰/۱۵}\right)^{۰/۰۵۵} = ۱۰۲۱۳ \ \mathrm{W/m^۲.^\circ C}$$

$$q = (۱۰۲۱۳)(\pi)(۰/۰۰۶۴)(۰/۱۵)(۲۸) = (۹۹۳)\left(\frac{\pi}{۴}\right)(۰/۰۰۶۴)^۲(۱/۵)(۴۱۸۰)(T_e - ۳۸) \quad \Rightarrow \quad T_e = ۴۲/۳۱^\circ C$$

$$q = ۸۶۲/۵ \ \mathrm{W}$$

۳۸- می‌خواهیم گلیکول‌اتیلن را در لوله‌ای به قطر ۳ cm از دمای ۶۰ تا ۴۰°C خنک کنیم. دمای دیوارهٔ لوله ثابت و برابر ۲۰°C است. گلیکول با سرعت ۱۰ m/s وارد لوله می‌شود. طول لوله لازم را برای انجام این عمل حساب کنید.

حل:

$$\rho = ۱۰۹۴ \ \mathrm{kg/m^۳} \quad , \quad k = ۰/۲۵۸ \ \mathrm{W/m.s}$$

$$C_p = ۲۵۱۸ \ \mathrm{J/kg.^\circ C} \quad , \quad pr = ۷۲ \quad , \quad \nu = ۶/۷۲ \times ۱۰^{-۶} \ \mathrm{m^۲/s} \quad , \quad \dot{m} = (۱۰۹۴)(۱۰)(\pi)\frac{(۰/۰۳)^۲}{۴} = ۷/۷۳۳ \ \mathrm{kg/s}$$

$$q = (۷/۷۳۳)(۲۵۱۸)(۶۰-۴۰) = ۳/۸۹۴ \times ۱۰^۵ \ \mathrm{W}$$

$$Re = \frac{(۱۰)(۰/۰۳)}{۶/۷۲ \times ۱۰^{-۶}} = ۴/۴۶۴ \times ۱۰^۴ \ , \qquad \nu_w = ۱۹/۱۸ \times ۱۰^{-۶} \ \mathrm{m^۲/s}$$

$$h = \frac{۰/۲۵۸}{۰/۰۳}(۰/۰۲۷)(۴/۴۶۴ \times ۱۰^۴)^{۰/۸}(۷۲)^{\frac{۱}{۳}}\left(\frac{۶/۷۲}{۱۹/۱۸}\right)^{۰/۱۴} = ۴۳۷۵ \ \mathrm{W/m^۲.^\circ C}$$

$$(۴۳۷۵)(\pi)(۰/۰۳)(L)(۵۰-۲۰) = ۳/۸۹۴ \times ۱۰^۵ \Rightarrow L = ۳۱/۵ \ \mathrm{m}$$

۳۹- هوا در فشار ۷۰ kPa، دمای ۲۰°C و سرعت ۲۰ m/s روی لوله‌ای به قطر ۵ cm می‌وزد. نیروی مقاوم روی سیلندر را حساب کنید.

حل:

$$T = ۲۰^\circ\mathrm{C} = ۲۹۳ \ \mathrm{K} \quad , \quad \nu = ۱۵ \times ۱۰^{-۶} \ \mathrm{m^۲/s} \quad , \quad \rho = ۱/۱۷ \ \mathrm{kg/m^۳}$$

$$Re = \frac{u_\infty d}{\nu} = \frac{(۲۰)(۰/۰۵)}{۱۵ \times ۱۰^{-۶}} = ۶۶۶۶۶/۶۷ \ , \qquad C_D = ۱ \quad (\text{از شکل ۹-۶})$$

$$F_D = C_D . A . \frac{\rho u_\infty^۲}{۲} = \frac{(۱)(۰/۰۳)(۱/۱۷)(۲۰)^۲}{۲} = ۷/۰۲ \ \mathrm{N/m}$$

۴۰- استوانه گرمی با دمای ۴۵۰ K و قطر ۲/۵ cm در جریان هوای جو به فشار ۱۰۰ kPa و دمای ۳۲۵ K قرار دارد. سرعت هوا ۳۰ m/s است. اتلاف گرما به ازای واحد طول استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۴۵۰ + ۳۲۵}{۲} = ۳۸۷/۵ \ \mathrm{K} \ , \qquad \nu = ۲۴/۶۲ \times ۱۰^{-۶} \ \mathrm{m^۲/s}$$

$$k = ۰/۰۳۲۷ \ \mathrm{W/m.^\circ C} \quad , \quad Pr = ۰/۶۹ \quad , \quad Re = \frac{(۳۰)(۰/۰۲۵)}{۲۴/۶۲ \times ۱۰^{-۶}} = ۳۰۴۶۳$$

$$C = ۰/۱۹۳ \ , \qquad n = ۰/۶۱۸ \ , \qquad h = \frac{۰/۰۳۲۷}{۰/۰۲۵}(۰/۱۹۳)(۳۰۴۶۳)^{۰/۶۱۸}(۰/۶۹)^{\frac{۱}{۳}} = ۱۳۱/۶ \ \mathrm{W/m^۲.^\circ C}$$

$$\frac{q}{L} = h.\pi.d\,(T_w - T_\infty) = (۱۳۱/۶)(\pi)(۰/۰۲۵)(۴۵۰-۳۲۵) = ۱۲۹۳ \ \mathrm{W/m}$$

۴۱- با فرض آنکه بتوان شخصی را با استوانه‌ای به قطر ۱ ft و ارتفاع ۶ ft و دمای سطح ۷۵°F معادل گرفت، اتلاف گرما از این شخص را، اگر در مقابل بادی با سرعت ۳۰ mi/h و دمای ۳۰°F ایستاده باشد، حساب کنید.

حل:

$$T_f = ۵۲/۵\ ^\circ\mathrm{F}, \quad \mu_f = ۰/۰۴۲۸, \quad \rho = \frac{p}{RT} = ۰/۰۷۷۸, \quad k_f = ۰/۰۱۴۴, \quad Re_{df} = \frac{\rho . u_\infty . d}{\mu_f} = ۲۸۸۰۰۰$$

$$h = (۰/۰۲۳۹)\,\frac{k}{d}\left(\frac{\rho . u_\infty . d}{\mu_f}\right)^{۰/۸۰۵} = ۸/۵\ \mathrm{Btu/hr.ft^۲.^\circ F}$$

$$q = hA\,(T_w - T_\infty) = ۷۲۰۰\ \mathrm{Btu/hr}$$

۴۳- سیمی به قطر ۰/۱۳ mm در جریان هوایی با دمای ۳۰°C- و فشار ۵۴ kPa قرار دارد. سرعت جریان ۲۳۰ m/s است. سیم به طریق الکتریکی گرم می‌شود. اگر طول سیم ۱/۲۵ mm باشد، توان الکتریکی لازم برای آن که دمای سطح آن در ۱۷۵°C حفظ شود، چه‌قدر است؟

حل:

$$T_f = \frac{(۱۷۵) + (-۳۰)}{۲} = ۷۲/۵^\circ\mathrm{C} = ۳۴۵/۵\ \mathrm{K} \quad , \quad \mu = ۲/۰۷ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{kg/m.s}$$

$$k = ۰/۰۳\,\mathrm{W/ m\,.^\circ C}\ , \ pr = ۰/۷\ , \ \rho = \frac{۵۴۰۰۰}{(۲۸۷)\,(۳۴۵/۵)} = ۰/۵۴۴\ \mathrm{kg/m^۳}\ , \ Re = \frac{(۰/۵۴۴)\,(۰/۰۰۰۱۳)\,(۲۳۰)}{۲/۰۷ \times ۱۰^{-۵}} = ۷۸۶/۶$$

$$h = \frac{۰/۰۳}{۰/۰۰۰۱۳}\ (۰/۶۸۳)\,(۷۸۶/۶)^{۰/۴۶۶}\,(۰/۷)^{\frac{۱}{۳}} = ۳۱۲۹\ \mathrm{W/ m^۲.^\circ C}$$

$$q = (۳۱۲۹)\,(\pi)\,(۰/۰۰۰۱۳)\,(۰/۱۲۵)\,(۱۷۵ + ۳۰) = ۳/۲۷۵\ \mathrm{W}$$

۴۴- هوا با دمای ۹۰°C، فشار ۱۰۰ kPa و سرعت ۶ m/s بر روی سیمی به قطر ۱/۶ mm جریان دارد. سیم تا دمای ۱۵۰°C گرم می‌شود. انتقال گرما به ازای واحد طول سیم را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۹۰ + ۱۵۰}{۲} = ۱۲۰^\circ\mathrm{C} = ۳۹۳\ \mathrm{K} \quad , \quad \mu = ۲/۲۵۶ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{kg/m.s}$$

$$k = ۰/۰۳۳۱\,\mathrm{W/ m\,.^\circ C} \ , \ Pr = ۰/۶۹\ , \ \rho = ۰/۸۹۹\ \mathrm{kg/m^۳} \ , \ Re = \frac{(۰/۸۹۹)\left(\frac{۱}{۱۶}\right)(۰/۰۲۵۴)\,(۶)}{۲/۲۵۶ \times ۱۰^{-۵}} = ۳۷۹/۶$$

$$h = \frac{۰/۰۳۳۱}{\left(\frac{۱}{۱۶}\right)(۰/۰۲۵۴)}\ (۰/۶۸۳)\,(۳۷۹/۶۱)^{۰/۴۶۶}\,(۰/۶۹)^{\frac{۱}{۳}} = ۲۰۰/۳\ \mathrm{W/ m^۲.^\circ C}$$

$$\frac{q}{L} = (۲۰۰/۳)\,(\pi)\left(\frac{۱}{۱۶}\right)(۰/۰۲۵۴)\,(۱۵۰ - ۹۰) = ۵۹/۹۵\ \mathrm{W/m}$$

۴۶- هلیم ۱ atm، ۳۲۵ K و سرعت ۹ m/s در روی استوانه‌ای به قطر ۳ mm که تا ۴۲۵ K گرم شده، جریان دارد. انتقال گرما به ازای واحد طول سیم را حساب کرده و این با انتقال گرما توسط هوا در همین شرایط مقایسه کنید.

حل:

$T_f = \frac{۴۲۵+۳۲۵}{۲} = ۳۷۵\ K \quad , \quad \nu = ۱۸۱/۴ \times ۱۰^{-۶}\ m^۲/s$

$k = ۰/۱۹۲\ W/m.°C \quad , \quad pr = ۰/۷۱ \quad , \quad Re = \frac{(۰/۰۰۳)(۹)}{۱۸۱/۴ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۴۸/۸$

$C = ۰/۶۸۳ \quad , \quad n = ۰/۶۱۸ \quad , \quad h = \frac{۰/۱۹۲}{۰/۰۰۳}(۰/۶۸۳)(۱۴۸/۸)^{۰/۶۱۸}(۰/۷۱)^{\frac{۱}{۳}} = ۸۵/۸۶\ W/m^۲.°C$

$\frac{q}{L} = h.\pi.d\,(T_w - T_\infty) = (۸۵/۸۶)(\pi)(۰/۰۰۳)(۴۲۵-۳۲۵) = ۸۰۹\ W/m$

۴۷- آهنگ انتقال گرما به ازای واحد طول را برای جریان از روی استوانه‌ای به قطر ۰/۰۲۵ mm و دمای ۶۵°C به دست آورید. محاسبه را برای دو حالت زیر انجام دهید: الف) هوا در ۲۰°C، ۱۰۰ kPa و $u_\infty = ۶$ m/s و ب) آب در دما ۲۰°C و $u_\infty = ۶$ m/s.

حل:

$T_f = \frac{۶۵+۲۰}{۲} = ۴۲/۵\ °C = ۳۱۵/۵\ K$

هوا:

$\rho = ۱/۱۱۹\ kg/m^۳ \quad , \quad \mu = ۲/۰۱۲ \times ۱۰^{-۵}\ kg/m.s$

$k = ۰/۰۲۷۴\ W/m.°C \quad , \quad pr = ۰/۷ \quad , \quad Re = \frac{(۱/۱۱۹)(۶)(۰/۰۲۵ \times ۱۰^{-۳})}{۲/۰۱۲ \times ۱۰^{-۵}} = ۸/۳۴۲$

$C = ۰/۹۱۱ \quad , \quad n = ۰/۳۸۵ \quad , \quad h = \frac{۰/۰۲۷۴}{۰/۰۲۵ \times ۱۰^{-۳}}(۰/۹۱۱)(۸/۳۴۲)^{۰/۳۸۵}(۰/۷)^{\frac{۱}{۳}} = ۲۰۰۶\ W/m^۲.°C$

$\frac{q}{L} = (۲۰۰۶)(\pi)(۰/۰۲۵ \times ۱۰^{-۳})(۶۵-۲۰) = ۷/۰۹۱\ W/m$

آب:

$\rho = ۹۱۱\ kg/m^۳ \quad , \quad \mu = ۶/۲ \times ۱۰^{-۴}\ kg/m.s$

$k = ۰/۶۳۵\ W/m.°C \quad , \quad pr = ۴/۱ \quad , \quad Re = \frac{(۹۱۱)(۶)(۰/۰۲۵ \times ۱۰^{-۳})}{۶/۲ \times ۱۰^{-۴}} = ۲۲۹/۸$

$C = ۰/۶۸۳ \quad , \quad n = ۰/۴۶۶ \quad , \quad h = \frac{۰/۶۳۵}{۰/۰۲۵ \times ۱۰^{-۳}}(۰/۶۸۳)(۲۲۹/۸)^{۰/۴۶۶}(۴/۱)^{\frac{۱}{۳}} = ۳/۵۷ \times ۱۰^{۵}\ W/m^۲.°C$

$\frac{q}{L} = (۳/۵۷ \times ۱۰^{۵})(\pi)(۰/۰۲۵ \times ۱۰)(۶۵-۲۰) = ۱۲۶۱\ W/m$

۴۸- نتایج انتقال گرما به دست آمده از معادلات (۱۷-۶) و (۱۸-۶) را برای آب با اعداد رینولدز $۱۰^۳$، $۱۰^۴$ و $۱۰^۵$ و دمای فیلم ۹۰°C، با هم مقایسه کنید.

حل:

$$\frac{h.d}{k_f} = ۲\left(\frac{u_\infty . d}{\nu_f}\right)^n pr_f^{\frac{1}{3}} \quad (I) \qquad , \qquad Nu_f = (۰/۳۵ + ۰/۵۶\, Re_f^{۰/۵۲})\, pr_f^{۰/۳} \quad (II)$$

$$T_f = ۹۰\,^\circ C \quad , \quad k_f = ۰/۶۷۴\ W/m\,.^\circ C \quad , \quad pr = ۲/۱$$

$$\frac{h_I}{h_{II}} = \frac{\left[C Re_f^n\right]_I}{\left[۰/۳۵ + ۰/۵۶\, Re_f^{۰/۵۲}\right]_{II}} \quad , \quad Re = ۱۰^۲ \ , \quad C = ۰/۶۸۳ \ , \quad n = ۰/۴۶۶$$

$$\frac{h_I}{h_{II}} = \frac{(۰/۶۸۳)(۱۰^۲)^{۰/۴۶۶}}{۰/۳۵ + (۰/۵۶)(۱۰^۲)^{۰/۵۲}} = ۰/۸۲۵$$

$$Re = ۱۰^۴ \ , \quad C = ۰/۱۹۳ \ , \quad n = ۰/۶۱۸ \ , \quad \frac{h_I}{h_{II}} = ۰/۶۶۷$$

$$Re = ۱۰^۵ \ , \quad C = ۰/۰۲۶۶ \ , \quad n = ۰/۸۰۵ \ , \quad \frac{h_I}{h_{II}} = ۰/۳۳۴$$

۴۹- خط لوله‌ای به قطر ۵۰ cm در قطب شمال، روغن گرم به دمای ۵۰°C را انتقال می‌دهد. باد شدید قطبی در عرض لوله با سرعت ۱۳ m/s و دمای ۳۵°C- می‌وزد. اتلاف گرما به ازاء واحد طول را لوله حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۵۰ - ۳۵}{۲} = ۷/۵\,^\circ C = ۲۸۰/۵\ K \ , \quad \rho = \frac{۱۰/۱۳۲۲ \times ۱۰^۵}{(۲۸۷)(۲۸۰/۵)} = ۱/۲۵۹\ kg/m^۳ \ , \quad \mu = ۱/۷۹ \times ۱۰^{-۵}\ kg/m.s$$

$$k = ۰/۰۲۴۷\ W/m\,.^\circ C \quad , \quad pr = ۰/۷۱ \ , \quad Re = \frac{(۱/۲۵۹)(۱۳)(۰/۵)}{۱/۷۹ \times ۱۰^{-۵}} = ۴۵۷۰۰۰$$

$$C = ۰/۲۶۶ \ , \quad n = ۰/۸۰۵ \ , \quad h = \frac{۰/۰۲۴۷}{۰/۵}(۰/۰۲۶۶)(۴۵۷۰۰۰)^{۰/۸۰۵}(۰/۷۱)^{\frac{1}{3}} = ۴۲/۲۱\ W/m^۲.^\circ C$$

$$\frac{q}{L} = (۴۲/۲۱)(\pi)(۰/۵)(۵۰ + ۳۵) = ۵۶۳۶\ W/m$$

۵۰- دو لوله یکی به قطر ۴ cm و دیگری با مقطع مربعی به ضلع ۴ cm موجود است. هوا در ۱۰۰ kPa و ۲۷°C با سرعت ۲۰ m/s روی لوله‌ها می‌وزد. انتقال گرما را در هر دو حالت به فرض آن که دمای دیوارهٔ لوله ۵۰°C باشد، حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۵۰ + ۲۷}{۲} = ۳۸/۵\,^\circ C = ۳۱۱/۵\ K \ , \quad \nu = ۱۷/۷۴ \times ۱۰^{-۶}\ m^۲/s$$

$$k = ۰/۰۲۷۱۱\ W/m\,.^\circ C \quad , \quad pr = ۰/۷ \ , \quad Re = \frac{(۲۰)(۰/۰۴)}{۱۷/۷۴ \times ۱۰^{-۶}} = ۴/۵۱ \times ۱۰^۴$$

لوله دایره‌ای:

$$h = \frac{۰/۰۲۷۱۱}{۰/۰۴}(۰/۰۲۶۶)(۴/۵۱ \times ۱۰^۴)^{۰/۸۰۵}(۰/۷)^{\frac{1}{3}} = ۸۹/۳۲\ W/m^۲.^\circ C$$

لوله مربعی:

$$h = \frac{۰/۰۲۷۱۱}{۰/۰۴}(۰/۱۰۲)(۴/۵۱ \times ۱۰^۴)^{۰/۶۷۵}(۰/۷)^{\frac{1}{3}} = ۸۵/۰۴\ W/m^۲.^\circ C$$

$$\frac{q}{L} = (۸۹/۳۲)(\pi)(۰/۰۴)(۵۰ - ۲۷) = ۲۵۸/۱\ W/m$$

$$\frac{q}{L} = (۸۵/۰۴)(۴)(۰/۰۴)(۵۰ - ۲۷) = ۳۱۲/۹\ W/m$$

۵۱- استوانه‌ای به قطر ۳ cm در جریان دی‌اکسیدکربن به دمای ۲۰۰°C و فشار ۲۰۰ kPa قرار می‌گیرد. دمای ثابت استوانه ۵۰°C و سرعت دی‌اکسیدکربن ۴۰ m/s است. انتقال گرما به استوانه را به ازای واحد طول آن حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{200+50}{2} = 125\ ^\circ\mathrm{C} = 398\ \mathrm{K}, \qquad \nu = 14/35 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$$

$$k = 0/0246\ \mathrm{W/m.^\circ C}, \qquad pr = 0/74, \qquad Re = \frac{u_\infty . d}{\nu} = \frac{(40)(0/03)}{14/35 \times 10^{-6}} = 83624$$

$$C = 0/0266, \qquad n = 0/805, \qquad h = \frac{0/0246}{0/03}\,(0/0266)(83624)^{0/805}(0/74)^{\frac{1}{3}} = 181\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

$$\frac{q}{L} = h.\pi.d\,(T_w - T_\infty) = (181)(\pi)(0/03)(200-50) = 814\ \mathrm{W/m}$$

معادله چرچیل

$$Nu_d = 0/3 + \frac{(0/62)(83624)^{\frac{1}{2}}(0/74)^{\frac{1}{3}}}{\left[1+\left(\frac{0/4}{0/74}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}}\left[1+\left(\frac{83624}{282000}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = 220/8$$

به مقدار معادله نزدیک است، پس دقت بالایی دارد.

$$h = \frac{(220/8)(0/0246)}{0/03} = 181\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

۵۲- هلیم در فشار ۱۵۰ kPa و دمای ۲۰°C با سرعت ۵۰ m/s روی استوانه افقی به قطر ۳۰ cm و طول ۶ m رانده می‌شود اگر دمای ثابت سطح ۱۰۰°C باشد اتلاف گرما از استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{100+20}{2} = 60\ ^\circ\mathrm{C} = 333\ \mathrm{K}, \quad \rho = \frac{150 \times 10^3}{(2078)(333)} = 0/217\ \mathrm{kg/m^3}, \quad \mu = 216 \times 10^{-7}\ \mathrm{kg/m.s}$$

$$k = 0/159\ \mathrm{W/m.^\circ C}, \qquad Pr = 0/7, \qquad Re = \frac{(0/217)(50)(0/3)}{216 \times 10^{-7}} = 1/5 \times 10^5$$

$$C = 0/0266, \qquad n = 0/805, \qquad h = \frac{0/159}{0/3}(0/0266)(1/5 \times 10^5)^{0/805}(0/7)^{\frac{1}{3}} = 184/2\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

$$q = h.\pi.d.L\,(T_w - T_\infty) = (184/2)(\pi)(0/3)(6)(100-20) = 83460\ \mathrm{W}$$

معادله چرچیل:

$$Nu_d = 0/3 + \frac{(0/62)(1/5\times 10^5)^{\frac{1}{2}}(0/7)^{\frac{1}{3}}}{\left[1+\left(\frac{0/4}{0/7}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}}\left[1+\left(\frac{1/5\times 10^5}{282000}\right)^{\frac{5}{8}}\right]^{\frac{4}{5}} = 323/3$$

حدود ۷٪ کم‌تر است.

$$h = \frac{(323/3)(0/159)}{0/3} = 171/4\ \mathrm{W/m^2.^\circ C}$$

۵۳- استوانه‌ای به قطر ۲۵/۰ اینچ و دمای ثابت ۳۰۰°C، در جریان CO_2 با فشار ۱۰۰ kPa و دمای ۳۰°C قرار دارد. اگر سرعت CO_2 ۳۵ m/s باشد، اتلاف گرمای ۴/۵ m از استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{۳۰۰+۳۰}{۲}=۱۶۵\ ^\circ C=۴۳۸\ K\ ,\qquad \nu=۱۶/۵\times ۱۰^{-۶}\ m^۲/s$$

$$k=۰/۰۳۷\ W/m\ .^\circ C\ ,\qquad Pr=۰/۷۲۵\ ,\qquad Re=\frac{(۰/۲۵)(۰/۰۲۵۴)(۳۵)}{۱۶/۵\times ۱۰^{-۶}}=۱۳۴۶۹/۷$$

$$C=۰/۱۹۳\ ,\qquad n=۰/۶۱۸\ ,\qquad h=\frac{۰/۰۳۷}{(۰/۲۵)(۰/۰۲۵۴)}(۰/۱۹۳)(۱۳۴۶۹/۷)^{۰/۶۱۸}(۰/۷۲۵)^{\frac{۱}{۳}}=۲۶۲/۷۴\ W/m^۲.^\circ C$$

$$q=h.\pi.dL\,(T_w-T_\infty)=(۲۶۲/۷۴)(\pi)(۰/۰۲۵۴)(۰/۲۵)(۴/۵)(۳۰۰-۳۰)=۴۰۰۹\ W$$

۵۴- استوانه‌ای به قطر ۲۰ cm در جریان $CO_۲$ با فشار ۱۰۰ kPa و ۳۰۰ K قرار دارد. دمای ثابت استوانه ۴۰۰ K و سرعت $CO_۲$ ۵۰ m/s است. اتلاف گرما به ازاء واحد طول استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{۳۰۰+۴۰۰}{۲}=۳۵۰\,K\ ,\qquad \nu=۱۱/۱۹\times ۱۰^{-۶}\ m^۲/s$$

$$k=۰/۰۲۰۴۷\,W/m\ .^\circ C\ ,\qquad pr=۰/۷۵۵\ ,\qquad Re=\frac{(۵۰)(۰/۲)}{۱۱/۱۹\times ۱۰^{-۶}}=۸/۹۴\times ۱۰^{-۵}$$

معادله چرچیل :

$$Nu_d=۰/۳+\frac{(۰/۶۲)(۸/۹۴\times ۱۰^{-۵})^{\frac{۱}{۲}}(۰/۷۵۵)^{\frac{۱}{۳}}}{\left[۱+\left(\frac{۰/۴}{۰/۷۵۵}\right)^{\frac{۲}{۳}}\right]^{\frac{۱}{۴}}}\left[۱+\left(\frac{۸/۹۴\times ۱۰^{۵}}{۲۸۲۰۰۰}\right)^{\frac{۵}{۸}}\right]^{\frac{۴}{۵}}=۱۱۵۱$$

$$h=\frac{(۱۱۵۱)(۰/۰۲۴۷)}{۰/۲}=۱۱۷/۸\ W/m^۲.^\circ C$$

$$\frac{q}{L}=h.\pi.d\ (T_w-T_\infty)=(۱۱۷/۸)(\pi)(۰/۲)(۴۰۰-۳۰۰)=۷۴۰۱\ W/m$$

۵۵- هوا روی استوانه‌ای به سطح مقطع ۴ $cm^۲$ با سرعت ۱۰ m/s جریان دارد. دمای سطحی ۸۵°C و شرایط جریان هوای آزاد ۲۰°C و ۶۰ kPa است. اتلاف گرما به ازاء واحد طول استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{۲۰+۸۵}{۲}=۵۲/۵\ ^\circ C=۳۲۵/۵\ K\ ,\quad \rho=\frac{(۰/۶)(۱/۰۱\times ۱۰^۵)}{(۲۸۷)(۳۲۵/۵)}=۰/۶۵۱\ \frac{kg}{m^۳}\ ,\quad \mu=۱/۹۶\times ۱۰^{-۵}\ \frac{kg}{m.s}$$

$$k=۰/۰۲۸۱\ \frac{W}{m.^\circ C}\ ,\qquad pr=۰/۷\ ,\qquad Re=\frac{(۰/۶۵۱)(۱۰)(۰/۰۴)}{۱/۹۶\times ۱۰^{-۵}}=۱۳۲۸۱$$

$$C=۰/۱۰۲\ ,\qquad n=۰/۶۷۵\ ,\qquad h=\frac{۰/۰۲۸۱}{۰/۰۴}(۰/۱۰۲)(۱۳۲۸۱)^{۰/۶۷۵}(۰/۷)^{\frac{۱}{۳}}=۳۸/۶۲\ \frac{W}{m^۲.^\circ C}$$

$$\frac{q}{L}=h.\pi.d\ (T_w-T_\infty)=(۳۸/۶۲)(\pi)(۰/۰۴)(۸۵-۲۰)=۳۱۵/۴\ \frac{W}{m}$$

۵۶- بر روی کره‌ای به قطر ۳ mm، آب با سرعت ۶ m/s جاری است. دمای جریان آزاد ۳۸°C و دمای کره ۹۳°C می‌باشد. آهنگ انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

در $38^\circ C:\ \rho = 993\ kg/m^3 \quad , \quad \mu = 6.82\times10^{-4}\ kg/m.s \quad , \quad k = 0.63\ W/m.^\circ C \quad , \quad pr = 4.53$

در $93^\circ C:\ \mu = 3.06\times10^{-4}\ kg/m.s \quad , \quad Re_\infty = \frac{(993)(0.003)(6)}{6.82\times10^{-4}} = 26208$

$$h = \frac{0.63}{0.003}\left[1.2 + (0.53)(26208)^{0.54}\right]\left(\frac{6.82}{3.06}\right)^{0.25}(4.53)^{0.3} = 52520\ W/m^2.^\circ C$$

$$q = (52520)(4\pi)(0.0015)^2(93-38) = 81.67\ W$$

۵۸- دمای سطح مخزن کروی به قطر ۴ m ۴۰°C است. هوا در ۱۰۰ kPa و ۲۰°C با سرعت ۶ m/s بر روی مخزن می‌وزد. اتلاف گرمایی کره را به دست آورید.

حل:

$T_\infty = 293\ K, \quad \nu_\infty = 15.96\times10^{-6}\ m^2/s \quad , \quad k = 0.026\ W/m.^\circ C \quad , \quad pr = 0.71$

$T_w = 313\ K, \quad \nu_w = 17.86\times10^{-6}\ m^2/s \quad , \quad Re = \frac{(6)(4)}{15.96\times10^{-6}} = 1.5\times10^{6}$

$$h = \frac{0.026}{4}\left\{2 + \left[(0.4)(1.5\times10^6)^{\frac{1}{2}} + (0.06)(1.5\times10^6)^{\frac{2}{3}}\right]\times(0.71)^{0.4}\left(\frac{15.96}{17.86}\right)^{\frac{1}{4}}\right\} = 7.045\ W/m^2.^\circ C$$

$$q = (7.045)(4\pi)(2)^2(40-20) = 7082\ W$$

۵۹- قطر کرهٔ گرمی ۳ cm و دمای ثابت آن ۹۰°C بوده و در جریان آب ۲۰°C قرار دارد سرعت جریان آب ۳/۵ m/s است. اتلاف گرمایی از کره را حساب کنید.

حل:

در $T_\infty = 20^\circ C \ , \quad \rho = 997\ kg/m^3 \quad , \quad \mu = 9.75\times10^{-4}\ kg/m.s \quad , \quad k = 0.6\ W/m.^\circ C \quad , \quad pr = 6.7$

در $T_w = 90^\circ C \ , \quad \mu_w = 3.2\times10^{-4}\ kg/m.s \quad , \quad Re = \frac{(997)(3.5)(0.03)}{9.75\times10^{-4}} = 1.073\times10^{5}$

معادله (۶-۲۹)

$$Nu.pr^{-0.3}\left(\frac{\mu_w}{\mu}\right)^{0.25} = 1.2 + 0.53\,Re_d^{0.54}$$

$$h = \frac{0.6}{0.03}\left[1.2 + (0.53)(1.073\times10^5)^{0.54}\right]\left(\frac{9.75}{3.2}\right)^{0.25}(6.7)^{0.3} = 12957\ W/m^2.^\circ C$$

$$q = h(4\pi r^2)(T_w - T_\infty) = (12957)(4\pi)(0.015)^2(90-20) = 2564\ W$$

۶۰- داخل کرهٔ کوچکی به قطر ۶ mm یک گرمکن برقی قرار دارد که دمای سطح بیرونی آن را در ۲۲۰°C نگه می‌دارد. کره در جریان هوایی با فشار ۱ atm، دمای ۲۰°C و سرعت ۲۰ m/s قرار دارد. آهنگ انتقال گرما به کره را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۲۲۰+۲۰}{۲} = ۱۲۰\ ^\circ C = ۳۹۳\ K\ , \qquad \nu = ۲/۲۵۶ \times ۱۰^{-۵}\ m^۲/s$$

$$k = ۰/۰۳۳۱\ W/m\ .^\circ C \quad , \quad Pr = ۰/۶۹\ , \quad Re = \frac{u_\infty .d}{\nu} = \frac{(۲۰)(۰/۰۰۶)}{۲/۲۵۶ \times ۱۰^{-۵}} = ۵۳۱۹$$

$$\frac{h.d}{k} = ۰/۳۷\ Re^{۰/۶} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{۰/۰۳۳۱}{۰/۰۰۶}\ (۰/۳۷)(۵۳۱۹)^{۰/۶} = ۳۵۱/۱\ W/m^۲.^\circ C$$

$$q = h\ (۴\pi r^۲)\ (T_w - T_\infty) = (۳۵)\ (۴\pi)\ (۰/۰۰۳)^۲ (۲۲۰-۲۰) = ۷/۹۴\ W$$

۶۱- هوا با فشار ۳ atm بر روی صفحهٔ تختی با سرعت ۱۰۰ m/s جریان دارد. دمای صفحه ۲۰۰°C و دمای جریان آزاد ۳۰°C است. اتلاف گرما صفحه مربعی به ضلع ۱ m را محاسبه کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۲۰۰+۳۰}{۲} = ۱۱۵\ ^\circ C = ۳۸۸\ K\ , \quad \rho = \frac{(۳)(۱/۰۱ \times ۱۰^۵)}{(۲۸۷)(۳۸۸)} = ۲/۷۳\ kg/m^۳ \quad , \quad \mu = ۲/۲۳۵ \times ۱۰^{-۵}\ kg/m.s$$

$$k = ۰/۰۳۲۸\ W/m\ .^\circ C \quad , \quad pr = ۰/۶۹\ , \quad Re = \frac{(۲/۷۳)(۱۰۰)(۱)}{۲/۲۳۵ \times ۱۰^{-۵}} = ۱/۲۲ \times ۱۰^۷$$

$$\bar{h} = \frac{k}{L}\ Pr^{\frac{۱}{۳}} \left[۰/۰۳۷ Re^{۰/۸} - ۸۷۱ \right] = \frac{۰/۰۳۲۸}{۱}\ (۰/۶۹)^{\frac{۱}{۳}} \left[(۰/۰۳۷)\ (۱/۲۲ \times ۱۰^۷)^{۰/۸} - ۸۷۱ \right] = ۴۷۵\ W/m^۲.^\circ C$$

$$q = \bar{h} A\ (T_w - T_\infty) = (۴۷۵)\ (۱)^۲ (۲۰۰-۳۰) = ۸۰۸۰۱\ W$$

۶۲- هوا با فشار ۳/۵ MPa و دمای ۳۸°C روی دسته‌ای لوله، شامل ۴۰۰ لوله به قطر خارجی ۱/۲۵ cm که به صورت یک در میان و به ارتفاع ۲۰ ردیف آرایش یافته‌اند، جریان دارد؛ $S_p = ۳۷/۵$ و $S_n = ۲۵$ mm است. سرعت جریان ورودی ۹ m/s است و دمای دیوارهٔ لوله، توسط یک بخار چگالنده در داخل لوله‌ها در ۲۰۰°C، ثابت نگه داشته می‌شود. طول لوله‌ها ۱/۵ m است. دمای هوای خروجی از دسته لوله‌ها را به دست آورید.

حل:

$$T_f = \frac{۲۰۰+۳۸}{۲} = ۱۱۹\ ^\circ C = ۳۹۲\ K\ , \quad \text{در}\ ۳۸^\circ C \quad \rho = \frac{۳/۵ \times ۱۰^۶}{(۲۸۷)(۳۱۱)} = ۳۹/۲\ kg/m^۳\ , \quad \mu_f = ۲/۲۵ \times ۱۰^{-۵}\ kg/m.s$$

$$k_f = ۰/۰۳۳۱\ W/m\ .^\circ C \quad , \quad pr_f = ۰/۶۹\ , \quad \dot{m} = (۳۹/۲)\ (۹)\ (۱/۵)\ (۲۰)\ (۰/۰۲۵) = ۲۶۴/۷\ kg/s$$

$$\rho_s = \frac{۳/۵ \times ۱۰^۶}{(۲۸۷)(۳۹۲)} = ۳۱/۱\ kg/m^۳ \quad , \quad C_p = ۱۰۱۰\ J/kg.^\circ C \quad , \quad u_{max} = u_\infty \left(\frac{S_n}{S_n - d} \right) = ۹ \left(\frac{۲/۵}{۲/۵ - ۱/۲۵} \right) = ۱۸\ m/s$$

$$\frac{S_n}{d}=۲ , \qquad \frac{S_p}{d}=۳ , \qquad Re_{max}=\frac{(۳۱/۱)(۱۸)(۰/۰۱۲۵)}{۲/۲۵\times ۱۰^{-۵}}=۳۱۱۰۰۰$$

$$C=۰/۴۸۸ , \quad n=۰/۵۶۲ , \qquad h=\frac{۰/۰۳۳۱}{۰/۰۱۲۵}(۰/۴۸۸)(۳۱۱۰۰۰)^{۰/۵۶۲}(۰/۶۹)^{\frac{۱}{۳}}=۱۳۹۵\ W/m^۲.°C$$

$$q=\dot{m}.C_p.\Delta T=hA\,(T_w-T_{mean})$$

$$(۲۶۴/۷)(۱۰۱۰)(T_e-۳۸)=(۱۳۹۵)(۴۰۰)(\pi)(۰/۰۱۲۵)(۱/۵)\left(۲۰۰-\frac{Te+۳۸}{۲}\right)$$

$$T_e=۵۶/۷۶\ °C , \qquad q=۵۱۰۱۶\ W$$

۶۳- یک دسته لوله در یک ردیف آرایش یافته و در آن $S_n = S_p =$ ۱/۹ cm و قطر لوله‌ها ۶/۳۲ mm است. عمق دسته ۶ لوله و ارتفاع آن ۵۰ لوله است. دمای سطح لوله‌ها در ۹۰°C ثابت است و هوای جو با دمای ۲۰°C و سرعت ۴/۵ m/s؛ قبل از آنکه جریان وارد دسته لوله شود، از بین آنها عبور می‌کند. کل انتقال گرما به ازای واحد طول را برای دسته لوله حساب کنید. افت فشار را به دست آورید.

حل:

$$\frac{S_p}{d}=\frac{S_n}{d}=\frac{۱/۹}{۰/۶۳۲}=۳ , \quad u_\infty=۴/۵\ m/s , \quad T_\infty=۲۹۳\ K , \quad P=۱\ atm$$

$$T_f=\frac{۹۰+۲۰}{۲}=۵۵°C=۳۲۸\ K , \quad \rho_\infty=۱/۱۸\ kg/m^۳ , \quad \mu=۲/۰۳۴\times۱۰^{-۵}\ kg/m.s , \quad \rho=۱/۰۷۷\ kg/m^۳$$

$$k=۰/۰۲۸۴\ W/m.°C , \quad Pr=۰/۷ , \quad C_p=۱۰۰۷\ J/kg.°C , \quad u_{max}=u_\infty\left(\frac{S_n}{S_n-d}\right)=(۴/۵)(۱/۵)=۶/۷۵\ m/s$$

$$Re=\frac{(۱/۰۷۷)(۶/۷۵)(۰/۰۰۶۳۲)}{۲/۰۳۴\times۱۰^{-۵}}=۲۲۶۲$$

$$C=۰/۳۱۷ , \quad n=۰/۶۰۸ , \qquad h=\frac{۰/۰۲۸۴}{۰/۰۰۶۳۲}(۰/۳۱۷)(۲۲۶۲)^{۰/۶۰۸}(۰/۷)^{\frac{۱}{۳}}(۰/۹۲)=۱۳۱/۴\ W/m^۲.°C$$

$$\frac{q}{L}=(۱۳۱/۴)(۶)(۵۰)(\pi)(۰/۰۰۶۳۲)\left(۹۰-\frac{Te}{۲}-\frac{۲۰}{۲}\right)=(۱/۱۸)(۵۰)(۰/۰۱۹)(۴/۵)(۱۰۰۷)(Te-۲۰)$$

$$T_e=۳۰/۰۳\ °C , \qquad \frac{q}{L}=۵۰۹۴۴\ W/m$$

$$Re_{max}=\frac{(۷/۲۷)(۰/۰۰۶۳۲)}{۲/۰۳۴\times۱۰^{-۵}}=۲۲۶۲ , \qquad G_{max}=(۱/۰۷۷)(۶/۷۵)=۷/۲۷\ Kg/m^۲.s$$

$$G_{max}=۵۳۶۱\ lbm/ft^۲.hr , \qquad \rho=۰/۰۷۳۷\ lbm/ft^۳$$

$$f'=\left[۰/۰۴۴+\frac{(۰/۰۸)(۳)}{۲^{۰/۸۰۷}}\right](۲۲۶۲)^{-۰/۱۵}=۰/۰۵۶۹$$

$$\text{در}\ ۹۰°C , \ \mu_w=۲/۱۷\times۱۰^{-۵}\ kg/m.s \qquad \text{در}\ ۲۰°C , \ \mu=۱/۹۸\times۱۰^{-۵}\ kg/m.s$$

$$\Delta p=\frac{(۰/۰۵۶۹)(۵۳۶۱)^۲(۶)}{(۰/۰۷۳۷)(۲/۰۹\times۱۰^۸)}\left(\frac{۲/۱۷}{۱/۹۸}\right)^{۰/۱۴}=۰/۶۴۵\ lb_f/ft^۲$$

۶۴- مسأله (۶۳-۶) را برای آرایش یک درمیان با همان مقادیر S_p و S_n تکرار کنید.

حل:

$$u_{max} = \frac{u_\infty\left(\frac{S_n}{2}\right)}{\left[\left(\frac{S_n}{2}\right)^2 + S_p^2\right]^{\frac{1}{2}} - d} = 2.86 \ \ \text{m/s}$$

$$Re = \frac{\rho . u_{max} . d}{\mu} = 958.6 , \qquad C = 0.467 , \qquad n = 0.574$$

$$\frac{h.d}{k_f} = C\left(\frac{u_\infty . d}{\nu_f}\right)^n . pr_f^{\frac{1}{3}} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{0.0284}{0.00633}(0.467)(958)^{0.574}(0.7)^{\frac{1}{3}}(0.95) = 284.14 \ \text{W/m}^2.^\circ\text{C}$$

$$\frac{q}{L} = (284.14)(6)(50)(\pi)(0.00633)\left(90 - \frac{T_e}{2} - \frac{20}{2}\right) = (1.18)(50)(0.019)(4.5)(1007)(T_e - 20)$$

$$T_e = 45.7\ ^\circ\text{C} , \qquad \frac{q}{L} = 130551.15 \ \text{W/m}$$

۶۵- بخار چگالنده به دمای $150°C$ را در داخل دسته لوله‌ای برای گرم کردن یک جریان متقاطع از CO_2 که در ۲۰۰ kPa و ۳۵°C و با سرعت ۵ m/s وارد می‌شود، به کار می‌برند. این دسته لوله شامل ۱۰۰ لوله به قطر خارجی ۱/۲۵ cm بوده که به طور مربع با آرایش در یک ردیف و $S_n = S_p = 1/875$ cm چیده شده‌اند. طول لوله‌ها ۶۰ cm است. با فرض آنکه دمای دیوارهٔ خروجی لوله در ۱۵۰°C ثابت باشد، کل انتقال گرما به CO_2 و دمای خروجی آن‌را حساب کنید.

حل:

$$\frac{S_p}{d} = \frac{S_n}{d} = 1.5 , \qquad T_f = \frac{150 + 35}{2} = 92.5\ ^\circ\text{C} = 365.5\ \text{K}$$

$$\rho = 5.226 \ \text{kg/m}^3 \qquad , \qquad \mu_f = 17.82 \times 10^{-6} \ \text{kg/m.s} \qquad , \qquad \rho_f = \frac{(3)(1.0132 \times 10^5)}{(189)(365.5)} = 4.404 \ \text{kg/m}^3$$

در $35\ ^\circ\text{C} = 308\ \text{K}$, $k_f = 0.0218\ \text{W/m.}^\circ\text{C}$, $Pr_f = 0.75$, $C_p = 921\ \text{J/kg.}^\circ\text{C}$, $u_{max} = (5)\left(\frac{1.875}{1.875 - 1.25}\right) = 15\ \text{m/s}$

$$Re_{max} = \frac{(4.404)(15)(0.0125)}{17.82 \times 10^{-6}} = 46339 , \qquad C = 0.278 , \qquad n = 0.62$$

$$h = \frac{0.0218}{0.0125}(0.278)(46339)^{0.62}(0.75)^{\frac{1}{3}} = 344.2 \ \text{W/m}^2.^\circ\text{C}$$

$$q = (344.2)(100)(\pi)(0.0125)(0.6)\left(150 - \frac{T_e + 35}{2}\right) = (5.226)(10)(0.6)(0.01875)(5)(921)$$

$$T_e = 62.75\ ^\circ\text{C} , \qquad q = 74059 \ \text{W}$$

۶۶- دسته لوله‌ای در یک ردیف، از لوله‌های به قطر ۲/۵ cm با ۱۵ ردیف ارتفاع و ۷ ردیف عمق ساخته شده است. دمای لوله‌ها ۹۰°C است و هوای جو با ۲۰°C و ۱۲ m/s = u_∞ از روی آنها عبور می‌کند. در این آرایش ۳/۷۵ = S_p و ۵ cm = S_n است. انتقال گرما از این دسته لوله را به ازای هر متر طول حساب کنید. افت فشار را نیز به دست آورید.

حل:

$T_f = ۵۵\,^\circ\text{C} = ۳۲۸\ \text{K}\ ,\qquad u_\infty = ۱۲\ \text{m/s}\ ,\qquad k = ۰/۰۲۸۴\ \text{W/m}.^\circ\text{C}\ ,\qquad Pr = ۰/۷$

$\nu = ۱۹/۰۴ \times ۱۰^{-۶}\ \text{m}^۲/\text{s}\ ,\qquad d = ۲/۵\ \text{cm}\ ,\qquad u_{max} = (۱۲)\left(\frac{۵}{۵ - ۲/۵}\right) = ۲۴\ \text{m/s}$

$Re_{max} = \frac{(۲۴)(۰/۰۲۵)}{۱۹/۰۴ \times ۱۰^{-۶}} = ۳/۱۵ \times ۱۰^{۴}\ ,\qquad C = ۰/۱۱۲\ ,\qquad n = ۰/۷۰۲$

$\bar{h} = \frac{۰/۰۲۸۴}{۰/۰۲۵}(۰/۱۱۲)(۳/۱۵ \times ۱۰^{۴})^{۰/۷۰۲}(۰/۷)^{\frac{۱}{۳}}(۰/۹۶) = ۱۵۶\ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$

$\frac{q}{L} = (۱۵۶)(\pi)(۰/۰۲۵)(۱۵)(۷)(۹۰ - ۲۰) = ۹ \times ۱۰^{۴}\ \text{W/m}$

$f' = \left[۰/۰۴۴ + \frac{(۰/۰۸)(۱/۵)}{۱}\right](۳/۱۵ \times ۱۰^{۴})^{-۰/۱۵} = ۳/۴۶۸ \times ۱۰^{-۲}$

$G_{max} = (۱/۰۷۶)(۲۴) = ۲۵/۸۳\ \text{kg/m}^۲.\text{s}\ ,\qquad \rho = \frac{۱/۰۱۳ \times ۱۰^{۵}}{(۲۸۷)(۳۲۸)} = ۱/۰۷۶\ \text{kg/m}^۳$

$\rho_\infty = ۱/۲۰۵\ \text{kg/m}^۳\ ,\qquad \Delta p = \frac{(۲)(۳/۴۶۸ \times ۱۰^{-۲})(۲۵/۸۳)^۲(۷)}{۱/۲۰۵}\left(\frac{۲/۱۲}{۱/۹۶}\right)^{۰/۱۴} = ۲۷۲\ \text{Pa}$

۶۷- هوا با دمای ۳۰۰ K و فشار ۱ atm به دسته لوله‌ای در یک ردیف وارد می‌شود. دسته لوله دارای ۵ ردیف و هر ردیف شامل ۱۰ لوله است. قطر لوله ۲/۵ cm و ۵ cm = S_p = S_n است. سرعت هوای ورودی ۱۰ m/s و دمای ثابت دیوارهٔ لوله ۳۵۰ K است. دمای هوای خروجی را حساب کنید.

حل:

$T_f = \frac{۳۵۰ + ۳۰۰}{۲} = ۳۲۵\ \text{K}\ ,\qquad k = ۰/۰۲۸۱\ \text{W/m}.^\circ\text{C}\ ,\qquad Pr = ۰/۷$

$\nu = ۱۸/۲۳ \times ۱۰^{-۶}\ \text{m}^۲/\text{s}\ ,\qquad u_{max} = (۱۰)\left(\frac{۵}{۲}\right) = ۲۰\ \text{m/s}\ ,\qquad Re_{max} = \frac{(۲۰)(۰/۰۲۵)}{۱۸/۲۳ \times ۱۰^{-۶}} = ۲۷۴۲۷$

$\frac{S_n}{d} = \frac{S_p}{d} = \frac{۵}{۲/۵} = ۲\ ,\qquad C = ۰/۲۵۴\ ,\qquad n = ۰/۶۳۲$

$h = \frac{۰/۰۲۸۱}{۰/۰۲۵}(۰/۲۵۴)(۲۷۴۲۷)^{۰/۶۳۲}(۰/۷)^{\frac{۱}{۳}} = ۱۶۱/۸\ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$

ضریب تصحیح برای ۵ لوله: ۰/۹۲

$h = (۱۶۱/۸)(۰/۹۲) = ۱۴۸/۸\ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$

اگر از جدول *Zukauskas* استفاده کنیم:

$C = ۰/۲۷\ ,\qquad n = ۰/۶۳\ ,\qquad h = ۱۶۶/۹\ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$

۰/۹۲ = ضریب تصحیح

$h = (۱۶۶/۹)(۰/۹۲) = ۱۵۳/۵\ \text{W/m}^۲.^\circ\text{C}$

تنها ۳٪ تفاوت دارند.

۶۸- هوای جو با دمای ۲۰°C و سرعت ۱۵ m/s روی میله‌ای به سطح مقطع ۵ cm² جریان دارد. سرعت بر یکی از وجوه میله عمود است اگر دمای سطح ۹۰°C باشد انتقال گرما به ازای واحد طول را به دست آورید.

حل:
$$T_f = \frac{90+20}{2} = 55^\circ C = 328\ K \ , \quad \rho = \frac{1.01\times10^5}{(287)(328)} = 1.076\ kg/m^3 \ , \quad \mu = 2.035\times10^{-5}\ Pa.s$$

$$k = 0.0284\ W/m.^\circ C \ , \quad pr = 0.7 \ , \quad Re = \frac{(1.076)(0.05)(15)}{2.035\times10^{-5}} = 39656$$

$$C = 0.102 \ , \quad n = 0.675 \ , \quad h = \frac{0.0284}{0.05}(0.102)(39656)^{0.675}(0.7)^{\frac{1}{3}} = 65.34\ W/m^2.^\circ C$$

$$\frac{q}{L} = (65.34)(4)(0.05)(90-20) = 915\ W/m$$

۶۹- در نوعی گرم‌کن برقی خانگی برای پخش گرما از نوارهای فلزی نازک استفاده می‌شود. عرض نوارها ۶ mm و عمود بر جریان هوایی قرار گرفته‌اند که توسط یک پنکه کوچک تولید می‌شود. سرعت هوا ۲ m/s بوده و از هفت نوار ۳۵ سانتی‌متر استفاده شده است. چنان‌چه نوارها تا ۸۷۰°C گرم شوند، کل انتقال گرمای جابه‌جایی به هوای اتاق را در ۲۰°C حساب کنید. (توجه کنید که در چنین گرم‌کنی قسمت اعظم انتقال گرما به طریق تابش گرمایی انجام می‌شود).

حل:
$$T_f = \frac{870+20}{2} = 445\ ^\circ C = 718\ K \ , \quad \rho = \frac{1.01\times10^5}{(287)(718)} = 0.492\ kg/m^3 \ , \quad \mu = 3.386\times10^{-5}\ Pa.s$$

$$pr = 0.685 \ , \quad Re = \frac{(0.492)(2)(0.006)}{3.386\times10^{-5}} = 174.37$$

$$C = 0.228 \ , \quad n = 0.731 \ , \quad h = \frac{0.054}{0.006}(0.228)(174.37)^{0.731}(0.685)^{\frac{1}{3}} = 77.2\ W/m^2.^\circ C$$

$$q = (77.2)(7)(2)(0.006)(0.35)(870-20) = 1929\ W$$

۷۰- کانال مربعی به ابعاد ۳۰ در ۳۰ cm، در دمای ثابت ۳۰°C نگه‌داری می‌شود و جریان هوای ۵۰°C و ۱ atm با سرعت ۶ m/s از روی آنها عبور می‌کند. گرمای کسب شده توسط کانال را حساب کنید. اگر سرعت جریان به نصف کاهش یابد، جریان گرمایی چه‌قدر کم خواهد شد؟

حل:
$$T_f = \frac{50+30}{2} = 40^\circ C = 313\ K \ , \quad \rho = \frac{1.01\times10^5}{(287)(313)} = 1.128\ kg/m^3 \ , \quad \mu = 2.007\times10^{-5}\ Pa.s$$

$$pr = 0.7 \ , \quad Re = \frac{(1.128)(6)(0.3)}{2.007\times10^{-5}} = 101165 \ , \quad k = 0.0272\ W/m.^\circ C$$

$$C = 0.102 \ , \quad n = 0.675 \ , \quad h = \frac{0.0272}{0.3}(0.102)(101165)^{0.675}(0.7)^{\frac{1}{3}} = 19.63\ W/m^2.^\circ C$$

$$\frac{q}{L} = (19.63)(4)(0.3)(50-30) = 471\ W/m$$

اگر سرعت نصف شود:
$$h_{\frac{1}{2}} = (19.63)\left(\frac{1}{2}\right)^{0.675} = 12.29\ W/m^2.^\circ C$$

گرما به میزان ۳۷/۳٪ کاهش پیدا کند.
$$\frac{q}{L} = 294.96\ W/m$$

۷۲- بیسموت مایع در دمای ۴۰۰°C و با آهنگ ۱ kg/s وارد لوله فولادی به قطر ۲/۵ cm می‌شود. دمای دیوارهٔ لوله در ۴۵۰°C ثابت نگه داشته می‌شود. دمای خروجی بیسموت را برای وقتی که طول لوله ۶۰ cm باشد حساب کنید.

حل:

$$\text{در } ۴۰۰\,^\circ C: \quad \rho = ۹۹۵۰\ kg/m^۳ \quad , \quad \mu = ۱/۳۷ \times ۱۰^{-۳}\ Pa.s \quad , \quad C_p = ۰/۱۵\ kJ/kg.^\circ C$$

$$k = ۱۶/۴\ W/m.^\circ C \quad , \quad Pr = ۰/۰۱۳, \quad Re = \frac{(۰/۰۲۵)(۱)(۴)}{(\pi)(۰/۰۲۵)^۲(۱/۳۷ \times ۱۰^{-۳})} = ۳۷۶۴۵$$

$$Re.Pr = ۴۵۰/۴, \quad h = \frac{۱۶/۴}{۰/۰۲۵}\left[۵ + ۰/۰۲۵\,(۴۵۰/۴)^{۰/۸}\right] = ۵۴۲۳\ W/m^۲.^\circ C$$

$$q = (۱)(۱۵۰)(T_e - ۴۰۰) = (۵۴۲۳)(\pi)(۰/۰۲۵)(۰/۶)\left(۴۵۰ - \frac{Te - ۴۰۰}{۲}\right)$$

$$T_e = ۴۴۵/۹۸\,^\circ C \ , \quad q = ۶۸۹۸\ W$$

۷۳- سدیم مایع با آهنگ ۲/۳ kg/s را باید از ۱۲۰ تا ۱۴۹°C گرم کنیم. لوله‌ای به قطر ۲/۵ cm که به طریق الکتریکی گرم می‌شود، موجود است (شار گرمایی ثابت). اگر دمای دیوارهٔ لوله از ۲۰۰°C تجاوز نکند، کمترین طول لولهٔ لازم را حساب کنید.

حل:

$$\text{در } ۱۳۴/۵\,^\circ C: \quad \rho = ۹۰۰\ kg/m^۳ \quad , \quad \mu = ۰/۴۵ \times ۱۰^{-۳}\ Pa.s \quad , \quad C_p = ۱۳۴۵\ J/kg.^\circ C$$

$$k = ۸۲\ W/m.^\circ C \quad , \quad Pr = ۰/۰۰۸ \ , \quad q = (۲/۳)(۱۳۴۵)(۱۴۹ - ۱۲۰) = ۱۵۱/۶\ kW$$

$$Re = \frac{(۰/۰۲۵)(۲/۳)(۴)}{(\pi)(۰/۰۲۵)^۲(۰/۴۵ \times ۱۰^{-۳})(۹۰۰)} = ۲۶۰۲۰۰$$

$$Re.Pr = ۲۰۸۲, \quad h = \frac{۸۲}{۰/۰۲۵}\left[۴/۸۲ + ۰/۰۱۸۵۳\,(۲۰۸۲)^{۰/۸۲۷}\right] = ۴۹۵۰۰\ W/m^۲.^\circ C$$

$$۱۵۱۶۰۰ = (۴۹۵۰۰)(\pi)(۰/۰۲۵)(L)(۲۰۰ - ۱۴۹), \quad L = ۰/۷۶۵\ m$$

۷۴- عبارتی برای عدد ناسلت متوسط در مورد فلزات مایعی که بر روی صفحهٔ تختی جریان دارند، به دست آورید. از معادله (۴۲-۶) به عنوان نقطه شروع استفاده کنید.

حل:

$$Nu_x = \frac{h_x.X}{k} = ۰/۵۳\ Re_x^{\frac{۱}{۲}}.Pr^{\frac{۱}{۳}} \quad \Rightarrow \quad h_x = \frac{k}{X}(۰/۵۳)\,Re_x^{\frac{۱}{۲}}.Pr^{\frac{۱}{۳}} = C.X^{-\frac{۱}{۲}}$$

$$\bar{h} = \frac{\int_0^L h_x.dX}{\int_0^L dX} = ۲h_{x=L} \quad , \quad \frac{\bar{h}L}{k} = \bar{Nu}_L = ۱/۰۶\ Re_L^{\frac{۱}{۲}}\ .Pr^{\frac{۱}{۳}}$$

۷۵- آب با آهنگ ۰/۸ kg/s و دمای ۹۳°C در لوله مسی به قطر داخلی ۵ cm با سرعت مناسبی جریان دارد. ضخامت دیواره ۰/۸ mm است. هوا با دمای ۱۵°C، فشار جو و سرعت ۱۵ m/s روی سطح خارجی لوله در جهتی عمود بر محور آن جریان دارد. اتلاف گرما به ازای واحد طول لوله چه‌قدر است؟

حل: هوا: $T_f = \frac{93+15}{2} = 54\ ^\circ C = 327\ K$, $\rho = \frac{1.01\times 10^5}{(287)(327)} = 1.08\ kg/m^3$, $\nu = 2.03\times 10^{-5}\ m^2/s$

$k = 0.028\ W/m.^\circ C$, $Pr = 0.7$, $Re = \frac{(1.08)(15)(0.0516)}{2.03\times 10^{-5}} = 41163$

$$h_a = \frac{0.028}{0.0516}(0.0266)(41163)^{0.805}(0.7)^{\frac{1}{3}} = 66.44\ W/m^2.^\circ C$$

آب: $T = 93\ ^\circ C$, $\mu = 3.06\times 10^{-4}\ Pa.s$, $k = 0.678\ W/m.^\circ C$, $Pr = 1.9$

$$Re = \frac{(0.05)(0.8)(4)}{(\pi)(0.05)^2(3.06\times 10^{-4})} = 66574$$

$$h_w = \frac{(0.678)(0.023)(66574)^{0.8}(1.9)^{0.3}}{0.5} = 2911\ W/m^2.^\circ C$$

$$\frac{q}{L} = \frac{(93-15)(\pi)(1)}{\frac{1}{(66.44)(0.0516)} + \frac{1}{(29.11)(0.05)}} = 821\ W/m$$

۷۶- هوا با فشار ۱ atm، دمای ۳۵۰ K و آهنگ ۳۵ g/s وارد لوله‌ای به قطر ۱/۲۵ cm می‌شود. دمای سطح لوله ۳۰۰ K و طول آن ۱۲ m است. اتلاف گرمایی هوا و دمای خروجی آن را معین کنید.

حل: $T = 350\ K$, $\rho = 0.998\ kg/m^3$, $\nu = 20.76\times 10^{-6}\ m^2/s$, $\mu = 2.075\times 10^{-5}\ Pa.s$

$k = 0.03003\ W/m.^\circ C$, $Pr = 0.697$, $C_p = 1009\ J/kg.^\circ C$, $Re = \frac{(0.035)(4)(0.0125)}{(\pi)(0.0125)^2(2.075\times 10^{-5})} = 171810.64$

$$Gz = Re.Pr.\frac{d}{L} = (171810)(0.697)\left(\frac{0.0125}{12}\right) = 115.14\ W/m^2.^\circ C$$

$\frac{1}{Gz} = 8.68\times 10^{-3}$, $\bar{Nu}_d = 12.5$, $\bar{h} = \frac{(12.5)(0.03003)}{0.0125} = 30.03\ W/m^2.^\circ C$

$$q = hA(\bar{T}_b - T_w) = \dot{m}.C_p\ (T_i - T_e)$$

$(30.03)(\pi)(0.0125)(12)\left(175 + \frac{T_e}{2} - 300\right) = (0.035)(1009)(350 - T_e)$, $T_e = 331\ K$, $q = 589.4\ W$

۷۷- هوا در عرض لوله صافی به قطر ۵ cm با شرایط جریان آزاد ۲۰°C، ۱ atm و ۲۵ m/s = u_∞ می‌وزد اگر دمای سطح لوله ۷۷°C باشد، اتلاف گرما به ازای واحد طول را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۲۰+۷۷}{۲} = ۴۸/۵\,°C = ۳۲۱/۵\ K \quad , \qquad \rho = ۱/۰۸۷۷\ kg/m^۳ \quad , \quad \mu = ۱/۹۶\times ۱۰^{-۵}\ Pa.s$$

$$k = ۰/۰۲۸\ W/m.°C \quad , \quad Pr = ۰/۷ \ , \qquad Re = \frac{(۱/۰۸۷۷)(۲۵)(۰/۰۵)}{۱/۹۶\times ۱۰^{-۵}} = ۶۹۳۶۸/۶۲$$

$$Nu_d = ۰/۳ + \frac{(۰/۶۲)(۶۹۳۶۸/۶)^{\frac{۱}{۲}}(۰/۷)^{\frac{۱}{۳}}}{\left[۱+\left(\frac{۰/۴}{۰/۷}\right)^{\frac{۲}{۳}}\right]^{\frac{۱}{۴}}}\left[۱+\left(\frac{۶۹۳۶۸/۲}{۲۸۲۰۰۰}\right)^{\frac{۱}{۲}}\right] = ۱۹۰/۲۷$$

$$h = \frac{k}{d}Nu = \frac{(۰/۰۲۸)(۱۹۰/۲۷)}{۰/۰۵} = ۱۰۶/۵۵\ W/m^۲.°C$$

$$\frac{q}{L} = h.\pi.d\,(T_w - T_\infty) = (۱۰۶/۵۵)(\pi)(۰/۰۵)(۷۷-۲۰) = ۹۵۴\,W/m$$

۷۸- روغن موتور در دمای ۲۰°C وارد لوله بلندی به طول ۸ m می‌شود. قطر لوله ۱ in و آهنگ جریان ۰/۴ kg/s است. اگر دمای سطح لوله ۸۰°C باشد، دمای خروجی روغن را حساب کنید.

حل: فرض کنید که دمای کپه‌ای متوسط ۵۰°C باشد.

$$T_{b,mean} = ۵۰\,°C \ , \ \rho = ۸۷۰\ kg/m^۳ \ , \ \nu = ۱/۲۴\times۱۰^{-۴}\ m^۲/s \ , \ \mu = ۰/۱۰۷۸۸\times۱۰^{-۵}\ pa.s \ , \ \nu_w = ۰/۳۷۵\times۱۰^{-۴}\ m^۲/s$$

$$k = ۰/۱۳۹\ W/m.°C \ , \ Pr = ۱۹۶۰ \ , \quad C_p = ۲۰۰۰\ J/kg.°C \quad , \ Re = \frac{(۰/۴)(۴)(۰/۰۲۵۴)}{(\pi)(۰/۰۲۵۴)^۲(۰/۱۰۷۸)} = ۱۸۵/۸۶$$

معادله (۱۰-۶):

$$Nu = (۱/۸۶)\left[(۱۸۵/۸۶)(۱۹۶۰)\left(\frac{۰/۰۲۵۴}{۸}\right)\right]^{\frac{۱}{۳}}\left(\frac{۱/۲۴}{۰/۳۷۵}\right)^{۰/۱۴} = ۲۳/۰۸$$

$$h = \frac{(۲۳/۰۸)(۰/۱۳۹)}{(۰/۰۲۵۴)} = ۱۲۶/۳۱\ W/m^۲.°C$$

$$q = h.\pi.d.L\,(T_w - \bar{T}_b) = \dot{m}.C_p.\Delta T_b$$

$$(۱۲۶/۳۱)(\pi)(۰/۰۲۵۴)(۸)\left(۸۰-\frac{۲۰}{۲}-\frac{T_e}{۲}\right) = (۰/۴)(۲۰۰۰)(T_e-۲۰) \ , \qquad T_e = ۲۵/۷۵\ °C$$

۷۹- هوا با فشار ۱ atm، دمای ۳۰۰ K و آهنگ ۰/۲ kg/s وارد کانال مستطیلی به ابعاد ۱۰ × ۲۰ cm و طول ۲۵۰ cm می‌شود. اگر دمای سطح کانال در ۴۰۰ K ثابت بماند، انتقال گرما به هوا و دمای هوای خروجی را حساب کنید.

حل:

$Nu = ۳/۳۹۱$, $T_f = ۳۵۰\ \text{K}$, $k = ۰/۰۳۰۰۳\ \text{W/m.°C}$, $C_p = ۱۰۰۹\ \text{J/kg.°C}$

$$D_H = \frac{۴A}{P} = \frac{(۴)(۰/۲)(۰/۱)}{۲(۰/۲+۰/۱)} = ۰/۱۳۳\ \text{m}$$

$$h = \frac{(۳/۳۹۱)(۰/۱۳۳)}{۰/۰۳۰۰۳} = ۱۵/۰۵۶\ \text{W/m}^۲.\text{°C}$$

$$q = (۱۵/۰۵۶)(۲/۵)(۰/۲)(۰/۱)(۴)\left(۴۰۰ - ۱۵۰ - \frac{T_e}{۲}\right) = (۰/۲)(۱۰۰۹)(T_e - ۳۰۰)$$

$T_e = ۳۰۱/۵\ \text{°C}$, $q = ۳۰۴/۷۲\ \text{W}$

۸۰- هوا در شرایط ۱ atm و ۳۰۰ K درون لولهٔ صافی به قطر ۱/۵ mm به قسمی جریان دارد که عدد رینولدز ۱۲۰۰ می‌باشد. ضرایب انتقال گرما را برای طول‌های ۱، ۱۰، ۲۰ و ۱۰۰ cm لوله حساب کنید.

حل:

$T_f = ۳۰۰\ \text{K}$, $k = ۰/۰۲۶۲۴\ \text{W/m.°C}$, $Pr = ۰/۷۰۸$, $d = ۰/۰۰۱۵$, $L = ۰/۰۱\ \text{m}$

$$Gz = Re.Pr\frac{d}{L} = (۱۲۰۰)(۰/۷۰۸)\left(\frac{۰/۰۰۱۵}{۰/۱}\right) = ۱۲۷/۴۴$$

$\frac{۱}{Gz} = ۷/۸۴ \times ۱۰^{-۳}$, $Nu_d = ۱۱/۱$, $h = \frac{(۱۱/۱)(۰/۰۲۶۲۴)}{۰/۰۰۱۵} = ۱۹۴/۱۷۶\ \text{W/m}^۲.\text{°C}$

$L = ۰/۱$, $Gz = (۱۲۰۰)(۰/۷۰۸)\left(\frac{۰/۰۰۱۵}{۰/۱}\right) = ۱۲/۷۴۴$, $\frac{۱}{Gz} = ۷/۸۴ \times ۱۰^{-۲}$, $Nu_d = ۵/۲$

$h = ۹۰/۹۶\ \text{W/m}^۲.\text{°C}$

برای طول‌های بعد لازم است بدانیم سیال سرد می‌شود یا گرم، تا توان عدد پرانتل مشخص شود.

گرم کردن: $\begin{cases} n = ۰/۴ \\ L = ۰/۲ \end{cases}$, $Nu = (۰/۰۲۳)(۱۲۰۰)^{۰/۸}(۰/۷۰۸)^{۰/۴} = ۵/۸۲$, $h = ۱۰۱/۸۴\ \text{W/m}^۲.\text{°C}$

۸۱- آب با دمای کپه‌ای متوسط ۱۰°C در کانالی به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲/۵ cm جریان دارد. آهنگ جریان به قسمی است که عدد رینولدز ۵۰۰۰۰ است. اگر دمای سطح لوله ۱۵°C بالاتر از دمای کپه‌ای آب باشد، طول لوله را به قسمی تعیین کنید که دمای کپه‌ای آب ۱۰°C افزایش یابد. کل انتقال گرما در این شرایط را حساب کنید.

حل:

$\bar{T}_b = 10\,^\circ C = 283\ K$, $\rho = 1/65\ kg/m^3$, $\gamma = 14\times10^{-6}\ m^2/s$

$k = 0/025\ W/m\,^\circ C$, $C_p = 1005/6$, $D_H = \frac{4A}{P} = \frac{(4)(0/025)^2}{(2)(3)(0/025)} = 0/0167\ m$

$Re = 50000 = \frac{u.d}{\gamma}$, $u = \frac{(50000)(14\times10^{-6})}{0/0167} = 42\ m/s$

$\dot m = \rho.u.A = (1/65)(42)(\pi)\frac{(0/0167)^2}{4} = 0/00483\ kg/s$, $Nu = 2/47$ از جدول (۶-۱)

$h = \frac{(2/47)(0/025)}{0/0167} = 3/7\ W/m^2\,^\circ C$

$q = (3/7)(0/025)(3)(L)(15) = (0/00483)(1005/6)(10)$, $L = 11/66\ m$, $q = 48/57\ W$

۸۳- هوا در شرایط ۱ atm و ۳۰۰k روی کره‌ای جریان دارد به طوری که عدد رینولدز ۵۰۰۰۰ است. معادلات (۲۵-۶) و (۲۶-۶) را برای این شرایط با هم مقایسه کنید. هم‌چنین با معادله (۳۰-۶) مقایسه کنید.

حل:

$Nu = 0/37\,Re^{0/6} = (0/37)(50000)^{0/6} = 244/11$ (۶-۲۵)

$Nu = 2 + (0/25 + 3\times10^{-4}\,Re^{1/6})^{\frac{1}{2}} = 101/48$ (۶-۲۶)

$Nu = 2 + (0/4\,Re_d^{\frac{1}{2}} + 0/06\,Re_d^{\frac{2}{3}})\ pr^{0/4}\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_w}\right)^{\frac{1}{4}}$ (۶-۳۰)

$T = 300\ K$, $Pr = 0/708$ چون دمای دیواره را نداریم، فرض می‌کنیم که $\mu_\infty = \mu_w$

$Nu = 150/83$

۸۴- آب با دمای ۱۰°C روی کره‌ای به قطر ۲/۵ cm با سرعت آزاد ۴ m/s جریان دارد. اگر دمای سطح کره ۶۰°C باشد، اتلاف گرما را حساب کنید.

حل:

در $T = 10\,^\circ C$: $\rho = 999/7\ kg/m^3$, $\mu = 1/31\times10^{-3}\ Pa.s$

$k = 0/585\ W/m\,^\circ C$, $pr = 9/40$, در $T = 60\,^\circ C$: $\mu = 4/71\times10^{-4}\ Pa.s$

$Re_\infty = \frac{(999/7)(0/025)(4)}{1/31\times10^{-3}} = 76374/81$

$h = \frac{0/585}{0/025}\left[1/2 + (0/53)(76374/81)^{0/54}\right]\left(\frac{1/31}{0/471}\right)^{0/25}(9/4)^{0/3} = 13653/48\ W/m^2\,^\circ C$ (معادله ۳۹-۶):

$q = (13653/48)(4\pi)(0/0125)^2(60-10) = 1340/4\ W$

۸۶- خطاهای زیادی در مورد انتخاب صحیح شکل هندسی برای یک مسأله وجود دارد. سه حالت هندسی زیر را برای هوا با فشار atm ۱، دمای K ۳۰۰ و عدد رینولدز ۵۰۰۰۰ در نظر بگیرید (الف): جریان روی استوانه‌ای به قطر cm ۱۰، (ب) جریان درون لوله‌ای به قطر cm ۱۰ و (ج) جریان روی صفحهٔ تختی به طول cm ۱۰. ضریب انتقال گرمای متوسط برای هر یک از حالات هندسی بالا را به دست آورید.

حل:

$$T = 200\ \text{K} \quad , \quad \rho = 1/1774\ \text{kg/m}^3 \quad , \quad \mu = 1/8462 \times 10^{-5}\ \text{Pa.s}$$

$$k = 0/02624\ \text{W/m.°C} \quad , \quad Pr = 0/708 \quad , \quad Re = 50000 \quad , \quad C = 0/0266 \quad , \quad n = 0/805$$

(الف):

$$h = \frac{0/02624}{0/1}(0/0266)(50000)^{0/805}(0/708)^{\frac{1}{3}} = 277/16\ \text{W/m}^2.\text{°C}$$

(ب):

$$Nu = \frac{h.d}{k} = (0/023)\,Re^{0/8}.Pr^{n}$$

$$n = 0/4 \ , \quad \text{گرمایش} \ : \quad h = \frac{0/02624}{0/1}(0/023)(50000)^{0/8}(0/708)^{0/4} = 301/91\ \text{W/m}^2.\text{°C}$$

(ج):

$$n = 0/3 \ , \quad \text{سرمایش} \ : \quad h = 312/6\ \text{W/m}^2.\text{°C}$$

$$\bar{h} = (0/664)(Re)^{\frac{1}{2}}\,pr^{\frac{1}{3}} = 132/34\ \text{W/m}^2.\text{°C}$$

۸۷- قابل ذکر است که انتقال گرمای جابه‌جایی به خواص سیال و در نتیجه به دما بستگی دارد. جریان هوا با آهنگ kg/s ۰/۰۱۲ را در لولهٔ صافی به قطر cm ۲/۵ در نظر بگیرید. فرض کنید که رابطهٔ *Dittus-Boelter* (معادلهٔ ۴a-۶) صادق است، ضریب انتقال گرما را در صورتی که خواص در دماهای ۳۰۰، ۴۰۰، ۵۰۰ و K ۸۰۰ ارزیابی شود، حساب کنید.

حل:

(الف)

$$T = 300\ \text{K} \quad , \quad \nu = 15/69 \times 10^{-6}\ \text{m}^2\text{/s} \quad , \quad \mu = 1/8462 \times 10^{-5}\ \text{pa.s}$$

$$k = 0/02624\ \text{W/m.°C} \quad , \quad Pr = 0/708 \quad , \quad Re = \frac{(0/012)(0/025)(4)}{(\pi)(0/025)^2(1/8462 \times 10^{-5})} = 33103$$

$$Nu = 0/023\,Re^{0/8}.Pr^{n}$$

$$h = \frac{0/02624}{0/025}(0/023)(33103)^{0/8}(0/708)^{0/4} = 88/85\ \text{W/m}^2.\text{°C}$$

(ب)

$$T = 400\ \text{K} \quad , \quad \mu = 2/286 \times 10^{-5}\ \text{Pa.s}$$

$$k = 0/03003\ \text{W/m.°C} \quad , \quad Pr = 0/697 \quad , \quad Re = 26734$$

$$h = \frac{0/03003}{0/025}(0/023)(26734)^{0/8}(0/697)^{0/4} = 85/26\ \text{W/m}^2.\text{°C}$$

(ج)

$T = ۵۰۰$ K , $\mu = ۲/۶۷۱ \times ۱۰^{-۵}$ Pa.s

$k = ۰/۰۴۰۳۸$ W/m.°C , $Pr = ۰/۶۸$

$Re = ۲۲۸۸۱$, $h = ۱۰۰/۴۰۵$ W/m².°C

(د)

$T = ۸۰۰$ K , $\mu = ۳/۶۲۵ \times ۱۰^{-۵}$ Pa.s

$k = ۰/۰۵۷۷۹$ W/m.°C , $Pr = ۰/۶۸۹$

$Re = ۱۶۸۵۹$, $h = ۱۱۳/۲۵$ W/m².°C

توجه: فرایند را سرمایش ($n = ۰/۳$) در نظر گرفته‌ایم.

۸۸- مسأله (۸۷-۶) را برای هلیم با همان جریان جرمی در دماهای ۲۵۵، ۴۷۷ و ۷۰۰ K تکرار کنید.

حل:

(الف)

$T = ۲۵۵$ K , $\mu = ۱۸۱/۷ \times ۱۰^{-۷}$ Pa.s

$k = ۰/۱۳۵۷$ W/m.°C , $Pr = ۰/۷$, $Re = \dfrac{(۰/۰۱۲)(۰/۰۲۵)(۴)}{(\pi)(۰/۰۲۵)^۲(۱۸۱/۷ \times ۱۰^{-۷})} = ۳۳۶۳۵$

$$h = \frac{۰/۱۳۵۷}{۰/۰۲۵}(۰/۰۲۳)(۳۳۶۳۵)^{۰/۸}(۰/۷)^{۰/۳} = ۴۶۹/۱۷ \text{ W/m}^۲.°\text{C}$$

(ب)

$T = ۴۷۷$ K , $\mu = ۲۷۵ \times ۱۰^{-۷}$ Pa.s , $k = ۰/۱۹۷$ W/m.°C , $Pr = ۰/۷۲$

$Re = ۲۲۲۲۴/۸$, $h = ۴۹۳/۰۵$ W/m².°C

(پ)

$T = ۷۰۰$ K , $\mu = ۳۸۱/۷ \times ۱۰^{-۷}$ Pa.s , $k = ۰/۲۷۵$ W/m.°C , $Pr = ۰/۷۲$

$Re = ۱۶۰۱۱$, $h = ۵۳۹/۴۸۶$ W/m².°C

۸۹- هوا با دمای ۳۰۰ K در لوله‌ای به قطر ۵ mm با چنان آهنگی جریان دارد که عدد رینولدز ۵۰۰۰۰ است. طول لوله ۵۰ mm می‌باشد. ضریب انتقال گرما برای شار گرمایی ثابت در دیواره‌ها را به دست آورید.

حل:

$T = ۳۰۰$ K , $k = ۰/۰۲۶۲۴$ W/m.°C , $Pr = ۰/۷۰۸$

فرض می‌کنیم که فرایند، گرمایش باشد ($n = ۰/۴$)

$$h = \frac{۰/۰۲۶۲۴}{۰/۰۰۵}(۰/۰۲۳)(۵۰۰۰۰)^{۰/۸}(۰/۷۰۸)^{۰/۳} = ۶۰۳/۸۲ \text{ W/m}^۲.°\text{C}$$

۹۰- آب در دمای ۱۵/۶°C در لوله‌ای به قطر ۵ mm و طول ۵۰ mm جریان دارد. آهنگ جریان به نحوی است که عدد پکلت (peclet) ۱۰۰۰ است. اگر دمای دیوارهٔ لوله در ۴۹°C ثابت باشد، افزایش دمای آب را حساب کنید.

حل:

$$Re.pr\,\frac{d}{L} = pe\,\frac{d}{L} = ۱۰۰ > ۱۰$$

پس معادله (۱۰-۶) صادق است.

$$T_{b,mean} \approx ۳۰\ ^{\circ}\mathrm{C}\ ,$$

فرض می‌کنیم که دمای کپه‌ای متوسط $۳۰\ ^{\circ}\mathrm{C}$ باشد.

$$\rho = ۹۹۵\ \mathrm{kg/m^۳} \quad , \quad \mu = ۷/۸ \times ۱۰^{-۴}\ \mathrm{Pa.s}\ , \quad \mu_w = ۵/۶ \times ۱۰^{-۴}$$

$$k = ۰/۶۲\ \mathrm{W/m.^{\circ}C} \quad , \quad pr = ۵/۲\ , \quad C_p = ۴/۱۷۷\ \mathrm{kJ/kg.^{\circ}C} \quad , \quad Re = \frac{۱۰۰۰}{۵/۲} = ۱۹۲/۳۰\ , \quad A = ۱/۹۶ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{m^۲}$$

$$Nu_d = (۱/۸۶)(۱۰۰۰)^{\frac{۱}{۳}}\left(\frac{۵}{۵۰}\right)^{\frac{۱}{۳}}\left(\frac{۷/۸}{۵/۶}\right)^{۰/۱۴} = ۹/۰۴۳$$

$$h = \frac{(۹/۰۴۳)(۰/۶۲)}{(۰/۰۰۵)} = ۱۱۲۱\ \mathrm{W/m^۲.^{\circ}C}$$

$$\dot{m} = \rho.u.A \quad , \quad u = \frac{(Re)\,(\mu)}{\rho.d} \quad , \quad \dot{m} = \frac{(Re)\,(\mu)\,(A)}{d} = \frac{(۱۹۲/۳)(۷/۸ \times ۱۰^{-۴})(۱/۹۶ \times ۱۰^{-۵})}{(۰/۰۰۵)} = ۵/۸۹ \times ۱۰^{-۴}\ \mathrm{kg/s}$$

$$q = \dot{m}.C_p.\Delta T_b = h.\pi.d.L\ (T_w - \bar{T}_b)$$

$$(۵/۸۹ \times ۱۰^{-۴})(۴۱۷۷)(T_e - ۱۵/۶) = (۱۱۲۱)(\pi)(۰/۰۰۵)(۰/۰۵)\left(۴۹ - \frac{۱۵/۶}{۲} - \frac{T_e}{۲}\right)$$

افزایش دمای آب

$$T_e = ۲۵/۷۴\ ^{\circ}\mathrm{C} \quad , \quad \Delta T_b = ۱۰/۱۴\ ^{\circ}\mathrm{C}$$

۹۲- گلیسیرین در دمای $۱۰^{\circ}\mathrm{C}$ در کانال مستطیلی به ابعاد $۱\ \mathrm{cm} \times ۸\ \mathrm{cm}$ و طول $۱\ \mathrm{m}$ جریان دارد. آهنگ جریان به نحوی است که عدد رینولدز ۲۵۰ است. ضریب انتقال گرمای متوسط را برای حالتی که دمای دیواره ثابت باشد، حساب کنید.

حل:

$$T = ۱۰\ ^{\circ}\mathrm{C}\ , \quad k = ۰/۲۸۴\ \mathrm{W/m.^{\circ}C} \quad , \quad Pr = ۳۱ \times ۱۰^{۲}$$

$$Nu = ۵/۵۹۷\ , \quad D_H = \frac{۴A}{P} = ۰/۰۱۷۷\ \mathrm{m}\ , \quad h = \frac{(۵/۵۹۷)(۰/۲۸۴)}{(۰/۰۱۷۷)} = ۸۹/۴۱\ \mathrm{W/m^۲.^{\circ}C}$$

۱۰۰- نتایج به دست آمده از معادلات (۱۷-۶)، (۲۱-۶)، (۲۲-۶) و (۲۳-۶) را برای هوا در شرایط ۱ atm و ۳۰۰ K که روی استوانه‌ای در دمای ۴۰۰ K جریان دارد، در اعداد رینولدز ۵۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰ با هم مقایسه کنید.

حل:

$$T_f = ۳۵۰\ \mathrm{K}\ , \quad k_f = ۰/۰۳۰۰۳\ \mathrm{W/m.^{\circ}C} \quad , \quad Pr_f = ۰/۶۹۷$$

$$\mu_\infty = ۲/۲۸۶ \times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{Pa.s}\ , \quad \mu_w = ۱/۸۴۶۲ \times ۱۰^{-۵}$$

$$Re = ۵۰۰۰۰ : \quad Nu_d = ۱۴۲/۹۸ \quad , \quad Re = ۱۰۰۰۰۰ : \quad Nu_d = ۲۴۹/۸۱ \qquad (۶-۱۷)$$

$$Re = ۵۰۰۰۰ : \quad Nu_d = ۱۳۶/۱۷۱ \quad , \quad Re = ۱۰۰۰۰۰ : \quad Nu_d = ۲۱۲/۷۵ \qquad (۶-۲۱)$$

$$Re = ۵۰۰۰۰ : \quad Nu_d = ۱۵۲/۴۹ \quad , \quad Re = ۱۰۰۰۰۰ : \quad Nu_d = ۲۴۳/۵۳ \qquad (۶-۲۲)$$

$$Re = ۵۰۰۰۰ : \quad Nu_d = ۱۴۰/۲۰ \quad , \quad Re = ۱۰۰۰۰۰ : \quad Nu_d = ۲۰۹/۸۵ \qquad (۶-۲۳)$$

۱۰۴- معادلات (۱۹-۶)، (۲۰-۶) و (۲۱-۶) را با معادله (۱۷-۶) برای گازی با $Pr = 0/7$ در رینولدزهای زیر مقایسه کنید: (الف) ۵۰۰، (ل) ۱۰۰۰، (پ) ۲۰۰۰، (ت) ۱۰۰۰۰، (ث) ۱۰۰۰۰۰.

حل:

$Nu_d = 42/28$ (۱۷-۶)

$Nu_d = 10/14 \quad pr_f \approx pr_w$ (۱۹-۶)

$Nu_d = 9/08 \quad pr_f \approx pr_w$ (۲۰-۶)

$Nu_d = 10/96$ (۲۱-۶)

بقیه رینولدزها نیز به همین ترتیب به‌دست می‌آید.

۱۰۷- کاربرد معادله *Dittus-Boelter* (معادله ۴۹-۶) را برای جریان آشفته هوا در لوله صاف، در شرایط جریان آشفته توسعه‌یافته، در نظر بگیرید. برای آهنگ جریان و قطر لوله ثابت (اختیاری) تأثیر دمای کپه‌ای را روی ضریب انتقال گرما از طریق محاسبه مقادیر h در دماهای کپه‌ای متوسط ۲۰، ۵۰، ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰°C بررسی کنید. با توجه به نتایج، وابستگی ضریب انتقال گرمای هوا را با دمای مطلق ارزیابی کنید.

حل: فرآیند را سرمایش سیال در نظر می‌گیریم.

حل:

$$Nu_d = 0/023 Re_d^{0/8}.Pr^n \Rightarrow \frac{h.d}{k} = 0/023\left(\frac{\rho.u.d}{\mu}\right)^{0/8} pr^n$$

$$\dot{m} = \rho.u.A = \rho.u\,\frac{\pi.d^2}{4} = \text{ثابت} \Rightarrow h = A.\mu^{-0/8} pr^n.k$$

$$\frac{h}{A} = h_{new} = H = \frac{pr^n.k}{\mu^{0/8}} = \frac{k.pr^{0/3}}{\mu^{0/8}}$$

A مقداری ثابت است که $\dot{m}$ و d وبقیه ثابت‌ها در آن مستترند.

(الف)

$\bar{T}_b = 20\,°C, \quad \mu = 1/75 \times 10^{-5}$ Pa.s

$k = 0/025$ W/m.°C $, \quad Pr = 0/7, \quad H = \frac{(0/025)(0/7)^{0/3}}{1/75 \times 10^{-5}} = 1283/60$

(ب)

$\bar{T}_b = 50\,°C, \quad \mu = 1/96 \times 10^{-5}$ Pa.s

$k = 0/0264$ W/m.°C $, \quad Pr = 0/7, \quad H = 1201$

(پ)

$\bar{T}_b = 100\,°C, \quad \mu = 2/1805 \times 10^{-5}$ Pa.s

$k = 0/0315$ W/m.°C $, \quad Pr = 0/69, \quad H = 1292$

(ت)

$\bar{T}_b = 200\,°C, \quad \mu = 2/5775 \times 10^{-5}$ Pa.s

k = ۰/۰۲۸۷۲ W/m .°C , Pr = ۰/۶۸۱۵ , H = ۱۳۲۸

(ث) $\bar{T}_b$ = ۳۰۰°C , μ = ۲/۹۳۳ × ۱۰

k = ۰/۰۴۵۰۹ W/m .°C , Pr = ۰/۶۸ , H = ۱۳۶۹

۷

سیستم‌های جابه‌جایی طبیعی

۱- می‌خواهیم ضرایب انتقال گرمای جابه‌جایی اجباری و جابه‌جایی آزاد روی صفحهٔ عمودی تخت را با هم مقایسه کنیم. رابطه‌ای تقریبی بین اعداد رینولد و گراشف ارائه دهید، به‌طوری که ضرایب انتقال گرما برای جابه‌جایی اجباری خالص و جابه‌جایی آزاد خالص برابر باشند. جریان را آرام فرض کنید.

حل:

جابه‌جایی اجباری:
$$h_۱ = ۰/۶۶۴\frac{k}{L} Re_L^{\frac{۱}{۲}}.Pr_f^{\frac{۱}{۳}}$$

جابه‌جایی آزاد:
$$h_۲ = \frac{k}{L} C.(Gr_f.Pr_f)^m$$

$$h_۱ = h_۲ \Rightarrow ۰/۶۶۴\frac{k}{L}.Re_L^{\frac{۱}{۲}}.Pr_f^{\frac{۱}{۳}} = C.(Gr_f.Pr_f)^m \frac{k}{L}$$

$$\frac{Gr_f^m}{Pr_f^m} = \frac{۰/۶۶۴}{C}.Pr_f^{\frac{۱}{۳}-m}$$

چون از مقدار دقیق C و m اطلاعی نداریم، رابطه به‌صورت بالا نوشته می‌شود.

۳- نشان دهید که برای یک گاز آرمانی که معادلهٔ حالت آن به‌صورت $P = \frac{\rho}{RT}$ می‌باشد، $\beta = \frac{۱}{T}$ است.

حل:

$$\beta = \frac{۱}{V}.\left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_P, \quad PV = nRT, V = \frac{nRT}{P}, \left(\frac{\delta V}{\delta T}\right)_P = \frac{nR}{P} \Rightarrow \beta = \frac{۱}{V}.\frac{nR}{P} = \frac{nR}{P.V} = \frac{۱}{T}$$

۴- دمای صفحهٔ مربعی عمودی به ضلع ۱ ft برابر ۶۵°C بوده و در معرض هوای جو به دمای ۱۵°C قرار دارد. انتقال گرمای جابه‌جایی آزاد از این صفحه را با انتقال گرمای ناشی از رانش اجباری هوا بر روی صفحه با حداکثر سرعتی که در لایهٔ مرزی جابه‌جایی آزاد اتفاق می‌افتد، مقایسه کنید. در مورد این مقایسه بحث کنید.

حل:

$$T = \frac{۶۵+۱۵}{۲} = ۴۰^\circ C = ۳۱۳\ K, \quad \rho = \frac{۱/۰۱\times ۱۰^۵}{(۲۸۷)(۳۱۳)} = ۱/۱۲۸\ kg/m^۳$$

$$\mu = ۲/۰۰۶\times ۱۰^{-۵}\ Pa.s, \quad \beta = \frac{۱}{T} = \frac{۱}{۳۱۳} = ۳/۱۹۵\times ۱۰^{-۳}, \quad k = ۰/۰۲۷۲\ W/m.^\circ C$$

$$Pr = ۰/۷, \quad C_p = ۱۰۰۶\ J/kg.^\circ C, \quad X = ۱\ ft = ۰/۳۰۴۸$$

$$Gr.Pr=\frac{(9.806)(1006)(3.195\times10^{-3})(65-15)(1.128)^2(0.3048)^3}{(2.006\times10^{-5})(0.0272)}=1.041\times10^{8}$$

$$h=\frac{0.0272}{0.3048}(0.59)(1.041\times10^{8})^{\frac{1}{4}}=5.318\ \mathrm{W/m^2.^{\circ}C}$$

$$q=(5.318)(0.3048)^2(65-15)=24.7\ \mathrm{W}$$

$$u_{max}=\frac{4}{27}(5.17)\left(\frac{2.006\times10^{-5}}{1.128}\right)\left(\frac{20}{21}+0.7\right)^{-\frac{1}{2}}\left[\frac{(9.806)(3.195\times10^{-3})(50)(0.3048)(1.128)^2}{(2.006\times10^{-5})}\right]^{\frac{1}{2}}=0.412\ \mathrm{m/s}$$

۶- عبارتی برای حداکثر سرعت در لایهٔ مرزی جابه‌جایی آزاد روی یک صفحهٔ تخت عمودی به‌دست آورید. در چه نقطه‌ای لایهٔ مرزی حداکثر سرعت اتفاق می‌افتد.

حل:

$$\frac{u}{u_x}=\left(\frac{y}{\delta}\right)\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2,\quad \frac{du}{dy}=u_x\left[\frac{y}{\delta}\left(-\frac{2}{\delta}\right)\left(1-\frac{y}{\delta}\right)+\frac{1}{\delta}\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^2\right]=0$$

$$y=\frac{\frac{4}{\delta}\pm\sqrt{\left(\frac{16}{\delta^2}\right)-4\left(\frac{3}{\delta^2}\right)}}{\frac{6}{\delta^2}}$$

در $y=\frac{\delta}{3}$ حداکثر سرعت اتفاق می‌افتد.

$$u_{max}=u_x\left(\frac{y}{3}\right)\left(1-\frac{y}{3y}\right)^2=\frac{4}{27}u_x=\frac{4}{27}C_1X^m$$

۷- دو صفحهٔ تخت عمودی به دمای ۶۵°C را در مخزن آبی به دمای ۲۵°C قرار می‌دهند. چنان‌چه ارتفاع صفحات ۳۰ cm باشد، حداقل فاصلهٔ آنها چه‌قدر باشد، تا لایه‌های مرزی جابه‌جایی آزاد تداخل نکنند؟

حل:

$$\frac{\delta}{X}=3.93\,Pr^{-\frac{1}{2}}(0.952+Pr)^{\frac{1}{4}}Gr_x^{-\frac{1}{4}}$$

$$Gr_x=\frac{g\beta(T_w-T_\infty)X^3}{\nu^2}$$

$$T_f=45^{\circ}C=10,\quad Pr=3.85,\quad \frac{g\beta\rho^2C_p}{\mu k}=\frac{Gr_x.Pr}{X^3.\Delta T}=4.5\times10^{10}$$

$$Gr_x=\frac{(4.5\times10^{10})(0.3)^3(40)}{3.85}=1.262\times10^{10}$$

$$\delta=(3.93)(3.85)^{-\frac{1}{2}}(0.952+3.85)^{\frac{1}{4}}(1.262\times10^{10})^{-\frac{1}{4}}(0.3)$$

$\delta=2.653\times10^{-3}\ \mathrm{m}$ که $\boxed{2\delta=5.307\times10^{-3}\ \mathrm{m}}$ حداقل فاصله بین دو صفحه

۸- استوانهٔ عمودی به ارتفاع ۳۰ cm و دمای ۱۰۰°C در هوای اتاق به دمای ۱۵°C قرار دارد. حداقل قطر استوانه چه‌قدر باشد تا مشابه یک صفحهٔ تخت عمودی رفتار کند؟

حل:

$$L = 0.3\ \text{m}\ ,\ T_f = 57.5\,^\circ\text{C} = 330.5\ \text{K}\ ,\ \nu = 19.23\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

$$Gr_L = \frac{\left(\frac{1}{330.5}\right)(0.3)^3(9.8)(100-15)}{19.23\times10^{-6}} = 1.84\times10^{8}$$

$$D = \frac{(0.3)(35)}{(1.84\times10^{8})^{\frac{1}{4}}} = 9.01\times10^{-2} = 9.01\ \text{cm}$$

۹- صفحهٔ مربعی عمودی به ضلع 1 m را تا 400°C گرم کرده و در هوای اتاق به دمای 25°C قرار می‌دهند. اتلاف گرما از یک طرف صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{400+25}{2} = 212.5\,^\circ\text{C} = 485.5\ \text{K}\ ,\ \nu = 36.1\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}\ ,\ k = 0.0394\ \text{W/m.}^\circ\text{C}$$

$$Pr = 0.68\ ,\quad Gr.Pr = \frac{(9.8)\left(\frac{1}{485.5}\right)(0.68)(1)^3(400-25)}{(36.1\times10^{-6})^2} = 3.95\times10^{9}$$

$$h = \frac{0.0394}{1}(0.1)(3.95\times10^{9})^{\frac{1}{3}} = 6.22\ \text{W/m}^2.^\circ\text{C}$$

$$q = h.A(T_w - T_\infty) = (6.22)(1)^2(400-25) = 2334\ \text{W}$$

۱۰- دمای ثابت صفحهٔ تخت عمودی 120°F بوده و در هوای جو به دمای 70°F قرار می‌گیرد. ضخامت لایهٔ مرزی در فاصلهٔ 14 in از لبهٔ بالارونده صفحه 1 in است. ضخامت لایهٔ مرزی را در فاصلهٔ 24 in از لبهٔ بالارونده حساب کنید.

حل:

$$\delta \propto X^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{\delta_{24}}{\delta_{14}} = \left(\frac{24}{14}\right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \delta_{24} = (1) = \left(\frac{24}{14}\right)^{\frac{1}{4}} = 1.14\ \text{in}$$

۱۱- استوانهٔ عمودی به ارتفاع 1.8 m، قطر 7.5 cm و دمای 93°C در محیط جو به دمای 30°C قرار دارد. اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد از استوانه را حساب کنید. در این محاسبه می‌توان استوانه را نظیر صفحهٔ تخت عمودی در نظر گرفت.

حل:

$$T_f = \frac{93+30}{2} = 61.5\,^\circ\text{C}\ ,\ \beta = \frac{1}{334.5} = 2.99\times10^{-3}\ \text{K}^{-1}\ ,\ \nu = 19.19\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.0289\ \text{W/m.}^\circ\text{C}\ ,\ Pr = 0.7\ ,\ Gr.Pr = \frac{(9.806)(2.99\times10^{-3})(1.8)^3(93-30)}{(19.19\times10^{-6})^2}(0.7) = 2.05\times10^{10}$$

$$h = \frac{0.0289}{1.8}(0.1)(2.05\times10^{10})^{\frac{1}{3}} = 4.394\ \text{W/m}^2.^\circ\text{C}$$

$$q = (4.394)(\pi)(0.075)(1.8)(93-30) = 117.4\ \text{W}$$

۱۲- دیوار بیرونی ساختمانی به ارتفاع m ۶ شار گرمایی تابشی متوسط $\mathrm{W/m^۲}$ ۱۱۰۰ را از خورشید دریافت می‌کند. اگر $\mathrm{W/m^۲}$ ۹۵ از دیوار هدایت شود، دمای بیرونی را بیابید. به فرض دمای هوای جو در بیرون ساختمان $۲۰^\circ\mathrm{C}$ است.

حل:

$$\frac{q}{A}=۱۱۰۰-۹۵=۱۰۰۵\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^۲}}\ ,\quad T=۳۰۰\ \mathrm{K}\ ,\quad \beta=۳/۳۳\times۱۰^{-۳}$$

$$\nu=۱۵/۶۸\times۱۰^{-۶}\ \frac{\mathrm{m^۲}}{\mathrm{s}}\ ,\quad Pr=۰/۷\ ,\quad k=۰/۰۲۶۲۴\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m.^\circ C}}$$

$$Gr^*=\frac{(۹/۸۰۶)(۳/۳۳\times۱۰^{-۳})(۱۰۰۵)(۶)^۴}{(۱۵/۶۸\times۱۰^{-۶})^۲\,(۰/۰۲۶۲۴)}=۶/۵۹\times۱۰^{۱۵}$$

$$h=\frac{۰/۰۲۶۲۴}{۶}(۰/۱۷)(۶/۵۹\times۱۰^{۱۵})^{\frac{۱}{۴}}=۶/۷\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^۲.^\circ C}}$$

$$\Delta T=\frac{۱۰۰۵}{۶/۷}=۱۵۰\ ^\circ\mathrm{C}\ ,\qquad T_w\cong۱۵۰+۲۰=۱۷۰\ ^\circ\mathrm{C}$$

۱۳- به‌فرض بتوان بدن انسان را تقریباً به صورت استوانه‌ای عمودی به قطر ft ۱ و ارتفاع ft ۶ در نظر گرفت، اتلاف گرمای جابه‌جایی آزاد را برای سطحی به دمای $۷۵^\circ\mathrm{F}$ در هوای محیط با دمای $۶۸^\circ\mathrm{F}$ به‌دست آورید.

حل:

$$\Delta T=۷۵-۶۸=۷\ ^\circ\mathrm{F}=۳/۸۸۸\ ^\circ\mathrm{C}\ ,\quad h=(۶/۹۵)(۳/۸۸۸)^{\frac{۱}{۴}}=۱/۴۹۴\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^۲.^\circ C}}$$

$$q=(۱/۴۹۴)(\pi)(۰/۳۰۴۸)(۱/۸۲۸۸)(۳/۸۸۸)=۱۰/۱۷\ \mathrm{W}=۳۴/۷۱\ \mathrm{Btu/hr}$$

۱۴- صفحهٔ مربعی عمودی به ضلع cm ۳۰ با برق گرم می‌شود، به‌طوری که شار گرمایی ثابت با انتشار گرمای W ۳۰ برقرار می‌گردد. هوای محیط در فشار kPa ۱۰۰ و دمای $۲۰^\circ\mathrm{C}$ است. ضریب انتقال گرما در ارتفاعات ۱۵ و cm ۳۰ را حساب کنید. ضریب انتقال گرمای متوسط را حساب کنید.

حل:

$$q_w=\frac{۳۰}{(۰/۳)^۲}\ ۳۳۳/۳\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^۲}}\ ,\qquad T=۳۰۰\ \mathrm{K}\ ,\qquad k=۰/۰۲۶۲۴\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m.^\circ C}}$$

$$\beta=۳/۳۳\times۱۰^{-۳}\ ,\quad \nu=۱۵/۶۸\times۱۰^{-۶}\ \frac{\mathrm{m^۲}}{\mathrm{s}}\ ,\quad Pr=۰/۷۱$$

$$x=۱۵\ \mathrm{cm}\ :\ Gr^*=\frac{(۹/۸۰۶)(۳/۳۳\times۱۰^{-۳})(۳۳۳/۳)(۰/۱۵)^۴}{(۱۵/۶۸\times۱۰^{-۶})^۲(۰/۰۲۶۲۴)}=۸/۵۴۱\times۱۰^{۸}$$

$$x=۳۰\ \mathrm{cm}\ :\ Gr^*=۱/۳۶\times۱۰^{۱۰}$$

$$\text{در}\ x=۱۵\ \mathrm{cm}\ :\ h=\frac{۰/۰۲۶۲۴}{۰/۱۵}(۰/۶)\left[(۸/۵۴۱\times۱۰^{۸})(۰/۷)\right]^{\frac{۱}{۵}}=۵/۹۷۵\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^۲.^\circ C}}$$

$$\text{در}\ x=۳۰\ \mathrm{cm}\ :\ h=\frac{۰/۰۲۶۲۴}{۰/۳}(۰/۶)\left[(۱/۳۶\times۱۰^{۱۰})(۰/۷)\right]^{\frac{۱}{۵}}=۵/۱۹۶۶\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^۲.^\circ C}}$$

$$\bar{h}=\frac{۵}{۴}h_{x=L}=(۱/۲۵)(۵/۱۹۶۶)=۶/۴۹۵\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^۲.^\circ C}}$$

۱۵- صفحهٔ مربعی عمودی به ضلع 0.3 m و دمای $50°C$ در هوای اطاق به فشار ۱۰۰ kPa و دمای $18°C$ قرار دارد. اتلاف گرما از دو طرف صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{50+18}{2}=34\ ^\circ C=307 K\ ,\quad \nu=16.4\times10^{-6}\ m^2/s\ ,\quad k=0.0268\ W/m.^\circ C\ ,\quad Pr=0.7$$

$$Gr.Pr=\frac{(9.8)\left(\frac{1}{307}\right)(50-18)(0.3)^3(0.7)}{(16.4\times10^{-6})^2}=7.19\times10^7$$

$$C=0.59,\quad m=\frac{1}{4}\ ,\quad h=\frac{0.0268}{0.3}\ (0.59)(7.19\times10^7)^{\frac{1}{4}}=4.78\ W/m^2.^\circ C$$

$$q=2hA(T_w-T_\infty)=(2)(4.78)(0.3)^2(50-18)=27.1\ W$$

۱۶- اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد از صفحه‌ای مربعی و عمودی به ضلع ۰/۶۱ متر و دمای $100°C$ را که در معرض هلیوم به دمای $20°C$ و فشار ۲۰۰ kPa قرار دارد، حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{100+20}{2}=60\ ^\circ C=333\ K\ ,\quad \mu=2.16\times10^{-5}\ Pa.s\ ,\quad \rho=\frac{(2)(1.01\times10^5)}{(333)(278)}=0.293\ kg/m^3$$

$$k=0.159\ W/m.^\circ C\ ,\quad Pr=0.7$$

$$Gr.Pr=\frac{(9.8)\left(\frac{1}{333}\right)(0.293)^2(100-20)(0.61)^3(0.7)}{(2.16\times10^{-5})^2}=6.78\times10^7$$

$$h=\frac{(0.159)(0.59)(6.87\times10^7)^{\frac{1}{4}}}{0.61}=14\ W/m^2.^\circ C$$

$$q=h.A(T_w-T_\infty)=(14)(0.61)^2\ (100-20)=416.5\ W$$

۱۷- صفحهٔ بزرگ عمودی به ارتفاع ۶/۱ m و عرض ۱/۲۲ m در دمای ثابت $57°C$ بوده و در هوای جو به دمای $4°C$ قرار دارد. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f=30.5^\circ C=303.5\ K\ ,\quad \nu=16.1\times10^{-6}\ m^2/s\ ,\quad k=0.0265\ W/m.^\circ C$$

$$Pr=0.7\ ,\ Gr.Pr=\frac{(9.8)\left(\frac{1}{303.5}\right)(57-4)(6.1)^3(0.7)}{(16.1\times10^{-6})^2}=1.04\times10^{12}$$

$$\overline{Nu}^{\frac{1}{2}}=0.825+\frac{0.387\,Ra^{\frac{1}{6}}}{\left[1+\left(\frac{0.492}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{8}{27}}}=33.44\ ,\quad Nu=1118\ ,\quad h=\frac{(1118)(0.0265)}{6.1}=4.86\ W/m^2.^\circ C$$

$$q=h.A(T_w-T_\infty)=(4.86)(6.1)(1.22)(57-4)=1916.9\ W$$

۱۸- صفحهٔ مربعی عمودی به ضلع ۱ m و دمای ۴۹°C، در هوای اتاق به دمای ۲۱°C قرار دارد. اتلاف گرما از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{49+21}{2}=35\ ^\circ C=308\ K\ ,\quad \nu=16.5\times10^{-6}\ m^2/s$$

$$k=0.0268\ W/m.^\circ C\quad ,\quad Pr=0.7$$

$$Gr.Pr=\frac{(9.8)\left(\frac{1}{308}\right)(49-21)(1)^3(0.7)}{(16.5\times10^{-6})^2}=2.29\times10^9$$

$$\overline{Nu}^{\frac{1}{2}}=0.825+\frac{0.387\,Ra^{\frac{1}{6}}}{\left[1+\left(\frac{0.492}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{8}{27}}}=12.57\ ,\quad Nu=158.1$$

$$h=\frac{(158.1)(0.0268)}{1}=4.24\quad W/m^2.^\circ C$$

$$q=h.A(T_w-T_\infty)=(4.24)(1)^2(49-21)=118.72\ W$$

۱۹- برای ایجاد عدد ریلی 10^{12} در هوا در شرایط استاندارد و $\Delta T=10^\circ C$ چه فاصلهٔ عمودی لازم است؟

حل:

$$\nu=15.69\times10^{-6}\ m^2/s\quad ,\quad k=0.02624\ W/m.^\circ C\quad ,\quad Pr=0.7$$

$$10^{12}=\frac{(9.8)\left(\frac{1}{300}\right)(10)(L^3)(0.7)}{(15.69\times10^{-6})^2}\quad ,\quad \boxed{L=10.25\ m}$$

۲۰- در صفحهٔ قائمی به ابعاد ۲۵ × ۲۵ cm، گرم‌کن برقی نصب شده و شار گرمایی ثابت ۱۰۰۰ W/m² برقرار شده است. این صفحه در آب ۱۵°C فرو برده می‌شود. ضریب انتقال گرما و دمای متوسط صفحه را حساب کنید. در این دما چه‌قدر گرما از سطحی هم‌دما تلف می‌شود؟

حل: خواص در دمای ۱۵/۵۶°C می‌باشند.

$$k=0.595\ W/m.^\circ C\quad ,\quad \frac{g.\beta.\rho^2.C_p}{\mu.k}=1.08\times10^{10}$$

$$Gr^*.Pr=\frac{(1.08\times10^{10})(1000)(0.25)^4}{0.595}=7.09\times10^{10}$$

$$h_x=\frac{0.595}{0.25}(0.6)(7.09\times10^{10})^{\frac{1}{5}}=211\ W/m^2.^\circ C\ \Rightarrow\ \bar{h}=1.25\,h_x=264\ W/m^2.^\circ C$$

$$\overline{\Delta T}=\frac{q_w}{\bar{h}}=\frac{1000}{264}=3.79\ ^\circ C\ \Rightarrow\ T_w=3.79+15=18.79\ ^\circ C$$

۲۱- به‌فرض به‌دلیل تقارن، در هر طرف استوانهٔ افقی نیمی از انتقال گرما به طریق جابه‌جایی به‌وجود آید. با این

فرض، انتقال گرما در هر طرف استوانه را با انتقال گرما از صفحهٔ تخت عمودی که ارتفاعش برابر فاصلهٔ محیطی نقطهٔ رکود کف تا نقطهٔ رکود سطح بالای استوانه است، مقایسه کنید. در مورد این مقایسه بحث کنید.

حل:

$h=۱/۳۲=\left(\frac{\Delta T}{d}\right)^{\frac{۱}{۴}}$ استوانه ، صفحه عمودی $h=۱/۴۲=\left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{\frac{۱}{۴}}$

نیم استوانه $q=\left(\frac{۱}{۲}\right)(۱/۳۲)\left(\frac{\Delta T}{d}\right)^{\frac{۱}{۴}}(\pi)(d)(\Delta T)=۲/۰۷۳\ d^{\frac{۳}{۴}}.\Delta T^{\frac{۵}{۴}}$

صفحه $q=(۱/۴۲)\left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{\frac{۱}{۴}}.\left(\frac{\pi d}{۲}\right)(\Delta T)=۱/۹۹۲\ d^{\frac{۳}{۴}}.\Delta T^{\frac{۵}{۴}}$

ملاحظه می‌شود که دو مقدار خیلی به هم نزدیک هستند.

۲۳- میلهٔ گرم‌کنی افقی به قطر ۳ cm و طول ۱ m در استخری از آمونیاک مایع اشباع به دمای ۲۰°C قرار دارد. دمای سطحی گرم‌کن ثابت و برابر ۷۰°C است. آهنگ انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$T_f=\frac{۷۰+۲۰}{۲}=۴۵\ ^\circ C=۳۱۸\ K,\quad \nu=۰/۳۳۵\times ۱۰^{-۶}\ \frac{m^۲}{s},\quad k_f=۰/۴۸۵\ W/m\ ^\circ C$

$Pr=۲,\quad \beta=۲/۴۵\times ۱۰^{-۳},\quad Gr.Pr=\frac{(۹/۸)(۲/۴۵\times ۱۰^{-۳})(۷۰-۲۰)(۰/۰۳)^۳(۲)}{(۰/۳۳۵\times ۱۰^{-۶})^۲}=۵/۷۵\times ۱۰^۸$

$C=۰/۵۳,\quad m=\frac{۱}{۴},\quad h=\frac{۰/۴۸۵}{۰/۳}(۰/۵۳)(۵/۷۸\times ۱۰^۸)^{\frac{۱}{۴}}=۱۳۲۸\ W/m^۲\ ^\circ C$

$q=h.\pi.d.L(T_w-T_\infty)=(۱۳۲۸)(\pi)(۰/۰۳)(۱)(۷۰-۲۰)=۶۲۶۰\ W$

۲۴- از بخار چگالنده ۱۲۰°C که در داخل لوله‌ای افقی به قطر ۷/۵ cm جاری است، برای گرم کردن محلی با دمای هوای ۱۷°C استفاده می‌شود. کل بار گرمایی ۲۹/۳ kW است. طول لوله چه‌قدر باشد تا این گرمایش انجام شود؟

حل:

$h=(۱/۳۲)\left(\frac{۱۲۰-۱۷}{۰/۰۷۵}\right)=۸/۰۳۶\ W/m^۲\ ^\circ C$

$q=۲۹۳۰۰\ W=(۸/۰۳۶)(\pi)(۰/۰۷۵)(L)(۱۲۰-۱۷)\ \Rightarrow\ \boxed{L=۱۵۰/۲\ m}$

۲۵- سیم پلاتینی به طول ۱۰ cm و قطر ۰/۴ mm به طور افقی در ظرف آبی به دمای ۳۸°C قرار دارد. این ظرف به طریق الکتریکی گرم می‌شود، به‌طوری که دمای سطح آن در ۹۳°C باقی بماند. گرمای تلف شده از سیم را بیابید.

حل:

$T_f=\frac{۹۳+۳۸}{۲}=۶۵/۵\ ^\circ C,\quad k=۰/۶۵۹\ W/m\ ^\circ C,\quad Gr.Pr=(۷/۶۲\times ۱۰^{۱۰})(۹۳-۳۸)(۰/۰۰۰۴)^۳=۲۶۸/۲$

$\log Nu=۰/۴۱\ \Rightarrow\ Nu=۲/۵۷$

$h=\frac{(۲/۵۷)(۰/۶۵۹)}{۰/۰۰۰۴}=۴۲۳۵\ W/m^۲\ ^\circ C\ \Rightarrow\ q=(۴۲۳۵)(\pi)(۰/۰۰۰۴)(۰/۱)(۹۳-۳۸)=۲۹/۲۷\ W$

۲۶- آب با دبی $0.8\ kg/s$ و دمای $90°C$ در لولهٔ فولادی به قطر داخلی $2.5\ cm$ و قطر خارجی $3\ cm$ جاری است. دمای سطح بیرونی لوله $85°C$ و دمای هوای محیط $20°C$ می‌باشد. فشار هوای اطاق $1\ atm$ بوده و طول لوله $15\ m$ است. مقدار گرمای تلف شده به طریق جابه‌جایی آزاد به اطاق چه‌قدر است؟

حل:

$$h=(1.32)\left(\frac{85-20}{0.03}\right)=9.006\ W/m^2.°C \quad \Rightarrow \quad q=(9.006)(\pi)(0.03)(15)(85-20)=827.6\ W$$

۲۷- لولهٔ افقی به قطر $8\ cm$ را در اطاقی که محتوی هوای جو به دمای $20°C$ است، قرار می‌دهند. دمای سطحی لوله $140°C$ است. اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد را به‌ازاء واحد طول لوله حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{140+20}{2}=80°C=353\ K\ ,\quad \nu=21.07\times10^{-6}\ m^2/s\ ,\quad k=0.0303\ W/m.°C$$

$$Pr=0.697\ ,\quad Gr.Pr=\frac{(9.8)\left(\frac{1}{353}\right)(140-20)(0.08)^3(0.697)}{(21.07\times10^{-6})^2}=2.68\times10^6$$

$$C=0.53\ ,\quad m=\frac{1}{4}\ ,\quad h=\frac{0.0303}{0.08}(0.53)(2.68\times10^6)^{\frac{1}{4}}=15.23\ W/m^2.°C$$

$$\frac{q}{L}=h.\pi.d(T_w-T_\infty)=(15.23)(\pi)(0.08)(140-20)=462\ W/m$$

۲۸- لولهٔ افقی به قطر خارجی $1.25\ cm$ تا دمای سطحی $250°C$ گرم شده و در هوای اتاق به دمای $20°C$ و فشار $1\ atm$ قرار می‌گیرد. انتقال گرما به طریق جابه‌جایی آزاد به ازاء واحد طول لوله چه‌قدر است؟

حل:

$$h=1.32\left(\frac{250-20}{0.0125}\right)^{\frac{1}{4}}=15.38\ W/m^2.°C$$

$$\frac{q}{L}=h.\pi.d(T_w-T_\infty) \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{L}=(15.23)(\pi)(0.0125)(250-20)=138.9\ W/m$$

۲۹- گرم‌کن برقی به قطر $2.5\ cm$ را در حمام روغن سبک به دمای $93°C$ فرو می‌برند. دمای سطح گرم‌کن $150°C$ است. گرمای تلف شده را به‌ازای واحد طول گرم‌کن حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{150+93}{2}=121.5°C\ ,\quad \nu=0.124\times10^{-4}\ m^2/s\ ,\quad k=0.135\ W/m.°C\ ,\quad Pr=175$$

$$\beta=0.7\times10^{-3}\ ,\quad Gr.Pr=\frac{(9.8)(0.7\times10^{-3})(150-93)(0.025)^3(175)}{(0.124\times10^{-4})^2}=6.96\times10^6$$

$$h=\frac{0.135}{0.025}(0.53)(6.96\times10^6)^{\frac{1}{4}}=147\ W/m^2.°C$$

$$\frac{q}{L}=(147)(\pi)(0.025)(150-93)=658\ W/m=200.6\ W/ft$$

۳۰- کانال تهویهٔ مطبوعی با مقطع مربع به ضلع $0.3\ m$ حامل هوا در دمایی است که سطح خارجی کانال در

۱۵/۶°C حفظ می‌شود. اگر این کانال در هوای اتاق به دمای ۲۷°C قرار گرفته باشد، گرمای کسب شده را به‌ازای واحد طول کانال حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{۲۷+۱۵/۶}{۲}=۲۱/۳\ ^\circ C=۲۹۴/۴\ K \quad , \quad \Delta T=۱۱/۴\ ^\circ C$$

جریان آرام:

وجه بالا:

$$h=۱/۳۲\left(\frac{۱۱/۴}{۰/۳}\right)^{\frac{۱}{۴}}=۳/۲۷۷\ W/m^۲.^\circ C$$

$$q=(۳/۲۷۷)(۰/۳)^۲(۱۱/۴)=۳/۳۶۲\ W$$

کنارهها:

$$h=۱/۴۲\left(\frac{۱۱/۴}{۰/۳}\right)^{۰/۲۵}=۳/۵۲۵\ W/m^۲.^\circ C$$

$$q=(۳/۵۲۵)(۲)(۰/۳)^۲(۱۱/۴)=۷/۲۳۴\ W$$

وجه پایینی:

$$h=۰/۶۱\left(\frac{۱۱/۴}{۰/۳^۲}\right)^{\frac{۱}{۴}}=۱/۶۰۶\ W/m^۲.^\circ C$$

$$q=(۱/۶۰۶)(۰/۳)^۲(۱۱/۴)=۱/۶۴۸\ W$$

$$q_{کل}=۳/۳۶۲+۷/۲۳۴+۱/۶۴۸=۱۲/۲۴۴\ W/ft$$

۳۱- سیم نازکی به قطر ۰/۰۰۱ in (۰/۰۲۵۴ mm) را که با عبور جریان الکتریکی گرم می‌شود، به‌طور افقی در اتاق حاوی هلیم به فشار ۳ atm و ۱۰°C قرار می‌دهند. اگر دمای سطحی سیم از ۲۴۰°C تجاوز نکند، توان الکتریکی داده شده به واحد طول سیم را به‌دست آورید.

حل:

$$T_f=\frac{۲۴۰+۱۰}{۲}=۱۲۵\ ^\circ C=۳۹۸\ K\ , \quad \nu=۶/۷۶\times۱۰^{-۵}\ m^۲/s \quad , \quad k=۰/۱۷۸\ W/m.^\circ C \quad , \quad Pr=۰/۷۱$$

$$Gr.Pr=\frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۳۹۸}\right)(۲۴۰-۱۰)(۲/۵۴\times۱۰^{-۵})^۳(۰/۷۱)}{(۶/۷۶\times۱۰^{-۵})^۲}=۱/۴۲\times۱۰^{-۵}$$

$$Nu=۰/۳۶+\frac{(۰/۵۱۸)(۱/۴۲\times۱۰^{-۵})^{\frac{۱}{۶}}}{\left[۱+\left(\frac{۰/۵۵۹}{۰/۷}\right)^{\frac{۹}{۱۶}}\right]^{\frac{۱۶}{۹}}}=۰/۳۸۴$$

$$h=\frac{(۰/۳۸۴)(۰/۱۷۸)}{۲/۵۴\times۱۰^{-۵}}=۲۶۹۱\ W/m^۲.^\circ C \Rightarrow \frac{q}{L}=(۲۶۹۱)(\pi)(۲/۵۴\times۱۰^{-۵})(۲۴۰-۱۰)=۴۹/۴\ W/m$$

۳۲- کانالی به مقطع دایره و قطر ۳ m، حاوی گازهای گرم به دمای ۲۵۰°C است. سطح بیرونی کانال در هوای اتاق به فشار ۱ atm و دمای ۲۰°C قرار دارد. گرمای تلف شده را به‌ازای واحد طول کانال حساب کنید.

حل:

$$T_f=135^\circ C=408\ K\ ,\quad \nu=26.83\times10^{-6}\ m^2/s\ ,\quad k=0.0342\ W/m^2.^\circ C\ ,\quad Pr\quad 0.688$$

$$Gr.Pr=\frac{(9.8)\left(\frac{1}{408}\right)(250-20)(3)^3\ (0.688)}{(26.83\times10^{-6})^2}=1.43\times10^{11}$$

$$Nu^{\frac{1}{2}}=0.6+0.387\left\{\frac{1.43\times10^{11}}{\left[1+\left(\frac{0.559}{0.688}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{16}{9}}}\right\}^{\frac{1}{6}}=23.78\quad \Rightarrow\quad Nu=2565.3$$

$$h=\frac{(565.3)(0.0342)}{3}=6.44\ W/m^2.^\circ C\quad \Rightarrow\quad \frac{q}{L}=(6.44)(\pi)(3)(250-20)=13.97\ kW/m$$

۳۳- استوانه‌ای به قطر cm ۲ در مخزن گلیسیرین به دمای ۲۰°C قرار دارد. دمای سطح گرم‌کن ۶۰°C و طول آن ۶۰ cm است. انتقال گرما را به‌ازاء واحد طول کانال حساب کنید.

حل:

$$T_f=40^\circ C=313\ K\ ,\quad \nu=0.00022\ m^2/s\ ,\quad k=0.268\ W/m.^\circ C\ ,\quad \beta=0.5\times10^{-3},\quad Pr\quad 2.45$$

$$Gr.Pr=\frac{(9.8)(0.5\times10^{-3})(60-20)(0.02)^3(2.45)}{(0.00022)^2}=79.37$$

$$Nu=0.36+\frac{(0.518)(79.37)^{\frac{1}{4}}}{\left[1+\left(\frac{0.559}{2.45}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{4}{9}}}=1.677$$

$$h=\frac{(1.677)(0.286)}{0.02}=23.98\ W/m^2.^\circ C\quad \Rightarrow\quad q=(23.98)(\pi)(0.02)(0.6)(60-20)=36.15\ W$$

۳۴- استوانه‌ای به قطر ۳/۵ cm حاوی گرم‌کن برقی است که شار گرمایی ثابت ۱۵۰۰ W/m² را در سطح آن ایجاد می‌کند. اگر این استوانه با افق زاویهٔ ۳۵° داشته و در هوای اتاق به دمای ۲۰°C قرار گیرد، دمای سطحی متوسط را حساب کنید.

حل:

$$\frac{q}{A}=1500\ W/m^2,\qquad \beta=\frac{1}{293}\ ,\qquad \frac{q}{A}=(1500)(\pi)(0.035)=165\ W/m^2$$

خواص در دمای ۲۵۰K عبارتند از:

$$\Delta T\cong100^\circ C\ ,\qquad \nu=20.76\times10^{-6}\ m^2/s\ ,\quad k=0.03003\ W/m.^\circ C$$

$$Pr=0.7,\qquad \theta=65^\circ C\ ,\qquad L=1\ m\ ,\qquad Gr.Pr=\frac{(9.8)\left(\frac{1}{293}\right)(100)(1)^3(0.7)}{(20.76\times10^{-6})^2}=5.4\times10^9$$

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{12}(\sin\theta)^{1.75}=0.33$$

$$Nu_L = \left[۰/۶ - (۰/۴۸۸)(\sin ۶۵)^{۱/۰۳}\right](۵/۴\times ۱۰^{۹})^{۱/۳} = ۲۰۶/۹ \Rightarrow h = \frac{(۲۰۶/۹)(۰/۰۳۰۰۳)}{۱} = ۶/۲۱$$

$$\Delta T = \frac{۱۵۰۰}{۶/۲۱} = ۲۴۲\ ^\circ C\ ,\quad \Delta T = ۲۴۲\ ^\circ C\ ,\quad T_f = ۴۰۰\ K$$ اگر خواص در دمای ۴۰۰K باشند:

$$\nu = ۲۵/۹\times ۱۰^{-۶}\ \frac{m^۲}{s}\ ,\quad k = ۰/۰۳۳۶۵\ W/m^۲.^\circ C\ ,\quad Nu_L = ۲۳۷/۶\ ,\quad Gr.Pr = ۸/۳۲\times ۱۰^{۹}$$

$$h = ۸\ \frac{W}{m^۲.^\circ C}\ ;\qquad \Delta T = \frac{۱۵۰۰}{۸} = ۱۸۷/۵\ ^\circ C$$

$$T_w = ۲۰ + ۱۸۷/۵ = ۲۰۷/۵\ ^\circ C = ۴۸۰/۵\ K\ ,\quad \boxed{T_f = ۳۸۶\ K}$$ که به اندازه کافی نزدیک است.

۳۵- لولهٔ افقی به قطر ۳۰ cm و دمای ثابت ۲۵°C در هوای اتاق به دمای ۲۰°C قرار دارد. اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد به‌ازای واحد طول لوله را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۲۵+۲۰}{۲} = ۲۲/۵^\circ C = ۲۹۵/۵\ K\ ,\quad \nu = ۱۵/۳\times ۱۰^{-۶}\ m^۲/s\ ,\quad k = ۰/۰۲۵۹\ W/m\ .^\circ C$$

$$Pr = ۰/۷\ ,\quad Gr.Pr = \frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۲۹۵/۵}\right)(۲۵-۲۰)(۰/۳)^۳(۰/۷)}{(۱۵/۳\times ۱۰^{-۶})^۲} = ۱/۳۴\times ۱۰^{۷}$$

$$C = ۰/۵۳\ ,\quad m = \frac{۱}{۴}\ ,\quad h = \frac{۰/۰۲۵۹}{۰/۳}(۰/۵۳)(۱/۳۴\times ۱۰^{۷})^{\frac{۱}{۴}} = ۲/۷۷\ W/m^۲.^\circ C$$

$$\frac{q}{L} = h.\pi.d(T_w - T) = (۲/۷۷)(\pi)(۰/۳)(۲۵-۲۰) = ۱۳/۰۴\ W/m$$

۳۶- دمای ثابت کانالی به قطر ۵ in، حاوی گازهای حاصل از احتراق ۵۰۰°F است. این کانال به‌طور افقی در انباری با دمای ۶۰°F قرار دارد. طول کانال را برای تأمین ۱۲۵۰۰۰ BTU/h گرمایش جابه‌جایی حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۵۰۰+۶۰}{۲} = ۲۸۰^\circ F = ۴۱۱\ K\ ,\quad \nu = ۲۷/۱۸\times ۱۰^{-۶}\ m^۲/s\ ,\quad k = ۰/۰۳۴۴\ W/m\ .^\circ C$$

$$Pr = ۰/۶۸۷\ ,\quad Gr.Pr = \frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۴۱۱}\right)(۵۰۰-۶۰)\left(\frac{۵}{۹}\right)(۵)\ (۰/۰۲۵۴)^۳(۰/۶۸۷)}{(۲۷/۱۸\times ۱۰^{-۶})^۲} = ۱/۱۱\times ۱۰^{۷}$$

$$C = ۰/۵۳\ ,\quad m = \frac{۱}{۴}\ ,\quad h = \frac{۰/۰۳۴۴}{(۵)\ (۰/۰۲۵۴)}\ (۰/۵۳)(۱/۱۱\times ۱۰^{۷})^{\frac{۱}{۴}} = ۸/۲۹\ W/m^۲.^\circ C$$

$$\frac{q}{L} = (۱۲۵۰۰۰)(۳/۴۱۳) = (۸/۲۹)(\pi)(۵)^۲\ (۰/۰۲۵۴)(L)(۵۰۰-۶۰)\left(\frac{۵}{۹}\right) \Rightarrow \boxed{L = ۵۲۷/۹\ m = ۱۷۳۲\ ft}$$

در این مسأله مقداری گرمای تشعشعی نیز داریم.

۳۷- استوانهٔ افقی به قطر ۵ cm، طول ۳ m و دمای ۱۸۰°F در آب ۶۰°F فرو برده می‌شود. اتلاف گرمایی استوانه را بیابید.

حل:

$$T_f = \frac{180+60}{2} = 120\,^{\circ}\mathrm{F}\ , \quad k = 0.644\ \mathrm{W/m.^{\circ}C}\ , \quad \frac{g.\beta.\rho^2.C_p}{\mu.k} = 4.89\times 10^{10}$$

$$Gr.Pr = (4.89\times 10^{10})(0.05)^3(180-60)\left(\frac{5}{9}\right) = 4.075\times 10^{8}$$

$$C = 0.53\ , \quad m = \frac{1}{4}\ , \qquad h = \frac{0.644}{0.05}(0.53)(4.075\times 10^{8})^{\frac{1}{4}} = 970\ \mathrm{W/m^2.^{\circ}C}$$

$$q = h.\pi.d.L(T_w - T_\infty) = (970)(\pi)(0.05)(3)(180-60)\left(\frac{5}{9}\right) = 3.047\times 10^{4}\ \mathrm{W}$$

۳۸- استوانهٔ افقی به قطر ۲ m و دمای ثابت ۷۷°C در انبار بزرگی به دمای ۲۷°C قرار دارد. طول این استوانه ۲۰ m است. اتلاف گرمایی استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{77+27}{2} = 52\,^{\circ}\mathrm{C} = 325\ \mathrm{K}\ , \qquad \nu = 12.83\times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}\ , \quad k = 0.0281\ \mathrm{W/m.^{\circ}C}$$

$$Pr = 0.7\ , \quad Gr.Pr = \frac{(9.8)\left(\frac{1}{325}\right)(77-27)(2)^3(0.7)}{(18.22\times 10^{-6})^2} = 2.54\times 10^{10}$$

$$\overline{Nu}^{\frac{1}{2}} = 0.6 + 0.387\left\{\frac{Gr.Pr}{\left[1+\left(\frac{0.559}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{16}{9}}}\right\}^{\frac{1}{6}} = 17.998\ , \qquad Nu = 323.9$$

$$h = \frac{(323.9)(0.0281)}{2} = 4.55\ \mathrm{W/m^2.^{\circ}C}$$

$$q = h.\pi.d.L(T_w - T_\infty) = (4.55)(\pi)(20)(77-27) = 2.86\times 10^{4}\ \mathrm{W}$$

اگر

$$C = 0.13\ , \qquad m = \frac{1}{3}$$

$$Nu = (0.13)(2.54\times 10^{10})^{\frac{1}{3}} = 293.7$$

۹٪ کم‌تر می‌باشد.

۳۹- آهنگ اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد از کره‌ای به قطر ۳۰ cm و دمای ۹۰°C را که در هوای جو به دمای ۲۰°C قرار دارد، حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{90+20}{2} = 55\,^{\circ}\mathrm{C} = 328\ \mathrm{K}\ , \quad \beta = 3.049\times 10^{-3}\ , \quad \nu = 18.52\times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}\ , \quad k = 0.0284\ \mathrm{W/m.^{\circ}C}$$

$$Pr = 0.7\ , \quad Gr.Pr = \frac{(9.806)(3.094\times 10^{-3})(90-20)(0.3)^3(0.7)}{(18.52\times 10^{-6})^2} = 1.153\times 10^{8}$$

$$h = \frac{0.0284}{0.3}\left[2 + (0.43)(1.153\times 10^{8})^{\frac{1}{4}}\right] = 4.407\ \mathrm{W/m^2.^{\circ}C}$$

$$q = (4.407)(\pi)(4)(0.15)^2(90-20) = 87.227\ \mathrm{W}$$

۴۰- دمای کره‌ای به قطر ۲/۵ cm برابر ۳۲°C بوده و در آب به دمای ۱۰°C فرو برده شده است. آهنگ اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد را حساب کنید.

حل:

$T_f=\frac{۳۲+۱۰}{۲}=۲۱^\circ C\,,\quad k=۰/۶۰۴\ W/m.^\circ C\,,\quad Gr.Pr=(۱/۴۶\times۱۰^{۱۰})(۲۰-۱۰)(۰/۰۲۵)^۳=۵/۰۱۹\times۱۰^۶$

$h=\frac{۰/۶۰۴}{۰/۰۲۵}\left[۲+(۰/۴۳)(۵/۰۱۹\times۱۰^۶)^{\frac{۱}{۴}}\right]=۵۴۰\ W/m^۲.^\circ C\,,\quad q=(۵۴۰)(۴\pi)(۰/۰۱۲۵)^۲(۳۲-۱۰)=۲۳/۳۲\ W$

۴۱- بالون اتاقک‌دار کروی به قطر ۲/۴ m به ارتفاعی صعود می‌کند که فشار محیط ۱/۴ kPa و دمای محیط ۵۰°C- است. دمای سطح بیرونی این کره تقریباً صفر درجهٔ سانتی‌گراد است. اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد را از سطح بیرونی کره حساب کنید و آن را با اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی اجباری از این کره، وقتی سرعت جریان آزاد کم و تقریباً ۳۰ cm/s باشد، مقایسه کنید.

حل:

$T_f=-۲۵^\circ C=۲۴۸\ K\,,\quad \rho=\frac{۱۴۰۰}{(۲۸۷)(۲۴۸)}=۱/۹۶۷\times۱۰^{-۲}\ kg/m^۳\,,\quad Pr=۰/۷۲$

$\mu=۱/۴۸۸\times۱۰^{-۵}\ Pa.s\,,\quad \beta=۴/۰۳۲\times۱۰^{-۳}\,,\quad k=۰/۰۲۲۳\ W/m.^\circ C$

$Gr.Pr=\frac{(۹/۸)(۴/۰۳۲\times۱۰^{-۳})(۱/۹۶۷\times۱۰^{-۲})^۲(۵۰)(۲/۴)^۳(۰/۷۲)}{(۱/۴۸۸\times۱۰^{-۵})^۲}=۳/۴۴\times۱۰^۷$

$h=\frac{۰/۰۲۲۳}{۲/۴}\left[۲+(۰/۴۳)(۳/۴۴\times۱۰^۷)^{\frac{۱}{۴}}\right]=۰/۳۲۵\ W/m^۲.^\circ C$

$q=(۰/۳۲۵)(\pi)(۴)(۱/۲)^۲(۵۰)=۲۹۴\ W$

جریان جابه‌جایی اجباری:

$Re=\frac{(۱/۹۶۷\times۱۰^{-۲})(۰/۳)(۲/۴)}{۱/۴۸۸\times۱۰^{-۵}}=۹۵۲\,,\quad h=\frac{۰/۰۲۲۳}{۲/۴}(۰/۳۷)(۹۵۲)^{۰/۶}=۰/۲۱۱\ W/m^۲.^\circ C$

$q=(۰/۲۱۱)(۴\pi)(۱/۲)^۲(۵۰)=۱۹۱\ W$

۴۲- دمای کره‌ای به قطر ۲/۵ cm برابر ۳۸°C بوده و در آب ۱۵°C فرو برده می‌شود. آهنگ انتقال گرما در این شرایط را بیابید.

حل:

$T_f=\frac{۳۸+۱۵}{۲}=۲۶/۵^\circ C\,,\quad k=۰/۶۱۴\ W/m.^\circ C\,,\quad Gr.Pr=(۱/۹۱\times۱۰^{۱۰})(۳۸-۱۵)(۰/۰۲۵)^۳=۶/۸۶\times۱۰^۶$

$h=\frac{۰/۶۱۴}{۰/۰۲۵}\left[۲+(۰/۴۳)(۶/۸۶\times۱۰^۶)^{\frac{۱}{۴}}\right]=۵۸۹/۷\ W/m^۲.^\circ C$

$q=(۵۸۹/۷)(۴\pi)(۰/۰۱۲۵)^۲(۳۸-۱۵)=۲۶/۶۳\ W$

۴۵- دمای صفحهٔ گرم مدوری به قطر ۱۵ cm در هوای ۲۰°C در ۱۵۰°C حفظ می‌شود. اگر صفحه در حالت افقی قرار داشته باشد، اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی را حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{150+20}{2}=85\ ^\circ C=385\ K\ ,\quad \beta=2.793\times10^{-3},\quad \nu=0.158\times10^{-6}\ m^2/s\ ,\quad k=0.0306\ W/m\ ^\circ C$$

$$Pr=0.7\ ,\qquad Gr.Pr=\frac{(9.806)(2.793\times10^{-3})(150-20)(0.15)^3(0.7)}{(21.58\times10^{-6})^2}=1.806\times10^7$$

$$h=\frac{0.0306}{0.15}(0.15)(1.806\times10^7)^{\frac{1}{4}}=8.03\ W/m^2\ ^\circ C\ ,\qquad q=(8.03)(\pi)(0.075)^2(150-20)=18.4\ W$$

۴۶- یک گرم‌کن روغن موتور از ظرف بزرگی تشکیل شده است که در کف آن گرم‌کنی برقی به شکل صفحهٔ مربعی به ضلع ۳۰ cm قرار دارد. دمای ثابت این صفحه ۶۰°C است. در صورتی که دمای روغن ۲۰°C باشد، آهنگ انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{60+20}{2}=40\ ^\circ C\ ,\quad \nu=0.00024\ \frac{m^2}{s}\ ,\quad k=0.144\ W/m\ ^\circ C\ ,\quad Pr=2870\ ,\quad \beta=0.7\times10^{-3}$$

$$Gr.Pr=\frac{(9.806)(0.7\times10^{-3})(60-20)(0.3)^3(2870)}{(0.00024)^2}=3.69\times10^8$$

$$h=\frac{0.144}{0.3}(0.15)(3.69\times10^8)^{\frac{1}{3}}=51.6\ W/m^2\ ^\circ C\ ,\qquad q=(51.6)(0.3)^2(60-20)=185.8\ W$$

۴۷- نوارهای گرم‌کن برقی کوچکی به عرض ۶ mm در وضعیت افقی قرار دارد. دمای نوارها ۵۰۰°C بوده و در هوای اطاق به دمای ۲۰°C قرار دارد. به فرض آنکه این نوارها از سطوح بالا و پایین پخش گرما داشته باشند، طول نوار لازم برای پخش ۲kW گرما به طریق آزاد را حساب کنید.

حل: جریان آرام می‌باشد.

$$\text{عرض}=W=6\ mm\ ,\quad \Delta T=500-20=480\ ^\circ C\ ,\quad q=2\ kW$$

وجه بالا: $h=1.32\left(\frac{480}{0.006}\right)^{\frac{1}{4}}=22.2\ W/m^2\ ^\circ C$

وجه پایین: $h=0.61\left[\frac{480}{(0.006)}\right]^{\frac{1}{5}}=16.23\ W/m^2\ ^\circ C$

$$q=2000=(16.23+22.2)(0.006)(L)(480)\quad\Rightarrow\quad L=18.07\ m$$

۴۸- دمای سطح بالایی صفحهٔ افقی به ابعاد ۱۰ m × ۱۰ m برابر ۲۵°C بوده و در هوای اتاق به دمای ۲۸°C قرار دارد. مقدار انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{25+28}{2}=26.5\ ^\circ C=299.5\ K\ ,\quad \nu=16.84\times10^{-6}\ m^2/s\ ,\quad k=0.02624\ W/m\ ^\circ C\ ,\quad Pr=0.71$$

$$Gr.Pr=\frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۲۹۹/۵}\right)(۱۰)^۳(۳)(۰/۷۱)}{(۱۶/۸۴\times۱۰^{-۶})^۲}=۲/۴۲\times۱۰^{۱۱}$$

$$h=\frac{۰/۰۲۶۳۴}{۱۰}(۰/۱۵)(۲/۴۲\times۱۰^{۱۱})^{\frac{۱}{۳}}=۲/۴۵۴\ \mathrm{W/m^۲.^\circ C}\quad,\quad q=(۲/۴۵۴)(۱۰)^۲(۳)=۷۳۶\ \mathrm{W}$$

۴۹- گرم‌کن افقی به ابعاد m ۴ × ۴ در هوای اطاق به دمای ۱۵°C قرار دارد. سطوح بالا و پایین این صفحه تا ۵۰°C گرم می‌شود. اتلاف گرمایی کل به طریق جابه‌جایی آزاد را حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{۱۵+۵۰}{۲}=۳۲/۵^\circ C=۳۰۵/۵\ \mathrm{K}\ ,\quad \nu=۱۶/۲۵\times۱۰^{-۶}\ \mathrm{m^۲/s}\ ,\ k=۰/۰۲۶۷\ \mathrm{W/m.^\circ C}\ ,\ Pr=۰/۷$$

$$Gr.Pr=\frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۳۰۵/۵}\right)(۵۰-۱۵)(۴)^۳(۰/۷)}{(۱۶/۲۵\times۱۰^{-۶})^۲}=۱/۹\times۱۰^{۱۱}$$

سطح بالا: $h_u=\frac{۰/۰۲۶۷}{۴}(۰/۱۵)(۱/۹\times۱۰^{۱۱})^{\frac{۱}{۳}}=۵/۷۵\ \mathrm{W/m^۲.^\circ C}$

سطح پایین: $h_L=\frac{۰/۰۲۶۷}{۴}(۰/۲۷)(۱/۹\times۱۰^{۱۱})^{\frac{۱}{۴}}=۱/۱۹\ \mathrm{W/m^۲.^\circ C}$

$$q=(۵/۷۵+۱/۱۹)(۴)^۲(۵۰-۱۵)=۳۸۸۶\mathrm{W}$$

۵۰- صفحه‌ای افقی به دمای یکنواخت K ۴۰۰ و به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع cm ۴۵ در هوای جو به دمای K ۳۰۰ قرار دارد. اتلاف گرمای صفحه را بیابید.

حل:

$$T_f=\frac{۴۰۰+۳۰۰}{۲}=۳۵۰\mathrm{K}\quad,\quad \nu=۲/۰۷۵\times۱۰^{-۶}\ \frac{\mathrm{m^۲}}{\mathrm{s}},\quad k=۰/۰۳۰۰۳\ \mathrm{W/m.^\circ C}\quad,\quad Pr=۰/۶۹۷$$

$$X=\frac{A}{P}=\frac{(L)\left(\frac{L}{۲}\right)}{(۳L)}=\frac{L}{۶}=\frac{۴۵}{۶}=۷/۵\ \mathrm{cm}$$

$$Gr.Pr=\frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۳۵۰}\right)(۴۰۰-۳۰۰)(۰/۰۷۵)^۳(۰/۶۹۷)}{(۲/۰۷۵\times۱۰^{-۶})^۲}=۱/۹۱\times۱۰^{۸}$$

$$h=\frac{۰/۰۳۰۳}{۰/۰۷۵}(۰/۱۵)(۱/۹۱\times۱۰^{۸})^{\frac{۱}{۳}}=۳۴/۵۸\ \mathrm{W/m^۲.^\circ C}\quad,\quad q=(۳۴/۵۸)\frac{(۰/۴۵)^۲}{۲}(۴۰۰-۳۰۰)=۳۵۰\ \mathrm{W}$$

۵۱- یک صفحهٔ گرم به ابعاد cm ۲۰ × ۲۰ با زاویهٔ °۶۰ نسبت به افق، در آب قرار گرفته است. شار گرمایی تقریباً ثابتی با دمای متوسط صفحه برابر ۴۰°C برقرار بوده و سطح گرم رو به پایین است. دمای آب ۲۰°C می‌باشد. اتلاف گرمایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$T_w = ۴۰ ^\circ C \;,\quad T_\infty = ۲۱ ^\circ C \;,\quad T_e = ۴۰ - (۰/۲۵)(۴۰ - ۲۰) = ۳۵ ^\circ C \;,\quad k = ۰/۶۲۶ \; W/m . ^\circ C$

$Gr.Pr = (۲/۸۹ \times ۱۰^{۱۰})(۰/۲)^۳(۴۰ - ۲۰) = ۴۶۲۴ \times ۱۰^۹$

$\theta = ۳۰^\circ \;,\quad \bar{h} = \frac{۰/۶۲۶}{۰/۲}(۰/۵۶)\left[(۴/۶۲۴ \times ۱۰^۹)(\cos ۳۰)\right]^{\frac{۱}{۴}} = ۴۴۰ \; W/m^۲ . ^\circ C$

$q = (۴۴۰)(۰/۲)^۲(۴۰ - ۲۰) = ۳۵۲/۷ \; W$

۵۲- مسألهٔ (۵۱-۷) را برای صفحهٔ گرم رو به بالا تکرار کنید.

حل:

$\theta = -۳۰^\circ \;,\quad \overline{Nu}_e = (۰/۱۴)\left[(۴/۶۲۴ \times ۱۰^۹)^{\frac{۱}{۳}} - (۲ \times ۱۰^۹)^{\frac{۱}{۳}}\right] + (۰/۵۶)\left[(۴/۶۲۴ \times ۱۰^۹)^{\frac{۱}{۴}} \; (\cos ۳۰)\right]^{\frac{۱}{۴}} = ۱۹۷/۷۲$

$h = \frac{(۰/۶۲۶)(۱۹۷/۷۲)}{۰/۲} = ۶۱۸/۹ \; W/m^۲ . ^\circ C \;,\quad q = (۶۱۸/۹)(۰/۲)^۲(۴۰ - ۲۰) = ۴۹۵/۱۲ \; W$

۵۳- در پنجره دو جداره‌ای بین دو شیشه به فاصلهٔ ۱/۲۵ cm هوا قرار دارد. ابعاد صفحه ۱/۲ m × ۱/۸ m است. آهنگ انتقال گرما به طریق جابه‌جایی آزاد را از شکاف هوایی به ازای اختلاف دمای ۳۰°C و $T_۱ = ۲۰ ^\circ C$ حساب کنید.

حل:

$T_f = ۲۰ + \frac{۳۰}{۲} = ۳۵ ^\circ C = ۳۰۸ \; K \;,\quad \beta = ۳/۲۴۷ \times ۱۰^{-۳} \;,\quad \nu = ۱۶/۴۹ \times ۱۰^{-۶} \; m^۲/s \;,\quad k = ۰/۰۲۶۸ \; W/m . ^\circ C$

$Pr = ۰/۷ \;,\quad Gr.Pr = \frac{(۹/۸)(۳/۲۴۷ \times ۱۰^{-۳})(۳۰)(۰/۰۱۲۵)^۳(۰/۷)}{(۱۶/۴۹ \times ۱۰^{-۶})^۲} = ۴۸۰۳$

$ke \cong k \;,\quad q = \frac{(۰/۰۲۶۸)(۱/۸)(۱/۲)(۳۰)}{۰/۰۱۲۵} = ۱۳۸/۹ \; W$

۵۴-کلکتور آفتابی صفحهٔ تختی به ضلع ۱ m با افق زاویهٔ ۲۰° می‌سازد. دمای سطح گرم ۱۶۰°C بوده و در محفظهٔ خلأ با فشار ۰/۱ atm قرار دارد. در بالای سطح گرم و به موازات آن پنجرهٔ شیشه‌ای شفافی قرار دارد که انرژی تابشی آفتابی از آن عبور می‌کند. فاصلهٔ سطح گرم و پنجره ۸ cm و دمای پنجره به دلیل جابه‌جایی به محیط اطراف ۴۰°C است. انتقال گرما به طریق جابه‌جایی آزاد را بین سطح گرم و پنجرهٔ شفاف حساب کنید.

حل:

$T_f = \frac{۱۶۰ + ۴۰}{۲} = ۱۰۰ ^\circ C = ۳۷۳ \; K \;,\quad \beta = ۲/۶۸ \times ۱۰^{-۳} \;,\quad k = ۰/۰۳۱۷ \; W/m . ^\circ C$

$Pr = ۰/۶۹ \;,\quad \rho = \frac{۱/۰۱ \times ۱۰^۴}{(۲۸۷)(۳۷۳)} = ۰/۰۹۴۶ \; kg/m^۳ \;,\quad \mu = ۲/۱۷۶ \times ۱۰^{-۵} \; Pa.s$

$Gr_\delta = \frac{(۹/۸)(۲/۶۸ \times ۱۰^{-۳})(۰/۹۴۶)^۲(۱۶۰ - ۴۰)(۰/۰۸)^۳(۰/۶۹)}{(۲/۱۷۳ \times ۱۰^{-۵})^۲} = ۲/۱۱ \times ۱۰^۴$

$\theta = ۲۰ ^\circ C \;,\quad C = ۰/۲۱۲ \;,\quad n = \frac{۱}{۴}$

$\frac{ke}{k} = (۰/۲۱۲)\left[(۲/۱۱ \times ۱۰^۴)(\cos ۲۰)\right]^{\frac{۱}{۴}} = ۲/۵۱۶ \;,\quad q = (۲/۵۱۶)(۰/۰۳۱۷)(۱)^۲(۱۶۰ - ۴۰) = ۹/۵۷ \; W$

۵۵- صفحهٔ تختی به ابعاد m ۱ × ۱ با زاویهٔ °۳۰ نسبت به افق در هوای محیط به دمای ۳۰°C و فشار atm ۱ قرار دارد. این صفحه شار گرمایی انرژی تابشی خالص ۷۰۰ W/m² را دریافت و به طریق جابه‌جایی آزاد و به محیط اطراف پخش می‌کند. دمای متوسط صفحه چه‌قدر است؟

حل:

$q_w = ۷۰۰\ \mathrm{W/m^2}$, $L = ۱\ \mathrm{m}$, $\theta = ۶۰^\circ$, $T = ۳۰^\circ\mathrm{C}$, $\nu = ۱۵/۹۸ \times ۱۰^{-۶}\ \mathrm{m^2/s}$

$Pr = ۰/۷$, $\beta = ۳/۳ \times ۱۰^{-۳}$, $k = ۰/۰۲۷\ \mathrm{W/m\,^\circ C}$, $Gr^* = \dfrac{(۹/۸)(۳/۳ \times ۱۰^{-۳})(۷۰۰)(۱)^۴}{(۰/۰۲۷)(۱۵/۹۸ \times ۱۰^{-۶})^۲} = ۳/۲۸۶ \times ۱۰^{۱۲}$

$h = \dfrac{۰/۰۲۷}{۱}(۰/۱۷)\left[(۳/۲۸۶ \times ۱۰^{۱۲})(۰/۷)\right]^{\frac{۱}{۴}} = ۵/۶۵\ \mathrm{W/m^2\,^\circ C}$

$\Delta T = \dfrac{۷۰۰}{۵/۶۵} = ۱۲۳/۸\ ^\circ\mathrm{C}$, $T_w \cong ۱۲۳/۸ + ۳۰ = ۱۵۳/۸\ ^\circ\mathrm{C}$

۵۶- استوانهٔ افقی به قطر cm ۵ و ضریب گسیل ۰/۵ در اتاق بزرگی که دمای دیوارهایش ۳۵°C است، قرار دارد. استوانه به طریق جابه‌جایی طبیعی با $h = ۶/۵\ \mathrm{W/m^2\,^\circ C}$ گرما از دست می‌دهد. ترموکوپل حساسی روی سطح استوانه دمای ۳۰°C را نشان می‌دهد. دمای هوای اتاق چه‌قدر است؟

حل:

گرمای جابه‌جایی = گرمای تشعشعی و $\sigma.\varepsilon.A(T_w^۴ - T_S^۴) = h.A.(T_S - T_a)$

$(۵/۶۶۹ \times ۱۰^{-۸})(۰/۵)(۳۰۸^۴ - ۳۰۳^۴) = (۶/۵)(۳۰۳ - T_a) \Rightarrow T_a = ۳۰۰/۵\ \mathrm{K} = ۲۷/۵^\circ\mathrm{C}$

۵۷- صفحه‌ای به ابعاد cm ۱۰ × ۱۰ و دمای ۸۰°C با افق زاویهٔ °۴۵ می‌سازد. اتلاف گرما از دو طرف صفحه به هوای اتاق در دمای ۲۰°C را بیابید.

حل:

$T_e = ۸۰ - \frac{۱}{۴}(۸۰ - ۲۰) = ۶۵^\circ\mathrm{C} = ۳۳۸\ \mathrm{K}$, $\beta = \dfrac{۱}{۳۰۸}$, $\nu = ۱۹/۵۴ \times ۱۰^{-۶}\ \mathrm{m^2/s}$

سطح پایین: $k = ۰/۰۲۹۱\ \mathrm{W/m\,^\circ C}$, $Pr = ۰/۷$

$Gr.Pr = \dfrac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۳۰۸}\right)(۸۰ - ۲۰)(۰/۱)^۳(۰/۷)}{(۱۹/۵۴ \times ۱۰^{-۶})^۲} = ۳/۵ \times ۱۰^۶$

$h_d = \dfrac{۰/۰۲۹۱}{۰/۱}(۰/۵۶)(۳/۵ \times ۱۰^۶ \times ۰/۷۰۷)^{\frac{۱}{۴}} = ۶/۴۶\ \mathrm{W/m^2\,^\circ C}$

سطح بالایی: $Gr_c = ۱/۰۵ \times ۱۰^۹$, $Gr_c.Pr = ۷/۳۵ \times ۱۰^۸$

$Gr_L < Gr_c$, $h_d = \dfrac{۰/۰۲۹۱}{۰/۱}(۰/۵۶)(۳/۵ \times ۱۰^۶ \times ۰/۷۰۷)^{\frac{۱}{۴}} = ۶/۴۶\ \mathrm{W/m^2\,^\circ C}$

$q = (۲)(۶/۴۶)(۰/۱)^۲(۸۰ - ۲۰) = ۷/۷۲۵\ \mathrm{W}$

۵۸- صفحه‌ای به ابعاد cm ۵ × ۵ و دمای ۵۰°C با افق زاویهٔ ۶۰° می‌سازد. اتلاف گرما از دو طرف صفحه به آب در دمای ۲۰°C را حساب کنید.

حل:

$T_e = 50 - \frac{1}{4}(50-20) = 42/5\,^\circ C = 338\ K\ , \quad \rho = 990\ kg/m^3 \quad , \quad \mu = 6/2\times10^{-4}\ Pa.s$

$k = 0/635\ W/m.^\circ C \quad , \quad Pr = 4/1 \quad , \quad \theta = 30^\circ \quad , \quad \cos\theta = 0/866$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8)(2/07\times10^{-4})(50-20)(0/05)^3(4/1)(990)^2}{(6/2\times10^{-4})^2} = 7/95\times10^7$$

$$h_d = \frac{0/635}{0/05}(0/56)(7/95\times10^7\times0/866)^{\frac{1}{4}} = 647/8\ W/m^2.^\circ C$$

چون $Gr_e < Gr_L$ داریم: $h_u = h_d$

$$q = (2)(647/8)(0/05)^2(50-20) = 97/2\ W$$

۵۹- داخل لوله‌ای به قطر mm ۶/۵ هوا با فشار atm ۱، دمای ۳۸°C و سرعت متوسط m/s ۳۰ جریان دارد. دمای دیوارهٔ لوله ۵۴۰°C و طول آن m ۰/۳ است. ضریب انتقال گرمای متوسط را حساب کنید. مسأله را به‌ازای سرعت m/s ۳۰ و دمای دیوارهٔ لوله ۸۰۰°C تکرار کنید.

حل:

$T_f \cong 550\ K\ , \ \nu = 44/3\times10^{-6}\ m^2/s\ , \ k = 0/0436\ W/m.^\circ C\ , \ Pr = 0/68\ , \ Re = \frac{(30)(0/0065)}{44/3\times10^{-6}} = 4397$

$$h = \frac{0/0436}{0/0065}(0/023)(4397)^{0/8}(0/68)^{0/4} = 108/61\ W/m^2.^\circ C$$

$T_f \cong 675\ K \quad , \quad \nu = 62/38\times10^{-6}\ m^2/s \quad , \quad k = 0/051\ W/m.^\circ C \quad , \quad Pr = 0/681$

$Re = 3126 \quad , \quad \boxed{h = 96/74\ W/m^2.^\circ C}$

۶۰- بلوک مسی کوچکی که کف آن مربعی به ضلع cm ۲/۵ و ارتفاع قائم آن cm ۵ است در هوای اتاق با فشار atm ۱ و ۲۰°C خنک می‌شود. این بلوک در ۹۳°C هم‌دما است. آهنگ انتقال گرما را حساب کنید.

حل:

$T_f = \frac{93+20}{2} = 56/5\,^\circ C = 329/5\ K \quad , \quad \beta = 3/03\times10^{-3}, \quad \nu = 18/23\times10^{-6}\ m^2/s$

$k = 0/0285\ W/m.^\circ C \quad , \quad Pr = 0/7\ , \quad \frac{1}{L} = \frac{1}{2/5} + \frac{1}{5}$ ⇐ $L = 1/67\ cm$

$$Gr.Pr = \frac{(9/8)(3/03\times10^{-3})(93-20)(0/0167)^3(0/7)}{(18/23\times10^{-6})^2} = 2/016\times10^4$$

$$\bar{h} = \frac{۰/۰۲۸۵}{۰/۰۱۶۵}(۰/۶)(۲/۰۱۶\times ۱۰^{۴})^{\frac{۱}{۴}} = ۱۲/۲\ W/m^{۲}.°C$$

$$A = (۲/۵)^{۲}(۲) + (۴)(۲/۵)(۵) = ۶۲/۵\ cm^{۲}$$

$$q = (۱۲/۲)(۶۲/۵\times ۱۰^{-۴})(۹۳ - ۲۰) = ۵/۵۶۷\ W$$

۶۱- صفحه‌ای افقی به شکل متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴۰ cm و دمای ثابت ۵۵°C در هوای جو به دمای ۲۵°C قرار دارد. گرمای تلف شده از سطح بالایی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$A = \frac{۱}{۲}(۴۰)^{۲}\sin ۶۰ = ۶۹۲/۸\ cm^{۲} \quad , \quad P = (۳)(۴۰) = ۱۲۰\ cm \quad , \quad L = \frac{A}{P} = \frac{۶۹۲/۸}{۱۲۰} = ۵/۷۷\ cm$$

$$T_f = \frac{۵۵ + ۲۵}{۲} = ۴۰\ °C = ۳۱۳\ K \quad , \quad \nu = ۱۷\times ۱۰^{-۶}\ m^{۲}/s \quad , \quad \beta = ۳/۱۹۵\times ۱۰^{-۳} \quad , \quad k = ۰/۰۲۷۲\ W/m.°C$$

$$Pr = ۰/۷ \quad , \quad Gr.Pr = \frac{(۹/۸)(۳/۱۹۵\times ۱۰^{-۳})(۵۵ - ۲۵)(۰/۰۵۷۷)^{۳}(۰/۷)}{(۱۷\times ۱۰^{-۶})^{۲}} = ۴/۳۷\times ۱۰^{۵}$$

$$h = \frac{۰/۰۲۷۲}{۰/۰۵۷۷}(۰/۵۴)(۴/۳۷\times ۱۰^{۵})^{\frac{۱}{۴}} = ۶/۵۴۶\ W/m^{۲}.°C \quad , \quad q = (۶/۵۴۶)(۰/۰۶۹۳)(۵۵ - ۲۵) = ۱۳/۶۱\ W$$

۶۲- گرم‌کن افقی کوچکی به شکل دیسک مدور به قطر ۳ cm موجود است. دمای دیسک ۵۰°C بوده و در هوای جو به دمای ۳۰°C قرار دارد. اتلاف گرما را حساب کنید.

حل:

$$T_f = ۴۰\ °C = ۳۱۳\ K \quad , \quad \nu = ۱۷\times ۱۰^{-۶}\ m^{۲}/s \quad , \quad \beta = ۳/۱۹۵\times ۱۰^{-۳} \quad , \quad k = ۰/۰۲۷۲\ W/m.°C \quad , \quad Pr = ۰/۷$$

$$Gr.Pr = \frac{(۹/۸)(۳/۱۹۵\times ۱۰^{-۳})(۵۰ - ۳۰)(۰/۰۳)^{۳}(۰/۷)}{(۱۷\times ۱۰^{-۶})^{۲}} = ۴/۱\times ۱۰^{۴}$$

$$h = \frac{۰/۰۲۷۲}{۰/۰۵۷۷}(۰/۵۴)(۴/۱\times ۱۰^{۴})^{\frac{۱}{۴}} = ۶/۹۷\ W/m^{۲}.°C \quad , \quad q = (۶/۹۷)(\pi)(۰/۰۱۵)^{۲}(۵۰ - ۳۰) = ۰/۰۹۸۵\ W$$

۶۳- بلوک سرامیکی به دمای ۴۰۰°C و ابعاد ۸ cm × ۱۵ × ۱۵ در هوای اتاق به دمای ۲۷°C قرار می‌گیرد. اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{۴۰۰ + ۲۷}{۲} = ۲۱۳/۵°C = ۴۸۶/۵\ K \quad , \quad \nu = ۳۶/۲۳\times ۱۰^{-۶}\ m^{۲}/s \quad , \quad \beta = \frac{۱}{۴۸۶/۵} = ۲/۰۵۵\times ۱۰^{-۳}$$

$$k = ۰/۰۳۹۴\ W/m^{۲}.°C \quad , \quad Pr = ۰/۶۸۱ \quad , \quad \frac{۱}{L} = \frac{۱}{۱۵} + \frac{۱}{۸} \quad , \quad L = ۵/۲۲\ cm$$

$$Gr.Pr = \frac{(۹/۸)(۲/۰۵۵\times ۱۰^{-۳})(۴۰۰ - ۲۵)(۰/۰۵۲۲)^{۳}(۰/۶۸۱)}{(۳۶/۲۳\times ۱۰^{-۶})^{۲}} = ۵/۵۴\times ۱۰^{۵}$$

$h=\frac{۰/۰۳۹۴۸}{۰/۰۵۲۲}(۰/۶)(۵/۵۴\times۱۰^{۵})^{\frac{۱}{۴}}=۱۲/۳۸\ \ W/m^{۲}.^{\circ}C$

$A=(۲)(۱۵)^{۲}+(۴)(۱۵)(۸)=۹۳۰\ cm^{۲}\ ,\qquad q=(۱۲/۳۸)(۹۳۰\times۱۰^{-۴})(۴۰۰-۲۷)=۴۲۹\ \ W$

۶۴- تقویت کنندهٔ مغناطیسی در جعبه‌ای مکعبی به ضلع in ۶ قرار گرفته و باید W ۵۰ به هوای محیط در دمای ۷۰°F انتشار دهد. دمای سطح را حساب کنید.

حل:

$\frac{۱}{L}=\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۶}\ \Rightarrow\ L=۳\ in=۷/۶۲\ \ cm\qquad k=۰/۰۲۷\ W/m\ .^{\circ}C\quad ,\quad \nu=۱۷\times۱۰^{-۶}\ m^{۲}/s$

$Pr=۰/۷\ ,\quad Gr.Pr=\frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۳۰۰}\right)(\Delta T)(۰/۰۷۶۲)(۰/۷)}{(۱۷\times۱۰^{-۶})^{۲}}=۵\times۱۰^{۴}\ \Delta T$

$A=۶^{۲}=۲۱۶\ in=۰/۱۳۵۴\ \ m^{۲}\quad ,\qquad h=\frac{۰/۰۲۷}{۰/۰۳}(۰/۶)(۵\times۱۰^{۴})^{\frac{۱}{۴}}\Delta T^{\frac{۱}{۴}}=۸/۰۷۵\Delta T^{\frac{۱}{۴}}$

$۵۰=(۸/۰۷۵)(۰/۱۳۵۴)(\Delta T)^{\frac{۵}{۴}}\ ,\qquad \Delta T=۹/۸۷^{\circ}C=۱۷/۵^{\circ}F\quad ,\qquad T_w=۱۷/۸+۷۰=۸۷/۸\ \ ^{\circ}F$

۶۵- دماسنجی شیشه‌ای در اتاق بزرگی با دمای دیواره ۱۰°C قرار دارد. ضریب جابه‌جایی بین این دماسنج و هوای اتاق W/m۲.°C ۵ است و دماسنج دمای ۳۰°C را نشان می‌دهد. دمای هوای اتاق را با فرض ۱ = ε بیابید.

حل:

$\sigma.\varepsilon(T_t^{۴}-T_w^{۴})=h(T_a-T_t)\qquad\Rightarrow\qquad(۵/۶۶۹\times۱۰^{-۸})(۱)(۳۰۳^{۴}-۲۸۳^{۴})=(۵)(T_a-۳۰۳)$

$\boxed{T_a=۳۲۵/۸۴\ K=۵۲/۸۴\ ^{\circ}C}$

۶۶- کانال تهویهٔ مطبوع افقی با ابعاد cm ۳۰ × ۱۵ و دمای ۷۰°F، در هوای جو به دمای ۱۲۰°F قرار دارد. اتلاف گرما از واحد طول کانال را حساب کنید.

حل:

$L=۳۰+۱۵=۴۵\ \ cm\ \ ,\quad T_f=\frac{۱۲۰+۷۰}{۲}=۹۵^{\circ}F=۳۰۸\ \ K\ \ ,\ \ k=۰/۰۲۶۸\ W/m\ .^{\circ}C\ \ ,\ \ \nu=۱۶/۵\times۱۰^{-۶}\ m^{۲}/s$

$Pr=۰/۷\ ,\qquad Gr.Pr=\frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۳۰۸}\right)(۵۰)\left(\frac{۵}{۹}\right)(۰/۴۵)^{۳}(۰/۷)}{(۱۶/۵\times۱۰^{-۶})^{۲}}=۲/۰۷\times۱۰^{۸}$

$C=۰/۵۲\ ,\quad m=\frac{۱}{۴}\quad ,\quad h=\frac{۰/۰۲۶۸}{۰/۴۵}(۰/۵۲)(۲/۰۷\times۱۰^{۸})^{\frac{۱}{۴}}=۳/۷۲\ W/m^{۲}.^{\circ}C$

$\frac{q}{L}=h\frac{A}{L}(T_w-T_\infty)=(۳/۷۲)(۲)(۰/۳+۰/۱۵)\ (۵۰)\left(\frac{۵}{۹}\right)=۹۲/۹\ W/m$

۶۷- دو صفحهٔ قائم مربعی به ضلع cm ۳۰ به فاصلهٔ cm ۱/۲۵ از هم قرار گرفته‌اند و فضای بین آن‌ها را آب پر می‌کند. بر روی این صفحات شار گرمایی ثابت اعمال می‌شود، به‌طوری که دمای متوسط یکی از آن‌ها ۳۸°C و دمای دیگری ۶۰°C است. آهنگ انتقال گرما را حساب کنید. خواص را در دمای متوسط بیابید.

حل:

$$T_m=\frac{۳۸+۶۰}{۲}=۴۹^{\circ}C \quad , \quad k=۰/۶۴۴\ W/m.^{\circ}C \quad , \quad Pr=۳/۶۴$$

$$Gr_{\delta}.Pr=(۴/۸۹\times۱۰^{۱۰})(۶۰-۳۸)(۰/۰۱۲۵)^{۳}=۲/۱\times۱۰^{۶}$$

$$\frac{ke}{k}=(۰/۴۲)(۲/۱\times۱۰^{۶})^{\frac{۱}{۴}}(۳/۶۴)^{۰/۰۱۲}\left(\frac{۳۰}{۱/۲۵}\right)^{-۰/۳}=۶/۲۶ \ , \quad q=\frac{(۶/۲۶)(۰/۶۴۴)(۶۰-۳۸)(۰/۳)^{۲}}{۰/۰۱۲۵}=۶۳۸/۴۳\ W$$

۶۸- محفظه‌ای حاوی هلیوم به فشار ۱/۳ atm بوده و دارای دو سطح گرمایش عمودی با دمای ۸۰°C و ۲۰°C است. صفحات عمودی به ابعاد ۴۰ × ۴۰ cm به فاصلهٔ ۲ cm از هم قرار دارند. انتقال گرما به طریق جابه‌جایی آزاد بین دو سطح را حساب کنید.

حل:

$$T_m=\frac{۸۰+۲۰}{۲}=۵۰^{\circ}C=۳۲۳\ K \quad , \quad k=۰/۱۵۶\ W/m.^{\circ}C \quad , \quad \nu=۱/۱۰۲\times۱۰^{-۴}\ m^{۲}/s \quad , \quad Pr=۰/۷$$

$$Gr_{\delta}.Pr=\frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۳۲۳}\right)(۸۰-۲۰)(۰/۰۲)^{۳}(۰/۷)}{(۱/۱۰۲\times۱۰^{-۴})^{۲}}=۸۳۹$$

$$ke=k \quad , \quad q=\frac{(۰/۱۵۶)(۰/۴)^{۲}(۸۰-۲۰)}{۰/۰۲}=۷۴/۸۸\ W$$

۶۹- حلقه‌ای افقی به قطر داخلی ۸ cm و قطر خارجی ۱۰ cm حاوی آب مایع است. دمای سطوح داخل و خارج به‌ترتیب ۴۰ و ۲۰°C است. انتقال گرما در عرض فضای حلقوی را به‌ازای واحد طول آن حساب کنید.

حل:

$$T_m=۳۰^{\circ}C \quad , \quad k=۰/۶۲\ W/m.^{\circ}C \quad , \quad Gr_{\delta}.Pr=(۲/۲۵\times۱۰^{۱۰})(۴۰-۲۰)(۰/۰۲)^{۳}=۳/۶\times۱۰^{۶}$$

$$C=۰/۴ \quad , \quad n=۰/۲ \quad , \quad \frac{ke}{k}=(۰/۴)(۳/۶\times۱۰^{۶})^{۰/۲}=۸/۱۹۱$$

$$q=\frac{(۲\pi)(۸/۱۹۱)(۰/۶۲)(۱)(۴۰-۲۰)}{\ln\left(\frac{۱۰}{۸}\right)}=۲۸۶۰\ W$$

۷۰- در کره داخلی دو کره هم مرکز آب نمک به دمای ۱۰°C- نگه‌داری می‌شود. قطر کره داخلی ۲ m و فاصلهٔ این دو کره ۵ cm است. دمای کره بیرونی ۳۰°C و فضای بین دو کره را تا فشار ۰/۰۵ atm از هوا تخلیه کرده‌اند. انتقال گرما به طریق جابه‌جایی را در فاصلهٔ بین دو کره بیابید.

حل:

$$T_m=\frac{۳۰-۱۰}{۲}=۱۰^{\circ}C=۲۸۳\ K \quad , \quad \rho=\frac{(۰/۰۵)(۱/۰۱\times۱۰^{۵})}{(۲۸۷)(۲۸۳)}=۰/۰۶۲۴\ kg/m^{۳}$$

$$k=۰/۰۲۴۹\ W/m.^{\circ}C \quad , \quad \mu=۱/۸۱۴\times۱۰^{-۵}\ Pa.s \quad , \quad Pr=۰/۷۱ \quad , \quad \beta=۳/۵۳\times۱۰^{-۳}$$

$$Gr_\delta .Pr=\frac{(۹/۸)(۰/۰۶۲۴)^۳(۳/۵۳\times ۱۰^{-۳})(۴۰)(۰/۰۵)^۳(۰/۷۱)}{(۱/۸۱۴\times ۱۰^{-۵})^۲}=۱۴۵۴$$

$$\frac{ke}{k}=(۰/۲۲۸)(۱۴۵۴)^{۰/۲۲۶}=۱/۱۸۲\ ,\qquad q=\frac{(۴\pi)(۱/۱۸۲)(۰/۰۳۴۹)(۱)(۱/۰۵)(۴۰)}{۱/۰۵-۱}=۳۱۰/۷\ \text{W}$$

۷۱- ظرف بزرگ فرآوری غذا محتوی روغن داغ به دمای ۴۰۰°F است. اطراف این ظرف، روی وجوه قائم پوسته‌ای قرار گرفته که تا ۱۴۰°F خنک می‌شود. فاصلهٔ ظرف تا پوسته ۳ cm و ارتفاع آن ۳۵ cm است. اتلاف گرما جابه‌جایی آزاد از هر متر مربع سطح را پیدا کنید.

حل:

$$T_m=\frac{۴۰۰+۱۴۰}{۲}=۲۷۰^\circ\text{F}=۱۳۲^\circ\text{C}=۴۰۵\ \text{K}\ ,\qquad \nu=۲۶/۲\times ۱۰^{-۶}\ \text{m}^۲/\text{s}$$

$$k=۰/۰۳۴\ \text{W/m}.^\circ\text{C}\ ,\qquad \beta=۲/۴۷\times ۱۰^{-۳}\ ,\quad Pr=۰/۷$$

$$Gr_\delta .Pr=\frac{(۹/۸)(۲/۴۷\times ۱۰^{-۳})(۴۰۰-۱۴۰)\left(\frac{۵}{۹}\right)(۰/۰۳)^۳}{(۲۶/۲\times ۱۰^{-۶})^۲}(۰/۷)=۹/۶۳\times ۱۰^۴$$

$$C=۰/۱۹۷\ ,\quad n=\frac{۱}{۴}\ ,\quad m=-\frac{۱}{۹}$$

$$\frac{ke}{k}=(۰/۱۹۷)(۹/۶۳\times ۱۰^۴)^{\frac{۱}{۴}}\left(\frac{۳۵}{۳}\right)^{\frac{۱}{۹}}=۲/۶۴\ ,\quad \frac{q}{A}=\frac{(۲/۶۴)(۰/۰۳۴)(۴۰۰-۱۴۰)\left(\frac{۵}{۹}\right)}{۰/۰۳}=۴۳۲\ \text{W/m}^۲$$

۷۲- دو صفحهٔ عمودی مربعی به ضلع ۳۰ cm به فاصلهٔ ۲/۵ cm از هم قرار گرفته و فضای بین آن‌ها را هوا با فشار ۱ atm پر کرده است. دمای دو صفحه به‌ترتیب ۲۰۰°C و ۹۰°C است. آهنگ انتقال گرما در عرض شکاف هوا را حساب کنید.

حل:

$$T_m=\frac{۲۰۰+۹۰}{۲}=۱۴۵^\circ\text{C}=۴۱۸\ \text{K}\ ,\ \nu=۲۶/۹۷\times ۱۰^{-۶}\ \frac{\text{m}^۲}{s}\ ,\ k=۰/۰۳۴۹\ \text{W/m}.^\circ\text{C}\ ,\ \beta=۲/۳۹\times ۱۰^{-۳}$$

$$Pr=۰/۶۸۵\ ,\qquad Gr_\delta .Pr=\frac{(۹/۸)(۲/۳۹\times ۱۰^{-۳})(۲۰۰-۹۰)(۰/۰۲۵)^۳(۰/۶۸۵)}{(۲۶/۹۷\times ۱۰^{-۶})^۲}$$

$$Gr_\delta .Pr=۳/۷۹\times ۱۰^۴\ ,\qquad C=۰/۱۹۷\ ,\qquad n=\frac{۱}{۴}\ ,\qquad m=-\frac{۱}{۹}$$

$$\frac{ke}{k}=(۰/۱۹۷)(۳/۷۹\times ۱۰^۴)^{\frac{۱}{۴}}\left(\frac{۳۰}{۰/۵}\right)^{-\frac{۱}{۹}}=۲/۰۸۶\ ,\quad q=(۲/۰۸۶)(۰/۰۳۴۹)(۰/۳)^۲\left(\frac{۲۰۰-۹۰}{۰/۰۲۵}\right)=۲۸/۸۳\ \text{W}$$

۷۳- بین دو صفحه به فاصلهٔ ۱/۶ mm را هوا پر کرده است. اگر اختلاف دما ۱۶۵°C و دمای یک صفحه ۹۰°C باشد، آهنگ انتقال گرما به‌ازای واحد سطح را پیدا کنید.

حل:

$T_m = 90 + \frac{165}{2} = 172.5\,^\circ C = 445.5\ K\ , \qquad \nu = 28.59 \times 10^{-6}\ m^2/s$

$k = 0.0368\ W/m.^\circ C \quad , \quad \beta = 2.245 \times 10^{-3}\ , \quad Pr = 0.684$

$Gr_\delta .Pr = \frac{(9.8)(2.245 \times 10^{-3})(165)(0.0016)^3(0.684)}{(28.59 \times 10^{-6})^2} \quad , \quad Gr_\delta .Pr = 12.45$

$ke = k \ , \quad q = \frac{(0.0368)(165)}{0.016} = 3795\ W/m^2$

۷۴- مسألهٔ (۷۳-۷) را برای فاصلهٔ افقی که با آب پر شده باشد، تکرار کنید.

حل:

$T_m = 172.5\,^\circ C \ , \quad k = 0.669\ W/m.^\circ C \quad , \quad Gr_\delta .Pr = (10.11 \times 10^{10})(165)(0.0016)^3 = 6.83 \times 10^4$

$C = 0.13\ , \quad n = 0.3\ , \quad m = 0$

$\frac{ke}{k} = (0.13)(6.83 \times 10^4)^{0.3} = 3.67 \qquad , \qquad ke = (3.67)(0.669) = 2.453$

$\frac{q}{A} = \frac{(2.453)(165)}{0.0016} = 2.53 \times 10^5\ W/m^2$

۷۶- دو صفحهٔ عمودی به ابعاد 50×50 cm به فاصلهٔ ۴ cm از هم قرار گرفته و فضای بین آن‌ها را آب پر کرده است. دمای دو صفحه ۵۰ و ۲۰°C است. انتقال گرما در عرض این فضا را حساب کنید.

حل:

$T_f = \frac{50 + 20}{2} = 35\,^\circ C \quad , \quad \rho = 994\ kg/m^3 \quad , \quad \mu = 7.2 \times 10^{-4}\ Pa.s$

$k = 0.626\ W/m.^\circ C \quad , \quad Pr = 4.82\ , \quad \frac{g.\beta.\rho^2.C_p}{\mu.k} = 2.89 \times 10^{10}$

$Gr_\delta .Pr = (2.89 \times 10^{10})(0.04)^3(30) = 5.55 \times 10^7$

$\frac{ke}{k} = (0.046)(5.55 \times 10^7)^{\frac{1}{3}} = 17.55 \quad , \quad q = (17.55)(0.626)(0.5)^2 \frac{(50 - 20)}{0.04} = 2060\ W$

۷۷- مسألهٔ (۷۶-۷) را برای صفحاتی که افقی قرار گرفته است و دمای سطح پایینی ۵۰°C باشد، تکرار کنید.

حل:

$\frac{ke}{k} = (0.057)(5.55 \times 10^7)^{\frac{1}{3}} = 21.74 \quad , \quad \frac{q}{A} = (21.74)(0.626)(0.5)^2 \frac{(50 - 20)}{0.04} = 2552\ W$

۸۰- ضخامت فاصلهٔ هوایی در دیوار ساختمانی ۱۰ cm و ارتفاع آن ۲ cm است. انتقال گرما به طریق جابه‌جایی آزاد از این فاصلهٔ فضایی را به‌ازای اختلاف دمای ۱۷°C پیدا کنید.

حل:

$$T_m = 20 + \frac{17}{2} = 28.5\,^{\circ}C \quad 301\ K \ , \quad \nu = 15.68 \times 10^{-6}\ m^2/s \ , \quad k \quad 0.0262\ W/m\,.^{\circ}C$$

$$\beta = 3.32 \times 10^{-3} \ , \quad Pr = 0.71 \ , \quad Gr_\delta\,.Pr = \frac{(9.8)(3.32 \times 10^{-3})(17)(0.1)^3(0.71)}{(15.68 \times 10^{-6})^2} = 15.598 \times 10^{6}$$

$$C \quad 0.073 \ , \quad n = \frac{1}{3} \ , \quad m = -\frac{1}{9} \ , \quad \frac{ke}{k} = (0.073)(1.598 \times 10^{6})^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2}{0.1}\right)^{-\frac{1}{9}} = 6.118$$

$$\frac{q}{A} = \frac{(6.118)(0.0262)(17)}{0.1} = 27.25\ W/m^2$$

۸۲- بین دو صفحهٔ عمودی با دماهای $100\,^{\circ}C$ و $20\,^{\circ}C$ را هوا پر کرده است. صفحات مربعی به ضلع ۱ m و فاصلهٔ آن‌ها ۸ cm است. انتقال گرمای جابه‌جایی در عرض فاصلهٔ هوایی را حساب کنید.

حل:

$$T_m = \frac{100 - 20}{2} = 60\,^{\circ}C = 333\ K \ , \quad \nu = 19.04 \times 10^{-6}\ m^2/s \ , \quad k = 0.0287\ W/m\,.^{\circ}C \ , \quad Pr = 0.7$$

$$Gr_\delta\,.Pr = \frac{(9.8)\left(\frac{1}{333}\right)(100 - 20)(0.08)^3(0.7)}{(19.04 \times 10^{-6})^2} = 2.33 \times 10^{6}$$

$$C = 0.073 \ , \qquad n = \frac{1}{3} \ , \qquad m = -\frac{1}{9}$$

$$\frac{ke}{k} = (0.073)(2.33 \times 10^{6})^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2}{0.1}\right)^{-\frac{1}{9}} = 7.304 \ , \quad q = \frac{(0.0287)(7.304)(1^2)(100 - 20)}{0.08} = 209.6\ W$$

۸۳- بخش خاصی از شیشهٔ عایق‌بندی، از دو صفحهٔ شیشه‌ای مربع به ضلع ۳۰ cm و به فاصلهٔ ۱ cm ساخته شده و فضای بین آن‌ها را هوا پر کرده است. درصد کاهش انتقال گرما برای این آرایش را حساب کرده و با جابه‌جایی آزاد از صفحه‌ای عمود با اختلاف دمای $30\,^{\circ}C$ مقایسه کنید.

حل:

$$\nu = 15.69 \times 10^{-6}\ \frac{m^2}{s} \ , \quad k = 0.02624\ \frac{W}{m\,.^{\circ}C} \ , \quad Pr \quad 0.7$$

$$Gr_\delta\,.Pr = \frac{(9.8)\left(\frac{1}{300}\right)(30)(0.01)^3(0.7)}{15.69 \times 10^{-6}} = 2787$$

برای صفحه افقی:

$$C = 0.059 \ , \quad n = 0.4 \ , \quad m = 0$$

$$\frac{ke}{k} = (0.059)(2287) = 1.41 \ , \qquad q = \frac{(1.41)(0.02624)(0.3)^2(30)}{0.01} = 9.98\ W$$

برای صفحه عمودی:

$$Gr_\delta\,.Pr = (2787)\left(\frac{30}{1}\right)^2 = 7.52 \times 10^{2} \ , \quad C = 0.59 \ , \quad m = \frac{1}{4}$$

$$h = \frac{۰/۰۲۶۲۴}{۰/۳}\,(۰/۵۹)\,(۷/۵۲ \times ۱۰^{۷})^{\frac{۱}{۴}} = ۴/۸۰۶\ \ \mathrm{W/m^{۲}.^{\circ}C}$$

$$q = h.A\,(T_w - T_\infty) = (۴/۸۰۶)\,(۰/۳)^{۲}\,(۳۰) = ۱۲۹/۸\ \ \mathrm{W}$$

۸۴- یک طریق کاهش اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی آزاد، در یک کلکتور آفتابی افقی آن است که فشار هـوا در فاصلهٔ بین شیشهٔ شفاف که به انرژی آفتابی اجازه عبور می‌دهد و صفحهٔ جاذب سیاه زیرین را کم کنیم. به فرض دمای صفحهٔ زیرین ۱۲۰°C و دمای سطح بالایی ۲۰°C باشد. به‌ازای چه فشارهایی در فواصل فضایی ۱، ۲، ۵ و ۱۰ سانتی‌متر جابه‌جایی وجود ندارد.

حل:

$$T_m = \frac{۱۲۰ - ۲۰}{۲} = ۷۰\,^{\circ}\mathrm{C} = ۳۴۳\ \ \mathrm{K}\ ,\quad \mu = ۲/۰۴ \times ۱۰^{-۴}\ \ \mathrm{Pa.s}\ ,\quad k = ۰/۰۲۹۵\ \ \mathrm{W/m.^{\circ}C}$$

$$Pr = ۰/۷\ ,\quad \delta = ۱\ ,\quad Gr_\delta.Pr = \frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۳۴۳}\right)(۱۲۰ - ۲۰)\,(۰/۰۱)^{۳}(۰/۷)}{(۲/۰۴ \times ۱۰^{-۵})^{۲}}\ ,\quad \rho^{۲} = ۰/۳۵۲۷\ ,\quad \rho = ۰/۵۹۵$$

در فشار ۱ atm : $\rho = ۱/۰۲۳$

در $\delta = ۱\,\mathrm{cm}$ $\qquad \rho = \frac{۰/۵۹۵}{۱/۰۲۳} = ۰/۵۸۲\ \mathrm{atm}\ (۵۸/۹۶\ \mathrm{kPa})$

δ	$\rho^{۲}$	ρ	P (atm, kPa)
۲	۰/۰۴۴۸۲	۰/۲۱۰۳	۰/۲۰۵۶، ۲۰/۸۳
۵	۰/۰۰۲۸۳	۰/۰۵۳۲	۰/۰۵۲، ۵/۲۷
۱۰	۰/۰۰۳۵۳۷	۰/۰۱۸۸	۰/۰۱۸۴، ۱/۸۶

۸۸- فاصلهٔ هوایی افقی بالای یک کلکتور خورشیدی ۲/۵ cm است. دمای صفحهٔ پایینی ۷۰°C و صفحهٔ بالایی ۳۰°C می‌باشد. جابه‌جایی آزاد در فضای خالی را برای هوا در ۱ atm حساب کنید. اگر فاصله به ۱ cm کاهش یابد، انتقال گرما چه‌قدر تغییر می‌کند؟

حل:

الف)

$$T_f = ۵۰\,^{\circ}\mathrm{C} = ۳۲۳\ \ \mathrm{K}\ ,\quad \nu = ۱۸ \times ۱۰^{-۶}\ \mathrm{m^{۲}/s}\ ,\quad k = ۰/۰۲۸۱۳\ \mathrm{W/m.^{\circ}C}\ ,\quad \beta = \frac{۱}{۳۲۳}$$

$$Pr = ۰/۷\ ,\quad Gr_\sigma.Pr = \frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۳۲۳}\right)(۷۰ - ۳۰)\,(۰/۰۲۵)^{۳}(۰/۷)}{(۱۸ \times ۱۰^{-۶})^{۲}} = ۴۰۹۶۹$$

$$C = ۰/۲۱۲\ ,\qquad n = \frac{۱}{۴}\ ,\qquad m = ۰$$

$$\frac{ke}{k} = (۰/۲۱۲)\,(۴۰۹۶۹)^{۰/۲۵} = ۳/۰۱۶\ ,\qquad \frac{q}{L} = (۳/۰۱۶)\,(۰/۰۲۸۱۳)\,(۰/۲۵)\,\frac{(۷۰ - ۳۰)}{۰/۰۲۵} = ۳/۳۹۳\ \ \mathrm{W}$$

ب)

$$Gr_\sigma.Pr = \frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۳۲۳}\right)(۷۰ - ۳۰)\,(۰/۰۱)^{۳}(۰/۷)}{(۱۸ \times ۱۰^{-۶})^{۲}} = ۲۶۲۲$$

$$C = ۰/۰۱۲\ ,\qquad n = ۰/۶$$

$$\frac{ke}{k} = (۰/۰۱۲)\,(۲۶۲۲)^{۰/۶} = ۱/۳۵\ ,\qquad \frac{q}{L} = (۱/۳۵)\,(۰/۰۲۸۱۳)\,(۰/۰۱)\,\frac{(۷۰ - ۳۰)}{۰/۰۱} = ۱/۵۱۹\ \ \mathrm{W/m}$$

۸۹- یکی از موضوعات کلکتور خورشیدی کاهش فشار شکاف هوائی تا حدی است که اثرات جابه‌جایی آزاد را حذف کند. برای شکاف هوائی مسألهٔ (۸۸-۷)، در چه فشاری جابه‌جایی حذف می‌شود؟ ($Gr.Pr<۱۷۰۰$)

حل:

$$Gr.Pr=\frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۳۲۳}\right)(۷۰-۳۰)\ (۰/۰۲۵)^{۳}(۰/۷)}{\nu^{۲}}=۱۷۰۰\ ,\quad \nu^{۲}=۷/۸۰۸\times۱۰^{-۹}$$

اگر ویسکوزیته را تقریبا مستقل از فشار بدانیم:

$$\mu=۱/۹۶\times۱۰^{-۵}\ \ \mathrm{Pa.s}$$

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)^{۲}=۷/۸۰۸\times۱۰^{-۹}\ ,\quad \rho=۰/۲۲۱=\frac{P}{(۲۸۷)(۳۲۳)}\ ,\quad P=۲۰۵۶۲\ \ \mathrm{Pa}$$

$$P=۰/۲\ \ \mathrm{atm}$$

حداقل فشار

۹۰- کره‌ای به قطر ۲/۵ cm و دمای سطحی ۱۲۰°F در سیالی به دمای ۸۰°F قرار دارد. اتلاف گرما را در دو حالت (الف) هوا و (ب) آب مقایسه کنید.

حل: (الف) هوا:

$$T_f=\frac{۱۲۰+۸۰}{۲}=۱۰۰^{\circ}\mathrm{F}=۳۷/۷۷^{\circ}\mathrm{C}=۳۱۰/۷۷\ \mathrm{K}\ ,\quad \nu=۱۷\times۱۰^{-۶}\ \frac{\mathrm{m}^{۲}}{\mathrm{s}}\ ,\quad \beta=۳/۲۱\times۱۰^{-۶}$$

$$k=۰/۰۲۷\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m.^{\circ}C}}\ ,\ Pr=۰/۷۰۴$$

$$Gr.Pr=\frac{(۹/۸۰۶)(۳/۲۱\times۱۰^{-۳})\ (۱۲۰-۸۰)\left(\frac{۵}{۹}\right)(۰/۰۲۵)^{۳}(۰/۷۰۴)}{(۱۷\times۱۰^{-۶})^{۲}}=۲۶۶۲۴$$

$$h=\frac{۰/۰۲۷}{۰/۰۲۵}\left[۲+(۰/۴۳)\ (۲۶۶۲۴)^{\frac{۱}{۴}}\right]=۸/۰۹۲\ \ \mathrm{W/m^{۲}.^{\circ}C}$$

$$q=(۸/۰۹۲)\ (۴\pi)(۰/۰۱۲۵)^{۲}(۱۲۰-۸۰)\left(\frac{۵}{۹}\right)=۲۹/۷۰۷\ \mathrm{W}$$

(ب) آب:

$$k=۰/۶۳\ \mathrm{W/m.^{\circ}C}\ ,\quad Gr.Pr=(۳/۳\times۱۰^{۱۰})\ (۱۲۰-۸۰)\left(\frac{۵}{۹}\right)(۰/۰۲۵)^{۳}\ ,\quad Gr.Pr=۱/۱۴۵\times۱۰^{۷}$$

$$h=\frac{۰/۶۳}{۰/۰۲۵}\left[۲+(۰/۴۳)\ (۱/۱۴۵\times۱۰^{۷})\right]^{\frac{۱}{۴}}=۶۸۰/۸\ \mathrm{W/m^{۲}.^{\circ}C}$$

$$q=(۶۸۰/۸)\ (۴\pi)(۰/۰۱۲۵)^{۲}(۱۲۰-۸۰)\left(\frac{۵}{۹}\right)=۲۹/۷۰۷\ \mathrm{W}$$

۹۱- بین دو کره هم مرکز به قطرهای ۱۰ cm و ۸ cm و دماهای ۳۰۰ K و ۳۵۰ K هوا با فشار ۱ atm قرار دارد. انتقال گرمای جابه‌جایی را در این فضا حساب کنید.

حل:

$$T_m=\frac{۳۰۰+۳۵۰}{۲}=۳۲۵\ \mathrm{K}\ ,\quad \nu=۱/۹۶۰۶\times ۱۰^{-۵}\ \mathrm{m^2/s}\ ,\quad \beta=۳/۰۷۷\times ۱۰^{-۳}\ ,\quad k=۰/۰۲۸۱۳\ \mathrm{W/m\ ^\circ C}$$

$$Pr=۰/۷۰۲۵\ ,\quad Gr_\delta . Pr=\frac{(۹/۸)\,(۳/۰۷۷\times ۱۰^{-۳})\,(۵۰)\,(۰/۰۱)^۳\,(۰/۷۰۲۵)}{(۱/۹۶۰۶\times ۱۰^{-۵})^۲}=۲/۷۵\times ۱۰^{۵}$$

$$C=۰/۲۲۸\ ,\qquad n=۰/۲۲۶\ ,\qquad m=۰$$

$$\frac{k_e}{k}=(۰/۲۲۸)\,(۲/۷۵\times ۱۰^{۵})^{۰/۲۲۶}=۳/۸۶۵\ ,\quad q=\frac{(۳/۸۶۵)\,(۴\pi)\,(۰/۰۲۸۱۳)\,(۰/۰۵)\,(۰/۰۴)\,(۵۰)}{۰/۰۵-۰/۰۴}=۱۳/۶۶۵\ \mathrm{W}$$

۹۴- وجه پائینی صفحهٔ مربعی به ضلع ۱۰ cm در دمای ۴۰۰ K و در هوا با فشار ۱ atm و دمای ۳۰۰ K قرار دارد. صفحه با خط عمود زاویهٔ ۴۵° می‌سازد. اتلاف گرما از وجه پائینی صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_e=۴۰۰-\frac{۱}{۴}\,(۴۰۰-۳۰۰)=۳۷۵\ \mathrm{K}\ ,\quad \nu=۲۳/۳۳\times ۱۰^{-۶}\ \mathrm{m^2/s}\ ,\quad \beta=۲/۶۶\times ۱۰^{-۳}$$

$$\theta=۴۵\ ,\quad \cos ۴۵=۰/۷۰۷\quad k=۰/۰۳۱۸۴\ \mathrm{W/m\ ^\circ C}\ ,\quad Pr=۰/۶۹۳$$

$$Gr . Pr=\frac{(۹/۸)\,(۲/۶۶\times ۱۰^{-۳})\,(۱۰۰)\,(۰/۱)^۳(۰/۶۹۳)}{(۲۳/۳۳\times ۱۰^{-۶})^۲}=۳/۳۲\times ۱۰^{۶}$$

$$h_d=\frac{۰/۰۳۱۸۴}{۰/۱}\,(۰/۵۶)\,(۳/۳۲\times ۱۰^{۶}\times ۰/۷۰۷)^{\frac{۱}{۴}}=۶/۹۷۹\ \mathrm{W/m^2\ ^\circ C}$$

چون $Gr_L < Gr_c$ داریم: $h_u=h_d$

$$q=(۶/۹۷۹)\,(۰/۱)^۲(۱۰۰)=۶/۹۷۹\ \mathrm{W}$$

۱۰۱- صفحهٔ عمودی مربعی به ضلع ۲۰ cm را تا دمای ۳۰°C گرم کرده و در گلیسیرین با دمای ۱۰°C فرو می‌برند. انتقال گرما از دو طرف صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f=\frac{۳۰+۱۰}{۲}=۲۰\ ^\circ\mathrm{C}\ ,\quad \nu=۰/۰۰۰۱۱۸\ \mathrm{m^2/s}\ ,\quad k=۰/۲۸۶\ \mathrm{W/m\ ^\circ C}\ ,\quad Pr=۱۲/۵$$

$$Gr . Pr=\frac{(۹/۸)\left(\frac{۱}{۲۹۳}\right)(۳۰-۱۰)\,(۰/۰۲)^۳(۱۲/۵)}{(۰/۰۰۰۱۱۸)^۲}=۴۸۰۴$$

$$\log(۴۸۰۴)=۳/۶۸۱\ \Rightarrow\ \log Nu_f=۰/۷\ \Rightarrow\ Nu_f=۵/۰۱۱$$

$$h=\frac{(۵/۰۱۱)\,(۰/۲۸۶)}{۰/۰۲}=۷۱/۶۷\ \mathrm{W/m^2\ ^\circ C}\ ,\quad q=(۲)\,(۰/۰۲)^۲(۷۱/۶۷)\,(۳۰-۱۰)=۱/۱۴۶\ \mathrm{W}$$

۱۰۴- استوانهٔ عمودی به قطر ۳۰ cm، ارتفاع ۳۰ cm و دمای سطحی ۴۳/۳°C را در آب ۱۰°C فرو می‌برند. اتلاف گرمایی استوانه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = 26.65^\circ C = 299.65\ K, \qquad k = 0.614\ W/m.^\circ C, \qquad \frac{g.\beta.\rho^2.C_p}{\mu.k} = 1.91 \times 10^{10}$$

$$Gr.Pr = (1.91 \times 10^{10})(0.03)^3(43.3 - 10) = 17.17 \times 10^6$$

$$C = 0.59, \quad m = \frac{1}{4}, \qquad h = \frac{(0.614)}{0.03}(0.59)(17.17 \times 10^6)^{\frac{1}{4}} = 777.23\ W/m^2.^\circ C$$

$$q = (777.23)(\pi)(0.03)(0.03)(43.3 - 10) = 73.188\ W$$

۱۰۵- فضای بین دو صفحهٔ مربعی به ضلع ۲۰ cm و دمای ۳۵۰ K و ۴۰۰ K از هلیم با فشار ۲ atm پر شده است. اگر این فضا ۲ cm باشد، انتقال گرما را در این فاصله حساب کنید.

حل:

$$T_m = 375\ K, \qquad \mu = 2.1805 \times 10^{-5}\ Pa.s, \qquad \mu = \frac{(2)(101300)}{(2078.5)(375)} = 0.2599\ kg/m^3$$

$$k = 0.03184\ W/m.^\circ C, \qquad \beta = 2.66 \times 10^{-3}, \qquad Pr = 0.6935$$

$$Gr_\delta.Pr = \frac{(9.8)(2.66 \times 10^{-3})(0.26)^2(400 - 350)(0.02)^3(0.6935)}{(2.1805 \times 10^{-5})^2} = 1028$$

اگر صفحات عمودی باشند:

$$ke = k$$

$$q = (0.0318)\frac{(400 - 350)}{0.02}(0.02)^2 = 0.03184\ W$$

۱۰۶- صفحهٔ مربعی افقی به ضلع ۳۰ cm در هوا با فشار ۱ atm و دمای ۲۵°C قرار دارد. دمای هر دو طرف صفحه ۱۲۵°C است. انتقال گرمای جابه‌جایی از صفحه را حساب کنید.

حل:

$$T_f = \frac{25 + 125}{2} = 75^\circ C = 348\ K, \qquad \nu = 20.7 \times 10^{-6}\ Pa.s, \qquad k = 0.03\ W/m.^\circ C$$

$$Pr = 0.698, \qquad Gr.Pr = \frac{(9.8)\left(\frac{1}{348}\right)(125 - 25)(0.3)^3(0.698)}{(20.7 \times 10^{-6})^2} = 1.238 \times 10^8$$

سطح بالا:

$$h_u = \frac{0.03}{0.3}(0.15)(1.238 \times 10^8)^{\frac{1}{3}} = 7.477\ W/m^2.^\circ C$$

سطح پائین:

$$h_L = \frac{0.03}{0.3}(0.27)(1.238 \times 10^8)^{\frac{1}{4}} = 2.848\ W/m^2.^\circ C$$

$$q = (7.477 + 2.848)(0.3)(125 - 25)^2 = 92.92\ W$$

۱۱۰- صفحه‌ای افقی به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲۰ cm و دمای K ۴۰۰ در هوائی با فشار atm ۱ و دمای K ۳۰۰ قرار دارد. انتقال گرما از سطح بالایی این مثلث را حساب کنید.

حل:

$$A = \frac{۱}{۲}\,(۰/۲)^{۲} \sin ۶۰ = ۰/۰۱۷۳\ \mathrm{m^{۲}}\ ,\quad P = (۳)(۰/۲) = ۰/۶\ \mathrm{m}\,,\quad L = \frac{A}{P} = \frac{۰/۰۱۷۳}{۰/۶} = ۰/۰۲۸۸\ \mathrm{m}$$

$$T_f = ۳۵۰\ \mathrm{K}\ ,\quad \nu = ۲۰/۷۶ \times ۱۰^{-۶}\ \mathrm{m^{۲}/s}\ ,\quad \beta = ۲/۸۵۷ \times ۱۰^{-۳}\,,\quad k = ۰/۰۳۰۰۳\ \mathrm{W/m\,.^{\circ}C}$$

$$Pr = ۰/۶۹۷\ ,\quad Gr.Pr = \frac{(۹/۸)(۲/۸۵۷ \times ۱۰^{-۳})(۴۰۰-۳۰۰)(۰/۰۲۸۸)^{۳}(۰/۶۹۷)}{(۲۰/۷۶ \times ۱۰^{-۶})^{۲}} = ۱۰۸۱۷۱$$

$$h = \frac{۰/۰۳۰۰۳}{۰/۰۲۸۸}(۰/۵۲)(۱۰۸۱۷۱)^{\frac{۱}{۴}} = ۹/۸۳۳\ \mathrm{W/m^{۲}.^{\circ}C}\ ,\quad q = (۹/۸۳۳)(۰/۰۱۷۳)(۴۰۰-۳۰۰) = ۱۷/۰۱۱\ \mathrm{W}$$